Revista Española de Ciencia Política. Núm. 17, Octubre 2007, pp. 113-154

La teoría de los precios: una explicación sistemática para las fórmulas electorales proporcionales (*)

Jorge Urdánoz Ganuza

El artículo parte de la consideración de que la Ciencia Política no ha explicado satisfactoriamente el funcionamiento de las distintas fórmulas electorales (D'Hondt, Ste. Lagüe, etc.). A partir de tal impresión ofrece una teoría nueva sobre las mismas que se pretende, frente a las anteriores, uniforme, sencilla, completa e informativa (con respecto al sesgo). Es decir, en una palabra: sistemática.

Palabras clave: fórmulas electorales, representación proporcional, D'Hondt, sistemas electorales, representación política.

I. INTRODUCCIÓN

> *En otro tiempo yo creía que "entender" quería decir bastante más de lo que a mí me pasaba cuando en verdad estaba entendiendo igual que los demás, y como eso no me bastaba para satisfacer lo que yo pensaba que sería "entender", creía que yo no había entendido y que los que decían que habían entendido habían visto una luz mucho más clara y unas figuras mucho más nítidas que yo. Al cabo de los años empecé a sospechar que cuando los demás dicen que entienden en realidad están viendo ese vago resplandor, esos contornos de humo, esas difuminadas sombras que yo nunca habría osado antaño designar como "entender".*
>
> Rafael Sánchez Ferlosio. *Vendrán más años malos y nos harán más ciegos.*

(*) Agradezco los comentarios de los dos evaluadores anónimos que revisaron una primera versión de este artículo, y muy en especial las sugerencias del segundo de ellos: gracias a ellas el texto que ahora ve la luz ha sido considerablemente mejorado con respecto al anterior.

Este artículo se ocupa de las diferentes fórmulas proporcionales ideadas a lo largo de los dos últimos siglos para distribuir escaños (D'Hondt, Ste. Laguë, etc.). Partimos de la consideración, que intentaremos demostrar, de que el tratamiento que habitualmente reciben constituye uno de los aspectos peor comprendidos, explicados y presentados de la disciplina.

Tal situación configura sin duda un escenario paradójico, ya que a priori debería ocurrir todo lo contrario: frente a otros ámbitos más polémicos y controvertibles propios de la Ciencia Política, las propiedades, los efectos y la clasificación de unos artefactos puramente matemáticos como son las fórmulas electorales deberían dibujar un espacio caracterizado por la objetividad y el acuerdo. Que ésa no sea la situación demuestra hasta qué punto el objeto del que se ocupa la Ciencia Política trae de la mano, inevitablemente, consideraciones subjetivas y valoraciones normativas que acaban contaminando el propio acercamiento metodológico de la disciplina. No podemos, sin embargo, detenernos en esa problemática, que excede por completo los objetivos de este artículo, por lo que pasaremos sin más a exponer nuestra teoría sobre las fórmulas, que denominaremos "Teoría de los Precios".

II. TODO SE LIMITA A FIJAR UN PRECIO

Tal y como afirman los manuales de Ciencia Política, las fórmulas proporcionales de asignación de escaños se dividen en dos grandes grupos: las que funcionan mediante una mecánica "de divisor" y las que lo hacen mediante una mecánica "de cuota y restos". Por "mecánica" ha de entenderse una pauta común utilizada por un determinado grupo de fórmulas. Así, D'Hondt y Ste. Lagüe, por ejemplo, son fórmulas "de divisor", mientras que Hare o Droop lo son "de cuota".

Dicha división a dos bandas se delimita de manera tal que oculta un rasgo esencial de las diferentes fórmulas: todas, tanto las de cuota como las de divisor, se limitan a fijar un precio en votos por escaño y a repartir mediante tal precio todos los escaños puestos en juego. Tras ello, los escaños no adjudicados se reparten a los mayores restos. Por sorprendente que resulte, no hay ningún otro secreto. Por desgracia, sin embargo, tanto la presentación habitual de las fórmulas como las confusas explicaciones ofrecidas habitualmente no hacen sino ocultar esta evidencia.

Aquí también presentaremos las fórmulas clasificadas en los dos grupos habituales, pero a continuación ofreceremos una descripción uniforme de todas y cada una de ellas basada en el precio por escaño.

II.1. *Fórmulas con mecánica de cuota*

Por “mecánica” hemos de entender unos mismos pasos (un aire de familia, si se quiere) que siguen varias fórmulas. La mecánica de cuota es la pauta que utiliza, por ejemplo, la fórmula conocida como “Restos Mayores”. Se trata probablemente de la fórmula más intuitiva de todas, aquella que casi con toda seguridad utilizamos espontáneamente cada vez que, en la vida real, tenemos que proceder a repartir proporcionalmente cualquier entidad.

Un ejemplo de reparto con dicha fórmula es el siguiente. Supongamos una distribución de 10 escaños, con 100 votantes, tres partidos y los siguientes resultados: partido A, 59 votos; partido B, 31 votos; partido C, 10 votos.

Calculamos en primer lugar la cuota de votos que equivale proporcionalmente a un escaño. Se trata del cociente T/M, es decir, el resultado de dividir el total de votos (T) por el número de escaños puesto en juego (M). En este caso, la cuota es de diez votos. En segundo lugar, establecemos cuántas cuotas “enteras” recibe cada partido. Para ello, dividimos los votos de cada partido entre diez. Así:

PARTIDO A.............................	**5**.9
PARTIDO B.............................	**3**.1
PARTIDO C.............................	**1**.0

Por tanto, ya hemos asignado nueve escaños (las cuotas enteras). Para asignar el escaño que queda utilizamos los “restos” (los decimales). El escaño va así a parar al Partido A, que es el que presenta un resto mayor. Por tanto, el partido A recibiría 6 escaños; el B, 3 y el C, 1.

Existen varias fórmulas que siguen esta mecánica. Se diferencian tan sólo en que parten cada una de una cuota (la calculada en el primer paso) diferente, lo cual puede, lógicamente, conducir a distintos resultados. Las cuotas utilizadas han sido varias. Podemos destacar las siguientes:

- Cuota = T/M.- La denominaremos **Cuota Natural**. Normalmente se denomina “Cuota Hare”.
- Cuota = T/(M+1).- Conocida como **Droop**.
- Cuota = T/(M+2).- Se denomina **Imperiali**.
- Cuota = T/(M+3).- **Imperiali Reforzada**.

Es fácil observar que las cuotas son cada vez más pequeñas, conforme vamos aumentando el divisor. El procedimiento podría no tener fin, pero que sepamos tan sólo se han propuesto éstas. En consecuencia, obtenemos cuatro fórmulas que utilizan una técnica de cuota:

Fórmula		*Nombre de la fórmula*
Cuota inicial	*Escaños no asignados por enteros*	
CUOTA NATURAL	Por restos (de mayor a menor)	Restos Mayores
CUOTA DROOP	Por restos (de mayor a menor)	Droop
CUOTA IMPERIALI	Por restos (de mayor a menor)	Imperiali
C. IMPERIALI REF.	Por restos (de mayor a menor)	Imperiali Reforzada

II.2. *Fórmulas con mecánica de divisor*

Las cuatro fórmulas de cuota que acabamos de describir siguen los mismos pasos (la misma mecánica) pero parten de una diferente cuota. De la misma manera, las fórmulas de divisor siguen una misma mecánica (unos pasos idénticos) pero parten de "sucesiones" diferentes. ¿Qué es una "sucesión"? Solamente es una lista de números. Por ello las diferentes fórmulas incluidas dentro de la mecánica de divisor reciben también el nombre de "sucesiones", puesto que vienen a ser una lista (una sucesión) de cifras determinada. En este contexto, por tanto, resultará indiferente hablar de fórmulas o de sucesiones.

Ha de decirse que mientras que la mecánica de cuota es intuitiva (la fórmula Restos Mayores es la que con toda probabilidad usamos corrientemente), la de las fórmulas de divisor no lo es tanto: se trata de métodos que no resultan transparentes, y resultaría bastante extraño que alguien los hubiera aplicado alguna vez en la vida real. Para exponer dicha mecánica pondremos un ejemplo. Imaginemos una elección con seis partidos en la que están en juego 10 escaños (por tanto, M = 10). Los resultados son los siguientes:

Partido A	*Partido B*	*Partido C*	*Partido D*	*Partido E*	*Partido F*
227.340 votos	75.600 votos	54.000 votos	27.000 votos	24.840 votos	23.220 votos

Utilizaremos la siguiente sucesión de números (es decir, la siguiente "fórmula" de divisor): [0,8, 1,8, 2,8, 3,8, 4,8, etc.]. Que sepamos, la misma nunca ha sido ni propuesta ni utilizada. La mecánica, para toda técnica de divisor, es siempre la siguiente:

1er paso. Elaboramos una tabla en la que dividimos el total de votos de cada partido por cada uno de los números de la sucesión que estemos utilizando. Así, en nuestro caso, dividimos los votos del partido A entre 0.8, entre 1.8, entre 2.8, etc. Hacemos lo mismo con los votos de los demás partidos, por lo que para cada partido tendremos una columna con los cocientes resultantes de cada división. Además, en otra columna (M) detallamos el número de escaños puesto en juego, colocando a la misma altura el escaño 1 con el primer divisor de la sucesión, el escaño 2 con el segundo divisor, etc., de tal manera que al llegar al último escaño puesto en juego (en nuestro ejemplo, el escaño 10), no haga falta seguir dividiendo. Podemos denominar a esta tabla "Tabla de Cocientes".

Para el ejemplo propuesto, obtenemos:

TABLA DE COCIENTES

"M"	*Sucesión "0,8, 1,8, 2,8..."*	*Partido A 227.340 votos*	*Partido B 75.600 votos*	*Partido C 54.000 votos*	*Partido D 27.000 votos*	*Partido E 24.840 votos*	*Partido F 23.320 votos*
1	0,8	**284.175**	**94.500**	**67.500**	**33.750**	31.050	29.150
2	1,8	**126.300**	**42.000**	30.000	15.000	13.800	12.955
3	2,8	**81.192**	27.000	19.285	9.642	8.871	8.328
4	3,8	**59.826**	19.894	14.210	7.105	6.536	6.136
5	4,8	**47.362**	15.750	11.250	5.625	5.175	4.858
6	5,8	**39.196**	13.034	9.310	4.655	4.282	4.020
7	6,8	33.432	11.117	7.941	3.970	3.652	3.429
8	7,8	29.146	9.692	6.923	3.461	3.184	2.989
9	8,8	25.834	8.590	6.136	3.068	2.822	2.650
10	9,8	23.197	7.714	5.510	2.755	2.534	2.379
		6	2	1	1	0	0

2º paso: Marcamos los M mayores cocientes de toda la Tabla de Cocientes. En nuestro ejemplo, los diez mayores (en negrita).

3er paso: A cada partido, le asignamos el valor de la columna "M" que tenga asignado su cociente más pequeño de entre los marcados. Así, para el partido A, de los seis cocientes que tiene marcados, el más pequeño es 39.196. Dado que el valor de la columna "M" correspondiente a dicho cociente es 6, le asignamos 6 escaños. Si seguimos tal procedimiento, obtenemos: A, 6; B, 2; C, 1; D, 1; E, 0; F,0.

Todas las fórmulas de divisor siguen estos pasos y asignan los escaños de acuerdo con tal procedimiento. Como resulta obvio a partir del examen de la mecánica, diferentes sucesiones de números divisores implicarán diferentes resultados. Por tanto, podemos diferenciar las distintas fórmulas basándonos en tales sucesiones. ¿Cuántas sucesiones existen? De momento presentaremos estas cinco (véase página siguiente):

Como puede observarse, las distintas sucesiones se diferencian tan sólo en la elección del decimal que caracteriza a cada una de ellas. A pesar de que en realidad ésa es toda la diferencia (y de que es sin duda una diferencia notablemente sencilla), la mayo-

Nombre	*1ᵉʳ divisor*	*2º divisor*	*3ᵉʳ divisor*	*4º divisor*	*5º divisor*	...
Adams	0	1	2	3	4	Etc.
Danés.....................	0,333	1,333	2,333	3,333	4,333	Etc.
Ste. Laguë	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	Etc.
2/3..........................	0,666	1,666	2,666	3,666	4,666	Etc.
D'Hondt.................	1	2	3	4	5	Etc.

ría de los manuales de Literatura Electoral normalmente no presentan algunas sucesiones tal y como nosotros las hemos expuesto, sino de otro modo. La razón descansa en el hecho de que, tradicionalmente, se ha preferido utilizar sucesiones sin decimales (es decir, usar sólo números enteros). Para ello, se procedía a multiplicar una determinada sucesión por un número constante, de tal modo que la sucesión resultante careciera de decimales.

Ciertamente, los resultados no varían: es indiferente, por ejemplo, dividir entre la sucesión [0,5, 1,5, 2,5, 3,5, 4,5, etc.] que entre la misma pero multiplicada por dos: [1, 3, 5, 7, 9, etc.]. Tanto la una como la otra son la misma sucesión (denominada Ste. Lagüe), pero expuesta de diferente manera. En la mayoría de los manuales este extremo se desconoce. Las sucesiones que normalmente se modifican son:

	Sucesión	*Multiplicada por*	*Presentación habitual*
Danés........................	0.333, 1.333, 2.333, 3.333, etc.	3	1, 4, 7, 11...
Ste. Laguë	0.5, 1.5, 2.5, 3.5, etc.	2	1, 3, 5, 7...
2/3.............................	0.666, 1.666, 2.666, 3.666, etc.	3	2, 5, 8, 11...

Esta cuestión reviste una importancia fundamental. A nuestro juicio, la operación de multiplicar las sucesiones, aunque aparentemente inocua, ha producido resultados nefastos de cara a la correcta comprensión de este tipo de fórmulas por parte de la Literatura Electoral. De hecho, estamos convencidos de que cualquier manual que utilice las sucesiones habituales (es decir: multiplicadas) ofrecerá casi con toda seguridad una explicación del funcionamiento de las fórmulas errónea o, cuando menos, incompleta o confusa. En realidad, una vez que se entiende tal funcionamiento, sólo es posible explicarlo adecuadamente situando las sucesiones en una escala uniforme. Como intentaremos demostrar, sólo así se vislumbran con claridad las relaciones lógicas existentes entre las diferentes fórmulas.

II.3. *Un patrón interpretativo uniforme*

La Literatura Electoral ha obtenido escaso éxito a la hora de intentar explicar y desvelar el sentido de las fórmulas de divisor [1]. Las razones son muchas, pero una de ellas es sin duda la ausencia de transparencia que caracteriza a las fórmulas de divisor: no se vislumbra con claridad qué es lo que estamos haciendo cuando hallamos, por ejemplo, el reparto que arroja D'Hondt para un determinado escrutinio. Por ello, desarrollaremos y completaremos una estrategia que ya alumbró Gallagher (Gallagher, 1992): convertir las fórmulas con mecánica de divisor en fórmulas con mecánica de cuota y restos, cuyo arraigo intuitivo es considerablemente mayor. Tal conversión implica que cada sucesión de divisores efectúa un reparto mediante un precio por escaño (equivalente a la "cuota") y un criterio de redondeo (para los restos), siendo tal precio y tal criterio tales que reparten exactamente los M escaños puestos en juego, ni uno más ni uno menos.

El "Precio" se halla con la mecánica: es el último cociente de la tabla que recibe escaño (siempre que hayamos operado dejando las sucesiones en su estado original, sin multiplicar). El "Criterio de Redondeo" es el decimal que distingue a la sucesión. Si un partido iguala o supera con su resto tal decimal, redondeará hacia arriba. Así:

- Para Adams el decimal es 0, luego redondean hacia arriba todos los partidos (todo partido tiene, por definición, un resto igual o mayor que 0).
- Para Danés, es 0.333, luego redondean hacia arriba todos los partidos que tengan un decimal igual o superior a 0.333.
- Para Ste. Lagüe, es 0.5, luego redondean hacia arriba todos los partidos que tengan un decimal igual o superior a 0.5.
- Para Dos Tercios, es 0.666, luego redondean hacia arriba todos los partidos que tengan un decimal igual o superior a 0.666.
- Para D'Hondt, es 1, luego ningún partido redondea hacia arriba (por definición, ningún decimal puede ser mayor o igual que 1).

Podemos verificar tal interpretación con un ejemplo tomado de Ramírez (1991: 17). Dada una elección con M = 8, se obtienen los siguientes resultados:

Partido A	*Partido B*	*Partido C*	*Partido D*	*Partido E*	*Partido F*
227.340	75.600	54.000	27.000	24.840	23.220

1. En palabras de Ramírez: «en el caso de las fórmulas basadas en divisores no se ha hecho un estudio exhaustivo que relacione las proporciones exactas y la aproximación a que conducen dichas fórmulas» (Ramírez, 1991: 15). Penadés afirma que «en general, los estudios electorales desconocen la naturaleza de las fórmulas de divisores» (Penadés, 2000: 14).

Utilizaremos la sucesión anterior para explicar la mecánica de divisor. Se trata de la siguiente: [0,8, 1,8, 2,8, 3,8, 4,8, etc.]. Si aplicamos la mecánica de divisor habitual, el reparto se llevaría a cabo mediante la siguiente tabla:

"M"	*Sucesión 0,8*	*Partido A 227.340*	*Partido B 75.600*	*Partido C 54.000*	*Partido D 27.000*	*Partido E 24.840*	*Partido F 23.320*
1	0,8	**284.175**	**94.500**	**67.500**	33.750	31.050	29.150
2	1,8	**126.300**	**42.000**	30.000	15.000	13.800	12.955
3	2,8	**81.192**	27.000	19.285	9.642	8.871	8.328
4	3,8	**59.826**	19.894	14.210	7.105	6.536	6.136
5	4,8	**47.362**	15.750	11.250	5.625	5.175	4.858
6	5,8	39.196	13.034	9.310	4.655	4.282	4.020
7	6,8	33.432	11.117	7.941	3.970	3.652	3.429
8	7,8	29.146	9.692	6.923	3.461	3.184	2.989
Reparto:		5	2	1	—	—	—

Podemos "traducir" tal mecánica a nuestro patrón interpretativo:

- El "Precio por escaño" es 42.000, ya que éste es el cociente más pequeño de los M marcados, como se ve en la tabla (en negrita). Eso quiere decir que el precio de cada escaño va a ser de 42.000 votos (o que por cada 42.000 votos todo partido obtendrá un escaño).
- El "Criterio de Redondeo" de la sucesión "0,8" es 0,8.

Por lo tanto, si aplicamos ese "Precio por escaño" a los diferentes partidos y redondeamos con 0,8, obtendremos:

	Entre 42.000	*Escaños Iniciales*	*Resto*	*Criterio de Redondeo: ¿Supera 0,8?*	*Total*
Partido A 227.340 votos..................	5,41	5	0,41	NO	5
Partido B 75.600 votos	1,8	1	0,8	SÍ	2
Partido C 54.000 votos	1,28	1	0,28	NO	1
Partido D 27.000 votos	0,64	0	0,64	NO	—
Partido E 24.840 votos.....................	0,59	0	0,59	NO	—
Partido F 23.320 votos.....................	0,55	0	0,55	NO	—

El único partido que supera el criterio de 0,8 es el Partido B, luego redondea hacia arriba y obtiene dos escaños. Los demás redondean hacia abajo, ya que sus decimales en ningún caso son superiores o iguales a 0,8, y por tanto obtienen tan sólo sus números enteros de escaños. Como puede observarse, podemos convertir toda fórmula de divisor en una fórmula de cuota y restos. El ejemplo está construido para la sucesión "0.8", pero funciona con cualquier otra fórmula de divisor. A continuación lo verificaremos para los repartos con Adams, Ste. Lagüe y D'Hondt:

1. ADAMS: si aplicamos la mecánica, obtenemos:

"M"	*Adams*	*Partido A 227.340*	*Partido B 75.600*	*Partido C 54.000*	*Partido D 27.000*	*Partido E 24.840*	*Partido F 23.320*
1	0	INFINITO	INFINITO	INFINITO	INFINITO	INFINITO	INFINITO
2	1	227.340	75.600	54.000	27.000	24.840	23.320
3	2	113.670	37.800	27.000	13.500	12.420	11.660
4	3	75.780	25.200	18.000	9.000	8.280	7.773
5	4	56.835	18.900	13.500	6.750	6.210	5.830
6	5	45.468	15.120	10.800	5.400	4.968	4.664
7	6	37.890	12.600	9.000	4.500	4.140	3.887
8	7	32.477	10.800	7.714	3.857	3.549	3.331
Reparto:		3	1	1	1	1	1

- "Precio por escaño de la sucesión" = 113.670 votos.
- El "Criterio de Redondeo" de Adams es 0.
- Por tanto, lo que hace la sucesión es lo siguiente:

	Entre 113.670	*Escaños Iniciales*	*Resto*	*Criterio de Redondeo: ¿Supera o iguala 0?*	*TOTAL*
Partido A 227.340 votos	2,000	2	0	SÍ	3
Partido B 75.600 votos	0,332	0	0,332	SÍ	1
Partido C 54.000 votos	0,237	0	0,237	SÍ	1
Partido D 27.000 votos	0,118	0	0,118	SÍ	1
Partido E 24.840 votos	0,109	0	0,109	SÍ	1
Partido F 23.320 votos	0,102	0	0,102	SÍ	1

2. STE. LAGUË: si aplicamos la mecánica, obtenemos:

"M"	*Ste. Lague*	*Partido A 227.340*	*Partido B 75.600*	*Partido C 54.000*	*Partido D 27.000*	*Partido E 24.840*	*Partido F 23.320*
1	0,5	**454.680**	**151.200**	**108.000**	**54.000**	49.680	46.640
2	1,5	**151.560**	50.400	36.000	18.000	16.560	15.547
3	2,5	**90.936**	30.240	21.600	10.800	9.936	9.328
4	3,5	**64.954**	21.600	15.429	7.714	7.097	6.663
5	4,5	**50.520**	16.800	12.000	6.000	5.520	5.182
6	6,5	34.975	11.631	8.308	4.154	3.822	3.588
7	7,5	30.312	10.080	7.200	3.600	3.312	3.109
8	8,5	26.746	8.894	6.353	3.176	2.922	2.744
Reparto:		5	1	1	1	—	—

- El "Precio por escaño de la sucesión" = 50.520 votos.
- El "Criterio de Redondeo" de Ste. Lagüe es 0.5.
- Por tanto, lo que hace la sucesión es lo siguiente:

	Entre 50.520	*Escaños Iniciales*	*Resto*	*Criterio de Redondeo: ¿Supera o iguala 0,5?*	*TOTAL*
Partido A 227.340 votos..................	4,50	4	0.50	SÍ	5
Partido B 75.600 votos	1,49	1	0.49	NO	1
Partido C 54.000 votos	1,07	1	0.07	NO	1
Partido D 27.000 votos	0,53	0	0.53	SÍ	1
Partido E 24.840 votos....................	0,49	0	0.49	NO	—
Partido F 23.320 votos....................	0,46	0	0.46	NO	—

3. D'HONDT: si aplicamos la mecánica, obtenemos:

"M"	*Sucesión D'Hondt*	*Partido A 227.340*	*Partido B 75.600*	*Partido C 54.000*	*Partido D 27.000*	*Partido E 24.840*	*Partido F 23.320*
1	1	**227.340**	**75.600**	**54.000**	27.000	24.840	23.320
2	2	**113.670**	37.800	27.000	13.500	12.420	11.660
3	3	**75.780**	25.200	18.000	9.000	8.280	7.773
4	4	**56.835**	18.900	13.500	6.750	6.210	5.830
5	5	**45.468**	15.120	10.800	5.400	4.968	4.664
6	6	**37.890**	12.600	9.000	4.500	4.140	3.887
7	7	32.477	10.800	7.714	3.857	3.549	3.331
8	8	28.418	9.450	6.750	3.375	3.105	2.915
Reparto:		6	1	1	—	—	—

- "Precio por escaño de la sucesión" = 37.890 votos.
- El "Criterio de Redondeo" de D'Hondt es 1.
- Por tanto, lo que hace la sucesión es lo siguiente:

	Entre 37.890	*Escaños Iniciales*	*Resto*	*Criterio de Redondeo: ¿Supera o iguala 1?*	*TOTAL*
Partido A 227.340 votos..................	6	6	0,0	NO	6
Partido B 75.600 votos	1,99	1	0,99	NO	1
Partido C 54.000 votos	1,42	1	0,42	NO	1
Partido D 27.000 votos	0,71	0	0,71	NO	—
Partido E 24.840 votos....................	0,65	0	0,65	NO	—
Partido F 23.320 votos....................	0,61	0	0,61	NO	—

Como puede verse, los resultados coinciden. Para cualquier reparto llevado a cabo mediante una mecánica de divisor podemos, por tanto, elaborar una interpretación basada en el procedimiento de cuota y restos (o, en los términos que venimos utilizando, de "Precio por escaño de la sucesión" y "Criterio de Redondeo").

II.4. *Conclusiones*

Al explicar las fórmulas de divisor en términos de "precio por escaño" y "criterio de redondeo" se abren nuevas posibilidades de cara a la correcta comprensión del funcionamiento de todas las fórmulas. Podemos, gracias a ello, dejar a un lado las mecánicas de divisor (que inevitablemente arrastran una sensación de extrañeza y complejidad debida a la mencionada ausencia de sentido intuitivo que las caracteriza) y describir el funcionamiento de las fórmulas de una manera considerablemente más sencilla y clara que la habitual en los tratados al uso.

Como puede observarse, es fundamental dejar las sucesiones sin multiplicar, en su estado original (según la Teoría de los Precios). Con ello logramos dos cosas: en primer lugar, una inteligibilidad inmediata. Los precios son reales, por así decir: señalan efectivamente cuántos votos "cuesta" cada escaño en el reparto concreto que estemos analizando. En segundo lugar, y más importante de cara a la metodología científica, la teoría deviene sistemática: como veremos, gracias a los decimales el funcionamiento de las fórmulas puede cuantificarse y por tanto arrojar información inmediata con respecto a ciertas propiedades.

Ya hemos calculado los precios por escaño mediante los que reparten tres fórmulas: D'Hondt, Ste. Lagüe y Adams. Si calculamos además los precios de las otras seis fórmulas que venimos analizando (las cuatro de cuota y otras dos de divisor: Danés y Dos Tercios) obtenemos la siguiente tabla [2]:

Fórmula	*Precio por escaño*
Adams	113.670 votos
Danés	70.030 votos
Restos Mayores	54.013 votos
Ste. Lagüe	50.520 votos
Droop	48.011 votos
Dos Tercios	45.378 votos
Imperiali	43.210 votos
Imperiali Reforzada	39.282 votos
D'Hondt	37.890 votos

La conclusión que podemos alcanzar con respecto a todas las fórmulas proporcionales (sean de divisor o de cuota) incrementa nuestra comprensión de las mismas. Por debajo de la aparente complejidad del conjunto de fórmulas, en realidad el proceso es considerablemente sencillo: lo que hacen las diferentes fórmulas es encontrar diferentes "precios por escaño", unos mayores y otros menores. Esa es, en el fondo, toda la diferencia que presentan las unas conforme a las otras, independientemente de que sean "de cuota y restos" o "de divisor".

Porque además, en la práctica lo cierto es que el "criterio de redondeo" es indiferente: dado un "precio por escaño", da igual que redondeemos mediante el procedimiento de los restos mayores (como hacen las fórmulas de cuota) o que utilicemos como criterio un decimal concreto (como establecen las fórmulas de divisor): el resultado siempre será el mismo.

El motivo es que, dado un determinado precio, quedarán x escaños sin asignar. La única diferencia es que con Restos Mayores redondeamos los x mayores mientras que con las fórmulas de divisor el procedimiento consigue que sean exactamente x los partidos que superan con su resto el decimal marcado por el criterio de redondeo. En consecuencia, seguir uno u otro procedimiento para los restos no tiene ninguna consecuencia práctica: ambos arrojarán siempre idéntico resultado. La única diferencia significativa es el precio por escaño a partir del cual se procede al reparto.

A partir de esa breve comprensión del funcionamiento de las fórmulas podemos ampliar paulatinamente nuestro conocimiento sobre ellas. Además, una vez que hayamos sido capaces de establecer con claridad qué es lo que hace cada fórmula, podremos

2. Como hemos establecido, los precios se hallan con la mecánica habitual, que ahora ahorraremos al lector.

elaborar una clasificación rigurosa de todas y cada una de las fórmulas: de las propuestas y de las que podrían proponerse. Estaremos en condiciones de ofrecer, en conclusión, una teoría sistemática de las fórmulas electorales.

III. LA "REGLA LÓGICA": PRECIO MÍNIMO Y PRECIO MÁXIMO

Si todas las fórmulas se reducen a un funcionamiento basado en determinar un determinado precio por escaño, entonces podemos deducir la siguiente Regla Lógica: para cualquier resultado electoral dado ha de existir siempre y obligatoriamente un precio mínimo y un precio máximo, de tal manera que:

- Si repartimos con un precio mayor al máximo (si los escaños están muy caros) los partidos no podrán comprar muchos escaños, e incluso otorgando después un escaño a cada resto (es decir, un escaño a cada partido), no se alcanzará M. Por tanto, no se repartirán todos los escaños.
- Si repartimos con un precio menor al mínimo (si están muy baratos) muchos partidos podrán comprar escaños, e incluso aunque ningún escaño se adjudique por restos, se habrá excedido M. Es decir, se repartirán demasiados escaños.

¿Cuáles son tales precio mínimo y precio máximo? Son los que encuentran D'Hondt y Adams (Balinsky y Young, 1982: 57; Gallagher, 1992: 476).

Adams reparte mediante el precio por escaño más caro posible (de ser más caro, no se repartirían todos los escaños).

D'Hondt reparte mediante el precio por escaño más barato posible (de ser más barato, se repartirían más escaños que M).

Para el ejemplo que venimos aplicando, hemos visto que los precios que fijaban ambas fórmulas eran:

Adams........................	113.670 votos (Precio Máximo)
D'Hondt.....................	37.890 votos (Precio Mínimo)

Podemos comprobar que la Regla Lógica enunciada se cumple:

- Adams funciona con el mayor precio posible, que es de 113.670 votos. Si lo excedemos y fijamos el precio de cada escaño en 113.700 votos, por ejemplo, entonces A recibe 2 escaños y el resto de partidos 1 escaño. Es decir: 7 escaños en total. En otras palabras: no podemos repartir 8 escaños (que son los que hay en juego) sino menos.

- D'Hondt encuentra el menor precio posible. Supongamos que abaratamos el escaño más que tal fórmula y lo fijamos en 37.800 [3] votos. Entonces resulta que repartimos más escaños que los 8 que se están repartiendo. En concreto, el resultado sería que A consigue 6 escaños, B logra 2 y C 1. En consecuencia, se reparten 9 escaños.

Parece, por tanto, que han de existir necesariamente un precio máximo y un precio mínimo, y que son los que hallan D'Hondt y Adams.

IV. SE AMPLÍA LA TEORÍA

En la Literatura Electoral existe la siguiente fórmula de divisor: 0.5, 1.5, 2.5, 3.5, etc. Como sabemos se denomina "Ste. Lagüe". Ahora bien, ¿existe la sucesión 0.7, 1.7, 2.7, 3.7, etc.? La respuesta es no. ¿Por qué? Es un buen interrogante. De la misma manera, existe una fórmula de cuota que utiliza T/M+1. Se denomina "Droop". ¿Existe otra que utilice, por ejemplo, T/M+1.75? De nuevo, hemos de señalar que no. ¿Por qué?

La respuesta es relativamente sencilla: las posibilidades son infinitas. Todo se reduce a delimitar un precio de escaño y, dado que el precio admite decimales, la gama es, en efecto, infinita. Puesto que también somos conscientes de que hay un precio máximo y otro mínimo, entonces se desprende que, para cualquier resultado, podemos construir una fórmula *ad hoc* que establezca como precio del escaño el que nosotros queramos, siempre que se sitúe entre tal mínimo y tal máximo.

Para el ejemplo que venimos utilizando, tales límites son, como hemos visto, 113.700 y 37.800 votos. ¿Podemos construir una fórmula que nos permita operar con un precio de, por ejemplo, 47.457 votos? Por supuesto. Podemos elegir tanto una fórmula de cuota como una de divisor. Son estas:

- La de divisor sería la siguiente: 0.59, 1.59, 2.59, 3.59, etc.
- La de cuota sería T/M+1.088.

El lector puede comprobar que, en efecto, ambas fórmulas funcionan aplicando un precio de 47.457 votos. Uno podría preguntarse: si las fórmulas son infinitas, ¿a qué es debido que en los manuales al uso se establezcan sólo unas pocas de ellas? No podemos responder a eso, pero sí podemos asegurar que en buena medida las fórmulas estándar de la Literatura Electoral no son más que determinadas posibilidades, elevadas a rango de "fórmulas" de manera hasta cierto punto arbitraria.

3. En realidad, el "menor precio posible" no lo marca tanto el cociente que, en la mecánica, recibe el último escaño, sino más bien el siguiente cociente que recibiría escaño en caso de ofertarse uno más. El "menor precio" no es así una cuota fija, sino una gama de precios, todos los cuales dan el mismo resultado. En nuestro ejemplo, cualquier precio por escaño situado entre 37.890 y 37.800 arrojará el resultado que arroja D'Hondt. Si el precio es inferior a 37.800, sin embargo, se repartirán más escaños que M.

Lo que intentaremos ahora será eliminar tal arbitrariedad. Para ello construiremos más fórmulas, de tal manera que se cubra todo el campo de posibilidades. Así formulado, tal objetivo es imposible, puesto que tales posibilidades son infinitas. De lo que se tratará más bien es, entonces, de construir las fórmulas más significativas. Aquellas que, de alguna manera, puedan representar a todo el objeto de estudio [4].

En cuanto a las fórmulas de divisor, podemos añadir a las fórmulas examinadas hasta ahora otras nuevas, de tal manera que centraremos nuestro estudio en estas:

1er divisor	*2º divisor*	*3er divisor*	*4º divisor*	*5º divisor*		*Nombre*
0	1	2	3	4	Etc.	Adams
0,1	1,1	2,1	3,1	4,1	Etc.	"0,1"
0,2	1,2	2,2	3,2	4,2	Etc.	"0,2"
0,33	1,33	2,33	3,33	4,33	Etc.	Danés
0,4	1,4	2,4	3,4	4,4	Etc.	"0,4"
0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	Etc.	"Ste. Laguë"
0,66	1,66	2,66	3,66	4,66	Etc.	Dos tercios
0,7	1,7	2,7	3,7	4,7	Etc.	"0,7"
0,8	1,8	2,8	3,8	4,8	Etc.	"0,8"
0,9	1,9	2,9	3,9	4,9	Etc.	"0,9"
1	2	3	4	5	Etc.	D'Hondt

Es sencillo ver qué estamos haciendo: las sucesiones diseñadas reflejan las posibilidades básicas (los decimales, si se quiere) existentes entre 0 y 1. Perseguimos así que el conjunto sea hasta cierto punto representativo de las infinitas posibilidades que existen entre D'Hondt y Adams, que como hemos establecido marcan los límites máximo y mínimo.

Se aprecia de nuevo la necesidad de mantener las sucesiones en su estado original, y no multiplicadas. Se vislumbra así la sistematicidad de la teoría. Además, tal multiplicación puede empujar (y de hecho ha empujado, como veremos) a confusiones de bastante calado si no se explicita convenientemente.

Con respecto a las fórmulas de cuota, venimos analizando las siguientes:

- Restos Mayores: T/M
- Droop: T/M+1
- Imperiali: T/M+2
- Imperiali Reforzada T/M+3

4. Es importante señalar que lo que perseguimos con esta "ampliación" no es incluir otras fórmulas ya diseñadas en la Literatura pero que hasta ahora hemos ignorado (Ste. Laguë Modificada, Hill, Hagenbach-Bischoff, etc.). De momento no pretendemos ocuparnos de las fórmulas habituales en los manuales al uso. Tales manuales recogen normalmente tan sólo las fórmulas que se han utilizado alguna vez, es decir, aquellas que tienen un referente empírico. Por el contrario, lo que aquí perseguimos es introducir nuevas fórmulas con las que se cubra todo el espacio teórico posible entre los precios máximo y mínimo, tanto para la mecánica de divisor como para la de cuota. Véase, no obstante, la nota 12 en relación a las otras fórmulas de la Literatura.

Podemos ver que todas se limitan a reducir la cuota T/M (que sería la Cuota Natural). Es decir, funcionan reduciendo paulatinamente el precio por escaño. Sin embargo, aunque no se hayan propuesto, tendrían el mismo fundamento fórmulas que aumentaran la cuota:

- T/M-1 La denominaremos “Droop Inversa” [5]
- T/M-2 Sería “Imperiali Inversa”
- T/M-3 Sería “Imperiali Reforzada Inversa”

En conclusión, las nuevas fórmulas introducidas nos permiten, hasta cierto punto, cubrir todo el espacio (infinito) situado entre las cuotas máxima y mínima. Gráficamente:

Fórmulas de divisor		*Fórmulas de cuota*	
Nombre	*1er Divisor*	*Nombre*	*Cuota*
Adams	0		
0,1	0,1		
0,2	0,2	Imp. Ref. Inversa	T/M-3
Danés	0,33	Imp. Inversa	T/M-2
0,4	0,4	Droop Inversa	T/M-1
Ste. Lagüe	0,5	**R. Mayores**	T/M
Dos Tercios	0,66	**Dropp**	T/M+1
0,7	0,7	**Imperiali**	T/M+2
0,8	0,8	**Imperiali Ref.**	T/M+3
0,9	0,9		
D’Hondt	1		

Obsérvese que, normalmente, en la Literatura Electoral ocurre que: a) sólo se analizan las fórmulas cuyo nombre aparece en negrita en la tabla; b) no se sitúan las fórmulas en una misma escala unívoca; y c) algunas fórmulas se presentan con las sucesiones numéricas multiplicadas. Frente a todo ello, nuestro análisis parece tornarse, cuanto menos, más completo y menos confuso.

Por lo demás, comprobaremos ahora lo establecido sobre el “patrón uniforme”. Si todas las fórmulas imponen un determinado precio de escaño, podemos calcular qué precio concreto encuentra cada una de las fórmulas expuestas para el ejemplo en el que nos venimos basando. Son estos:

5. Penadés sí plantea, por su “notable interés teórico”, esta posibilidad, a la que denomina “Cuota Larga” (Penadés, 2000: 63).

Fórmula		*Precio*
De divisor	*De cuota*	
Adams		113.670 votos
01		108.257 votos
02		103.336 votos
	Imp. reforzada inversa	86.420 votos
	Imperiali inversa	72.017 votos
Danés		70.030 votos
04		66.865 votos
	Droop inversa	61.729 votos
	Restos mayores	54.013 votos
Ste. Lagüe		50.520 votos
Droop		48.011 votos
Dos Tercios		45.378 votos
0,7		44.471 votos
	Imperiali	43.210 votos
0,8		42.000 votos
0,9		39.789 votos
	Imperiali reforzada	39.282 votos
D'Hondt		37.890 votos

Como venimos haciendo, hemos ahorrado al lector la verificación (con la mecánica estándar) de que, en efecto, los precios son esos y no otros, aunque tal extremo puede comprobarse siempre y en todo caso. Más allá de eso: ¿qué consecuencias tiene repartir mediante un precio alto o mediante uno bajo?

V. LA "REGLA DE ORO": EL PRECIO Y EL SESGO

La regla lógica, con sus precios máximo y mínimo (y la infinita gama de precios intermedios), tiene una influencia nada desdeñable sobre el sesgo de las diferentes fórmulas. Por "sesgo" hemos de entender la capacidad que tiene una determinada fórmula de beneficiar a los partidos grandes o a los partidos pequeños [6].

Podemos apreciar el sesgo de las diferentes fórmulas en los repartos que originarían las mismas para el ejemplo que venimos utilizando. Hasta ahora sólo hemos reseñado el precio por escaño que encontraba cada una de ellas. Si señalamos también el reparto de escaños correspondiente a cada una, obtenemos (véase página siguiente):

Podemos observar que la Regla Lógica (del Precio) puede transformarse en la Regla de Oro (del Sesgo) de las diferentes fórmulas. Tal Regla de Oro puede enunciarse así: cuanto más caro, mejor para los pequeños; cuanto más barato, mejor para

6. Tal definición será suficiente para los objetivos del presente artículo. Un tratamiento más elaborado de la noción de sesgo en Schuster *et. al.*, 2003.

Fórmula	*Precio*	*Reparto*					
		A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
Adams	113.670 votos	3	1	1	1	1	1
01	108.257 votos	3	1	1	1	1	1
0.2	103.336 votos	3	1	1	1	1	1
Imp. reforzada inversa	86.420 votos	3	1	1	1	1	1
Imperiali inversa	72.017 votos	3	1	1	1	1	1
Danés	70.030 votos	3	1	1	1	1	1
04	66.865 votos	4	1	1	1	1	—
Droop inversa	61.729 votos	4	1	1	1	1	—
Restos mayores	54.013 votos	4	1	1	1	1	—
Ste. Lagüe	50.520 votos	5	1	1	1	—	—
Droop	48.011 votos	5	2	1	—	—	—
Dos Tercios	45.378 votos	5	2	1	—	—	—
0,7	44.471 votos	5	2	1	—	—	—
Imperiali	43.210 votos	5	2	1	—	—	—
0,8	42.000 votos	5	2	1	—	—	—
0,9	39.789 votos	5	2	1	—	—	—
Imperiali reforzada	39.282 votos	5	2	1	—	—	—
D'Hondt	37.890 votos	6	2	—	—	—	—

los grandes [7]. Como se ha señalado, esta pauta resulta a primera vista contraintuitiva (Gallagher, 1992: 472; Lijphart, 1994: 220; Penadés, 2000: 65). En efecto, a priori la intuición nos dice que si abaratamos el precio de los escaños, un partido pequeño tendrá más posibilidades de conseguir al menos uno. Sin embargo, también sucede que un partido grande tendrá ahora más escaños (al estar más baratos, podrá adquirir más) que los que tenía antes. El proceso suele acabar con el resultado de que los partidos grandes acaparan todos los escaños antes de que el precio disminuya lo suficiente como para que algún partido pequeño obtenga un escaño. Así, nuestra intuición inicial se viene abajo: lo cierto es que bajar el precio es la mejor estrategia para beneficiar a los grandes.

La posibilidad de que un partido pequeño obtenga escaño no descansa tanto en el precio como en los restos. Si aumentamos mucho el precio los partidos grandes no pueden comprar muchos escaños. En consecuencia, quedan muchos escaños para adjudicar por restos. Y aquí se han de tener en cuenta dos cosas. Primera: todo partido, por muy pequeño que sea, siempre representará un resto. Segunda: los restos se atribuyen de mayor a menor, con independencia de cuánto mayor sea un partido respecto a otro. A cada resto le corresponderá, como mucho, un escaño. Así, si una fórmula funciona aumentando mucho el precio, obtenemos que:

7. La Regla de Oro del sesgo es perfectamente compatible con la regla *Micormega* de Colomer: «que el grande prefiera lo pequeño y el pequeño prefiera lo grande» (Colomer, 2004a: 90). Informalmente descrita, la Regla de Oro se halla en Taagapera y Shugart, 1989: 31; Gallagher, 1992 y Lijphart, 1994. Desarrollada matemáticamente, en Balinsky y Young, 1982 y Penadés, 2000.

- Por un lado, los partidos grandes no obtienen muchos escaños enteros (no pueden comprar muchos porque están caros), por lo que quedan muchos escaños para ser adjudicados por los restos.
- Por otro, para otorgar los escaños por restos ya no importa el tamaño de cada resto, sino más bien el orden: si quedan cuatro escaños para otorgar por restos los conseguirán los cuatro partidos con mayor resto (da igual que el primero de tales restos resulte ser quince veces mayor que el cuarto: ambos recibirán lo mismo, un escaño).

Lo veremos más claro con un ejemplo: 100 votos, 10 escaños y los siguientes resultados:

Partido A	63 votos
Partido B	19 votos
Partido C	17 votos
Partido D	1 voto

Dado que D'Hondt y Adams marcan los límites, veamos qué resultados arrojarían:

	A	*B*	*C*	*D*
Adams	5	2	2	1
D'Hondt	7	2	1	—

Resulta obvio que es Adams quien beneficia a los pequeños y D'Hondt quien hace lo propio con los grandes. En términos de precios tenemos que:

- D'Hondt encuentra el menor precio posible que asigna los M escaños sin tomar en consideración ningún resto. Ese precio es de 8.625 votos (como sabemos, se halla con la mecánica). Con tal precio, obtenemos:

  - ♦ Partido A 7.30 escaños 7
  - ♦ Partido B 2.20 escaños 2
  - ♦ Partido C 1.97 escaños 1
  - ♦ Partido D 0.11 escaños —

Podemos observar que los restos no intervienen para nada. Al encontrar el precio más pequeño que reparte sin restos, D'Hondt beneficia a los grandes, puesto que los pequeños no alcanzan tal precio y, además, su resto no es tenido en cuenta.

• Adams encuentra siempre el mayor precio posible que asigne los M escaños teniendo en cuenta todos los restos. Tal precio es en este caso de 15.75 votos. Obtenemos:

♦ Partido A 4.00 escaños 5
♦ Partido B 1.20 escaños 2
♦ Partido C 1.07 escaños 2
♦ Partido D 0.06 escaños 1

Al aumentar al máximo el precio, Adams beneficia a los pequeños. No consiguen escaños enteros, pero el precio es tan alto que los partidos grandes tampoco consiguen muchos. Por tanto, quedan muchos escaños por adjudicar (en el ejemplo, cuatro). En estos intervienen los restos, y basta cualquier resto para obtener escaño (incluso un resto de 0.0 es suficiente, como se observa para el partido A).

Podemos relacionar gráficamente la regla lógica y sus efectos sobre el sesgo. Obtenemos:

Fórmulas de divisor	*Precio*	*Sesgo*	*Fórmulas de cuota*
Adams		Pequeños	
0.1			
0.2			Imp. Ref. inversa
Danés			Imp. inversa
0.4			Droop inversa
Ste. Lagüe			R. Mayores
Dos tercios			Dropp
0.7			Imperiali
0.8			Imperiali ref.
0.9			
D'Hondt		Grandes	

Siquiera de manera meramente inductiva, esta pauta de las diferentes fórmulas (de divisor y de cuota) con respecto al sesgo fue observada hace mucho tiempo. Como hemos visto, guarda una lógica interna en relación con su funcionamiento matemático y ha sido, desde luego, señalada en incontables ocasiones.

Sin embargo, la cuestión del sesgo de las fórmulas no acaba de ser aclarada por la Literatura Electoral con la precisión necesaria. A pesar de que es un hecho matemáticamente demostrado, y por tanto debería considerarse absolutamente incontrovertible, lo cierto es que el tema no se enfoca todavía con la firmeza y la concisión que merecerían cuestiones, como estas, estrictamente matemáticas. Las inexactitudes pueden dividirse en dos grandes grupos:

V.1. *Afirmaciones erróneas*

Incluso a día de hoy existen autores que sencillamente niegan que las fórmulas estén sesgadas. Son probablemente una minoría, pero su existencia revela hasta qué punto la Ciencia Política no ha aclarado con nitidez el funcionamiento de las fórmulas. Alfonso Fernández-Miranda Campoamor, por ejemplo, afirma que la fórmula D'Hondt es «absolutamente neutral, por aleatoria e impredecible. Es decir, a priori, no perjudica ni beneficia a nadie; a posteriori, sus mayores o menores beneficios favorecerán o perjudicarán en función de algo tan externo e incontrolable por la propia fórmula como son los cambios coyunturales de la voluntad del electorado» (Fernández-Miranda, 2001: 23). Esta afirmación vuelve a defenderse en 2003, en un manual universitario. En él se afirma de D'Hondt que «sus efectos de premio y castigo son **aleatorios, imprevisibles a priori y políticamente neutrales**. Puede castigar o premiar a las minorías o a la mayoría» (Fernández-Miranda, 2003: 122-124, negrita en el original).

A pesar de que, como venimos sosteniendo, el sesgo de las fórmulas es un hecho matemático que no debería ocasionar polémica alguna, si sigue poniéndose en duda ello denota que la cuestión no se plantea en sus justos términos. Quienes lo niegan proceden siempre mediante argumentaciones *ad hoc* (es decir: basadas en escrutinios concretos, reales o construidos para la ocasión) y no en un conocimiento matemático sistemático del funcionamiento de las fórmulas. Y lo inquietante es que, sin tal conocimiento, tales explicaciones y planteamientos casuísticos (que abundan en la literatura electoral) resultan no sólo plausibles sino convincentes. Precisamente por ello consideramos fundamental desenmascarar las falacias que les sirven de base.

Fernández-Miranda defiende la neutralidad de D'Hondt de dos maneras. Para la primera de ellas construye el siguiente ejemplo, con M = 3:

Escrutinio 1	
Partido A................................	40% de los votos
Partido B................................	30% de los votos
Partido C................................	19% de los votos
(Otros partidos irrelevantes: 11% de los votos)	

D'Hondt repartiría 2-1-0. En consecuencia, el Partido A estaría claramente beneficiado. Sin embargo, alega Fernández-Miranda, basta una pequeña variación en la votación (supongamos que un 0.7% de los votantes retiran su voto al Partido A y se lo conceden a C) para que el escrutinio fuera:

Escrutinio 2	
Partido A................................	39,3% de los votos
Partido B................................	30% de los votos
Partido C................................	19,7% de los votos
(Otros partidos irrelevantes: 11% de los votos)	

Ahora el reparto con D'Hondt es 1-1-1. Por tanto, «el gran beneficiado es la minoría (C), cuyo escaño le ha costado el 19,7%; perjudicado, pero menos, es la lista B, que con el 30% de los votos obtiene también un solo escaño. La descompensación absoluta se produce en la lista A, a la que su escaño le ha costado nada menos que el 39,3% de los votos. Acaso este ejemplo sirva para ratificar lo ya afirmado, que la fórmula D'Hondt es una fórmula políticamente neutral y que sus distorsiones potenciales son aleatorias e imprevisibles» (Fernández-Miranda, 2001: 25).

Aunque pueda resultar convincente a primera vista, esta argumentación se basa en un despropósito metodológico. Lo que se hace es presentar un ejemplo particular (el que acabamos de describir) y extraer, sin mayores precauciones, una consecuencia universal (D'Hondt no está sesgada). El proceder es igual de consistente que presentar a un superviviente de un naufragio y concluir que los naufragios no son peligrosos.

¿Cuál sería la metodología correcta desde un punto de vista científico? ¿Cómo se ha de comprobar de un modo congruente si una determinada fórmula (D'Hondt, en nuestro caso) está o no sesgada? Habrá que comparar, dado un escrutinio concreto, el reparto D'Hondt con los de las otras fórmulas. Porque cuando se afirma que D'Hondt beneficia a los partidos grandes no se quiere dar a entender que siempre y necesariamente el mayor partido va a encontrarse sobrerrepresentado. Lo que se afirma es que, de entre todas las fórmulas proporcionales, D'Hondt está claramente sesgada hacia los partidos grandes. Por ello se tratará de comparar los resultados de D'Hondt con los de las otras fórmulas. Y, obviamente, sólo podremos extraer conclusiones si los repartos originados por las diferentes fórmulas son distintos. Así, si aplicamos las distintas fórmulas a los dos escrutinios que construye Fernández-Miranda, obtenemos los siguientes resultados (véase página siguiente) [8]:

La percepción ahora es considerablemente distinta, y no deja lugar a dudas: D'Hondt beneficia a los partidos grandes. Pero tal extremo sólo lo podemos verificar en el escrutinio 1. Porque no estamos afirmando que, siempre y en abstracto, el partido mayor se vaya a ver beneficiado, sino más bien que, si hay alguna posibilidad (dentro del campo de la proporcionalidad, que es el de las fórmulas) de primar a los grandes, D'Hondt siempre tornará real tal posibilidad.

8. Para no recargar demasiado la argumentación, incluiremos en la comparación únicamente las fórmulas de divisor. Sobra decir que si incluyéramos también las de cuota las conclusiones serían por completo equivalentes.

Fórmula	*Escrutinio 1*			*Escrutinio 2*		
	A	*B*	*C*	*A*	*B*	*C*
ADAMS	1	1	1	1	1	1
01	1	1	1	1	1	1
02	1	1	1	1	1	1
DANÉS	1	1	1	1	1	1
04	1	1	1	1	1	1
Ste. Lagüe	1	1	1	1	1	1
Dos Tercios	1	1	1	1	1	1
0,7	1	1	1	1	1	1
0,8	1	1	1	1	1	1
0,9	1	1	1	1	1	1
D'HONDT	2	1	—	1	1	1

Es decir, que si para un mismo escrutinio fórmulas diferentes implican resultados diferentes, entonces podemos afirmar que siempre y necesariamente D'Hondt arrojará un reparto sesgado hacia los grandes (y Adams a los pequeños, y entre ambas fórmulas observaremos una variación uniforme y regular de los repartos en ese sentido, tal y como ocurre en el ejemplo que abría este epígrafe). Esta es una ley universal bajo la cual subyace un fundamento matemático, y por lo tanto no parece posible objetar un solo contraejemplo, ni real ni ficticio.

La segunda línea argumentativa de Fernández-Miranda consiste en un equívoco no tanto metodológico como lógico-deductivo. Según él, la neutralidad de D'Hondt puede «formularse con más rigor en los siguientes términos: [con D'Hondt] la candidatura más beneficiada es siempre la que obtiene el último escaño [...]. Se comprenderá, pues, la imposibilidad de prever a priori si el beneficiado va a ser la mayoría, la minoría intermedia o la minoría más débil. De hecho, los partidos minoritarios [...] en no pocas ocasiones fueron los más favorecidos, obteniendo el último escaño y la mayor sobreprima» (Fernández-Miranda, 2003: 122).

Esta argumentación es sencillamente errónea. Primero: el último partido en recibir escaño es el más beneficiado, cierto, pero con D'Hondt... y con todas las fórmulas. Desconocer tal extremo sólo se explica si se ignora el funcionamiento de las diferentes fórmulas. Segundo: deducir de ahí que por tanto D'Hondt es aleatorio no se sostiene. No hay ninguna lógica en tal conclusión, es un *non sequitur* sin fundamento alguno. Obsérvese que la argumentación es: D'Hondt beneficia al último partido en recibir escaño, luego es imprevisible y neutral. Pero, bien mirado, no existe ninguna ilación lógica, necesaria o evidente entre una cosa y otra: con D'Hondt los últimos partidos en recibir escaño serán en más ocasiones los grandes, y con Adams, los pequeños.

Repetimos que las argumentaciones de Fernández-Miranda son importantes porque desvelan el desconocimiento del funcionamiento de las fórmulas electorales por buena parte de la Ciencia Política [9]. Tal desconocimiento no se asume como tal, sino que se sustituye por argumentaciones confusas en el plano lógico-deductivo (conceptual) y por conclusiones inductivas metodológicamente deficientes. Aunque volveremos sobre los errores de la disciplina al respecto, podemos afirmar que la cuestión del sesgo de las fórmulas es tanto una evidencia empírica (que podremos extraer sólo cuando procedamos a un estudio de toda la gama de posibilidades y a una aplicación rigurosa del método inductivo) como una implicación lógica (que podremos deducir sólo a partir de un conocimiento sólido del funcionamiento de las fórmulas), y que en consecuencia no debería ponerse en tela de juicio [10].

V.2. *Impresiones parciales*

Como hemos establecido, las tesis que niegan el sesgo de las fórmulas son minoritarias. Sin embargo, la confusión que denunciaremos ahora está bastante extendida, por no decir que goza de algo muy cercano al consenso entre los especialistas en sistemas electorales. Se trata de la constante afirmación de que Ste. Lagüe y Restos Mayores «benefician a los partidos pequeños» [Rae (1967: 35), Lakeman (1970: 95), Carreras y Vallés (1977: 82), Newland (1982: 205), Lijphart (1986: 178), Nohlen (1995: 73), Lijphart (1995: 111)]. Esta extendida conclusión se desprende de algo tan sencillo como lo siguiente: no se tiene en cuenta todo el conjunto de fórmulas.

Se trata, en efecto, de una mera cuestión de perspectiva. Si entendemos que el conjunto descrito por la expresión “fórmulas proporcionales” tan sólo viene referido a cuatro o cinco fórmulas (Restos Mayores, Ste. Laguë, Droop, D’Hondt, Imperiali) es del todo cierto que las dos primeras benefician a los pequeños en comparación con las dos últimas. Pero cuando se toma en consideración toda la teoría, sin embargo, la perspectiva es otra: la fórmula Adams beneficia a los pequeños, la fórmula D’Hondt a los grandes y Restos Mayores y Ste. Laguë se sitúan en medio y en todo caso son insesgadas, tal y como evidencian todos los estudios matemáticos rigurosos (Balinsky y Young, 1982; Ramírez, 1991; Márquez García, 1997; Penadés, 2000).

9. Álvarez-Miranda (que es un jurista) no hace, por supuesto, más que beber de tal confusión (probablemente de Nohlen, 1995: 83 y ss.), no *crearla*. Pero sus afirmaciones no serían posibles sin un grado de desconcierto considerable por parte de la Ciencia Política, que es la que debe nutrir de un conocimiento efectivo sobre estas cuestiones a otras disciplinas. Insistimos en ello en el apartado VI.2.

10. Cuestión muy diferente es la de la incidencia de la fórmula, aisladamente considerada, en la proporcionalidad de los resultados. Como es sabido, la fórmula juega un papel absolutamente menor en comparación con M. Ése, sin embargo, es un asunto por completo distinto al que persigue dilucidar este artículo.

V.3. *Conclusiones*

No debería dudarse de que las fórmulas están sesgadas y de que su comportamiento con respecto al sesgo obedece a una explicación sencilla: todo dependerá del precio que la fórmula marque. Si éste es barato, beneficiará a los grandes, si es caro, a los pequeños. Eso no significa, sin embargo, que el reparto vaya a verse afectado por el sesgo siempre. En muchas ocasiones, todas las fórmulas arrojarán idéntico resultado. El sesgo sólo es verificable en caso de que los resultados hallados por las diferentes fórmulas difieran.

Este conocimiento preciso del funcionamiento de las fórmulas nos permitirá elaborar una teoría sistemática de las mismas, con su nomenclatura correspondiente, así como adelantar una crítica a la teoría anterior, a nuestro juicio considerablemente caótica en muchos aspectos [11].

VI. HACIA UNA TEORÍA SISTEMÁTICA

VI.1. *Una nueva terminología*

Dado que la teoría que hemos dibujado hasta ahora parece poner un poco de orden en el laberinto conceptual que caracteriza a parte de la doctrina en su estudio de las fórmulas proporcionales, propondremos como correlato de la misma una nomenclatura que refleje adecuadamente las conclusiones alcanzadas. La terminología al uso resulta presa de un caos considerable, y hasta cierto punto basta atender a la elevada cantidad de nombres propuestos para una misma fórmula para deducir que la sistematicidad y la exactitud propias de todo conocimiento científico brillan por su ausencia.

VI.1.1. Nomenclatura de las fórmulas de divisor

En la siguiente tabla se presentan las diferentes fórmulas de divisor y la nomenclatura utilizada hasta ahora para las mismas. En ella se incluyen (o se intentan incluir) todos los nombres y presentaciones propuestas en la Literatura Electoral. Aparecen también fórmulas muy citadas en los manuales de las que no nos hemos podido ocupar por falta de espacio, como acabamos de ver en la nota 12. En la primera columna detallamos la sucesión original. En la segunda, la sucesión habitual en los manuales electorales y el multiplicador utilizado (en su caso). En la tercera, los nombres utilizados.

11. Por desgracia, las limitaciones de espacio inherentes a un artículo de este tipo nos obligan a presentar incompleta la teoría. Dos aspectos, en especial, quedan sin analizar. En primer lugar, las diferencias existentes entre las dos mecánicas (la de cuota y la de divisor), muy en especial con respecto al sesgo. En segundo lugar, cuatro fórmulas de divisor habitualmente citadas en la literatura: Dean, Hill, Ste. Lagüe Modificada e Imperiali de Divisor. El lector interesado podrá ampliar la información en Penadés, 2000 y Urdánoz, 2006.

Sucesión					*Modificada*	*Nombres recibidos*
0	1	2	3	Etc.		Adams Menores Divisores
0	1.33	2.40	3.42	Etc.		Dean Media Armónica
0	1.41	2.44	3.46	Etc.		Hill, Huntington, Proporciones Iguales, Media Geométrica
0,3	1.3	2.3	3.3	Etc.	(× 3) [1, 4, 7, 11...]	Danés
0,5	1.5	2.5	3.5	Etc.	(× 2) [1, 3, 5, 7...]	Webster, Wilcox, Ste. Laguë, Media Mayor de Ste. Laguë, Sistema del Número Impar, Mayores Fracciones, Media Aritmética
0,7	1.5	2.5	3.5	Etc.	(× 2) [1.4, 3, 5, 7...]	Ste. Laguë Modificado, Igualado.
0,6	1.6	2.6	3.6	Etc.	(× 3) [2, 5, 8, 11...]	Dos Tercios
1	2	3	4	Etc.		Jefferson, D'Hondt, Media Mayor, Media mayor de D'Hondt, Mayores Divisores, Cifra Repartidora, Bader Oler.
2	3	4	5	Etc.		Imperiali Divisor

Puede observarse que las tendencias dominantes a la hora de "bautizar" las fórmulas de divisor han sido dos: utilizar el nombre del inventor correspondiente, o adoptar un vocablo que tenga alguna relación matemática con la fórmula a que hace referencia. Con respecto a los inventores no reina el acuerdo. La razón es que ha habido dos tradiciones en el estudio de las diferentes fórmulas, la norteamericana y la europea, y cada una de ellas tiene sus propios autores, por lo que cada fórmula es denominada de una manera diferente según nos circunscribamos a uno u otro ámbito. La primacía de los descubrimientos corresponde sin lugar a dudas a Estados Unidos: en Europa las diferentes fórmulas tan sólo se "inventarían" un siglo más tarde. Por ello, de adoptarse el nombre del inventor, deberíamos cambiar todas las denominaciones y adoptar las utilizadas en EE UU [12].

Dentro de la tradición matemática, por otra parte, tampoco ha habido consenso en lo relativo a la terminología. La razón es que las fórmulas no se han examinado desde un punto de vista matemático unívoco: dado que podemos describirlas mediante los divi-

12. Fue en efecto en los Estados Unidos dónde se inició el estudio de la proporcionalidad y donde se inventaron las diferentes fórmulas. Al establecer la Constitución americana la obligación de repartir entre los estados de la Unión los escaños que cada uno de estos ha de elegir para el Congreso de una manera proporcional a sus respectivas poblaciones, los teóricos y matemáticos estadounidenses se enfrentaron al problema mucho antes (siglo XVIII) de que siquiera se planteara la cuestión en Europa (finales del XIX). Debido a ello, todas las

sores, o mediante el criterio de redondeo que les corresponde, o mediante la cuota que implican, etc., no ha habido una orientación unificadora común.

A todo lo cual se ha de añadir que no sólo no hay acuerdo en la nomenclatura empleada, sino que, más grave, la presentación matemática de las fórmulas de divisor es a veces confusa: por ejemplo, presentar Danés como la sucesión [1, 4, 7, 11, etc.] y no como [0.3, 1.3, 2.3, 3.3, etc.]. Como venimos diciendo, resulta crucial mantener las sucesiones en su estado original: se vislumbra así adecuadamente en qué lugar de la escala del sesgo se sitúa cada fórmula y la teoría adquiere cierta sistematicidad. Además, la justificación ofertada para modificar las sucesiones (eliminar los decimales y facilitar el cálculo) ha quedado del todo obsoleta actualmente.

Como puede verse, existen hasta siete nombres para una misma fórmula. Para evitar semejante confusión, propondremos una nomenclatura alternativa. De entre las dos tendencias apuntadas (inventor o propiedad matemática), la primera ha de descartarse: denominar a una fórmula con un nombre propio, como por ejemplo "D'Hondt", no ilumina ninguna propiedad de tal fórmula. Por tanto, utilizaremos alguna característica matemática que describa el funcionamiento de cada método. Dentro de las posibilidades, parece obvio elegir como rasgo distintivo de cada fórmula el decimal que la caracteriza. En vez de hablar de la fórmula "Danés", por ejemplo, hablaremos de la fórmula "Precio 0.3". La razón es sencilla: tal expresión inmediatamente ha de interpretarse como "la fórmula que encuentra un precio por escaño tal que, redondeando los decimales superiores a 0.333, reparte todos los escaños". Así, obtenemos las siguientes denominaciones (véase página siguiente):

Podemos observar que, del primer grupo, tres fórmulas no reciben una denominación numérica:

- Con respecto a D'Hondt y Adams, hemos preferido "Precio Mínimo" y "Precio Máximo" (y no "Precio 1" y "Precio 0") por razones obvias: dado que ambas señalan los límites establecidos por la Regla Lógica, las denominaciones propuestas ofrecen tal información.
- Con respecto a Ste. Laguë, la denominamos "Precio Medio" (y no "Precio 0.5") porque matemáticamente se sitúa en el medio de los infinitos precios posibles entre en mínimo y el máximo y porque, además, goza de una preponderancia evidente en los estudios electorales desde un punto de vista histórico.

fórmulas proporcionales que en Europa se "descubrirían" entre los siglos XIX y XX ya habían sido previamente propuestas (y algunas utilizadas) en Estados Unidos a finales del siglo XVII y a lo largo del XVIII. El método Adams recibe el nombre de su inventor, John Quincy Adams; D'Hondt no fue inventada por el matemático belga Victor D'Hondt en 1868, como erróneamente repiten multitud de manuales, sino por el mismísimo Jefferson; Restos Mayores, por Hamilton; y Ste. Laguë, por Daniel Webster. Véanse Brams (1976: 140-155) Balinski y Young (1982: 10-23) y Taagepera y Shugart (1989: 32 y 33). Para una historia del principio proporcional, Colomer (2004: 83-100).

Fórmula					*Denominación*
0	1	2	3	Etc.	Precio Máximo
0,1	1,1	2,1	3,1	Etc.	Precio 0.1
0,2	1,2	2,2	3,2	Etc.	Precio 0.2
0,33	1,33	2,33	3,33	Etc.	Precio 0.3
0,4	1,4	2,4	3,4	Etc.	Precio 0.4
0,5	1,5	2,5	3,5	Etc.	Precio Medio
0,66	1,66	2,66	3,66	Etc.	Precio 0.6
0,7	1,7	2,7	3,7	Etc.	Precio 0.7
0,8	1,8	2,8	3,8	Etc.	Precio 0.8
0,9	1,9	2,9	3,9	Etc.	Precio 0.9
1	2	3	4	Etc.	Precio Mínimo
2	3	4	5	Etc.	Precio 2
0	1.33	2.40	3.42	Etc.	Precio Armónico
0	1.41	2.44	3.46	Etc.	Precio Geométrico
0.7	1.5	2.5	3.5	Etc.	Precio Medio Modificada

Las tres últimas fórmulas tampoco pueden recibir una denominación numérica, pues su decimal no es uniforme en todos los redondeos [13].

Antes de exponer las ventajas de esta terminología adelantaremos la de las fórmulas de cuota.

VI.1.2. Nomenclatura para las fórmulas de Cuota y Restos

En igual medida que con respecto a las de divisor, tampoco existe un acuerdo terminológico con respecto a las fórmulas de cuota y restos. Gráficamente:

Fórmulas	*Denominaciones habituales*
(T/M-3) + restos mayores	(No diseñada)
(T/M-2) + restos mayores	(No diseñada)
(T/M-1) + restos mayores	(No diseñada)
(T/M) + restos mayores	Restos Mayores, Hamilton, Vinton, Cociente Electoral, RM-Hare, Niemeyer.
(T/M+1) + restos mayores	Droop, Andrae
(T/M+2) + restos mayores	Imperiali
(T/M+3) + restos mayores	Imperiali Reforzada

13. Tales fórmulas resultan por completo explicables por la Teoría de los Precios, por lo que las denominaciones adoptadas para ellas siguen siendo significativas: la expresión "Precio Geométrico", por ejemplo, ha de interpretarse como «la fórmula que encuentra un Precio tal que reparte los M escaños redondeando mediante la Media Geométrica». Véase la Teoría completa en Urdánoz, 2006.

Frente a tal confusión (hasta seis nombres para una misma fórmula), proponemos la siguiente estrategia denominativa: de la misma manera que para las fórmulas de divisor utilizábamos como pauta de distinción el decimal de la sucesión, ahora se tratará igualmente de estipular la Cuota utilizada en cada caso (se da por hecho que el redondeo es siempre por restos mayores). Por ejemplo, en vez de hablar de la "fórmula Imperiali", utilizaremos fórmula "Cuota+2", lo que habrá de leerse como "la fórmula que reparte suponiendo que hay 2 escaños de más y redondea con restos mayores". La fórmula "Cuota-1" sería "la que supone que hay un escaño menos y redondea con restos mayores", etc.

La tabla correspondiente quedaría como sigue:

Fórmulas	*Denominaciones*
(T/M-3) + restos mayores..................................	Cuota-3
(T/M-2) + restos mayores..................................	Cuota-2
(T/M-1) + restos mayores..................................	Cuota-1
(T/M) + restos mayores.....................................	Precio Natural
(T/M+1) + restos mayores.................................	Cuota+1
(T/M+2) + restos mayores.................................	Cuota+2
(T/M+3) + restos mayores.................................	Cuota+3

De nuevo una fórmula no recibe una denominación estrictamente numérica. Se trata de "Restos Mayores": la denominación "Precio Natural" refleja mejor el sentido intuitivo que caracteriza a tal fórmula, siendo preferible a "Cuota T/M". Además, ahora sabemos que, al fin y al cabo, prácticamente todas las fórmulas utilizan los "Restos Mayores" para redondear.

VI.1.3. Conclusiones

La terminología aquí ofrecida intenta superar la actual configuración conceptual relativa a las fórmulas proporcionales. Implica una clasificación de las mismas rigurosa que, en contraste con el caos taxonómico característico de la tradición seguida hasta ahora, parece responder de manera satisfactoria a los criterios exigibles a toda clasificación científica:

— Es unívoca: un nombre para cada fórmula.

— Es informativa: la propia denominación de la fórmula la sitúa en la escala del sesgo. Con sólo referirnos a una fórmula podemos saber, en efecto, qué grado de sesgo la caracteriza y a qué partidos beneficia (o perjudica).

- ♦ Con respecto a la intensidad del sesgo: mayor cuanto más alejada esté la fórmula de 0.5 o de la Cuota Natural. Menor cuanto más cerca.

- Con respecto al carácter de tal sesgo: si es menor de 0.5 o aumenta la cuota, beneficiará a los pequeños; si es mayor o la reduce, a los grandes.
- Así, por ejemplo, las fórmulas “0.8” y “0.2” tienen idéntico sesgo, aunque una beneficia a los grandes y otra a los pequeños: lo sabemos con sólo nombrarlas. Lo mismo ocurre con “cuota+2” y “cuota-2”.

— Es iluminativa: logra que, con la mera denominación, se sobreentienda el funcionamiento concreto de cada fórmula. Nombrar equivale a entender.

- La razón es que parte de una comprensión uniforme del funcionamiento de las fórmulas. Las explica todas mediante una única descripción de su funcionamiento.
- Tal explicación (la “Teoría de los Precios”) resulta siempre y en todo caso verificable. Para cada reparto arrojado por cualquier fórmula podemos comprobar que se cumple la hipótesis: tal reparto será idéntico siempre al que resultaría de aplicar el “Precio por escaño” que indique la propia teoría.

Utilizando una metáfora de Popper, tal clasificación de las diferentes fórmulas logra afinar la red conceptual mediante la que percibimos y clasificamos el área de estudio que nos ocupa. La mera utilización de cada vocablo nos permite no sólo referirnos a una fórmula, sino comprender su funcionamiento y predecir en buena medida qué propiedades la caracterizan y qué efectos podemos esperar de la misma [14].

La teoría se torna, en definitiva, sistemática. Gráficamente:

Fórmulas de divisor	*Precio*	*Sesgo*	*Fórmulas de cuota*
Precio		Pequeños	Cuota-3
Precio 0,1			
Precio 0,2			Cuota-2
Precio 0,3			Cuota-1
Precio 0,4			
Precio Medio			Precio Natural
Precio 0,6			
Precio 0,7			Cuota+1
Precio 0,8			Cuota+2
Precio 0,9			
Precio Mínimo		Grandes	Cuota+3

14. Penadés habla varias veces a lo largo de su obra de la Tabla Periódica de los Elementos como un modelo para las fórmulas electorales, ya que así podrían acogerse de modo fructífero tanto las fórmulas ya conocidas como las desconocidas todavía en la práctica (Penadés, 2000: 14-16, 53, 123, 154). A nuestro juicio, tal objetivo es un ideal regulativo de la investigación científica del que sólo pueden esperarse resultados fructíferos (como precisamente su obra de 2000, inexplicablemente no traducida al inglés, viene a demostrar). Así, por ejemplo, ocurre con una fórmula de divisor de reciente aplicación, desconocida antes y denominada “Ste. Lagüe Húngaro”, cuyos divisores se presentan como 1.5, 3, 5, 7, etc. (Benoit, K. y Schiemann, 2001: 20). Es inmediato que sus divisores son, según la Teoría de los Precios, 0.75, 1.5, 2.5, 3.5, etc. y que, con sólo tal información, podemos situarla en la escala del sesgo y predecir su funcionamiento: perjudicará a los partidos que únicamente aspiren a un escaño.

VI.2. *El estudio de las fórmulas por parte de la Ciencia Política*

A nuestro juicio el nivel de conocimiento del funcionamiento y de las consecuencias de las diferentes fórmulas adquirido por parte de la disciplina se encuentra en un estado manifiestamente mejorable. Podemos resumir, muy esquemáticamente, el tratamiento que sobre las mismas ofrecen cuatro manuales de difusión internacional sobre sistemas electorales. Hemos elegido uno por década, para comprobar la posible evolución de los conocimientos y la acumulación progresiva de saber:

RAE (1971)	
Procedimientos	*Variantes*
Media Mayor	Media mayor de D'Hondt
	Media mayor de Ste. Laguë
Resto Mayor	Resto mayor
	Resto mayor Imperiali
Transferencia de votos	Voto único transferible Hare

Nohlen (1981)			
Procedimientos	*Variantes*		
Cociente electoral	Simple o Hare Hagenbach-Bischoff Método Automático Voto Único Transferible	Si quedan restos:	Resto Mayor Media más alta Resto menor Por divisor
Divisor	D'Hondt Ste. Laguë Ste. Laguë Mod. Imperiali Danés Huntington		

Lijphart (1994)		
	Procedimientos	*Variantes*
Listas de partido	Divisor (o Medias más altas)	D'Hondt o Hagenbach-Bischoff Ste. Laguë Ste. Laguë Mod.
	Cuotas (o Restos mayores)	Hare Droop Imperiali Imp. Ref.
Candidatos	VUT	

Colomer (2004)	
Tipos de cuota	*Variantes*
Cuota Simple	Simple o Hare
	Droop
Cuota Suficiente	Jefferson (D'Hondt) o Hagenbach-Bisschoff
	Webster (Ste. Laguë)
Cuota Fija	Cuota Fija o de Gergonne-Gilpin [15]
Otras cuotas	Adams
	Hill

Estas obras configuran, por supuesto, una muestra muy limitada, pero son a nuestro juicio representativas del estado de la cuestión y de su historia. Se ofrecen sólo como reflejo de un hecho a nuestro juicio irrefutable: para ser una cuestión matemática, el tratamiento de las fórmulas se presenta de una manera, por lo menos, confusa (compárense las presentaciones reseñadas con la Tabla de fórmulas y denominaciones que acabamos de ofrecer aquí). Las obras citadas son referencias de primer orden en la disciplina, pero lo cierto es que no parece apreciarse un progreso significativo en lo relativo al tratamiento de las fórmulas: en la literatura electoral no existe un acuerdo de mínimos con respecto a la clasificación; el número de fórmulas estudiadas por cada autor varía prácticamente siempre con respecto a las fórmulas estudiadas por otros; se establecen efectos contradictorios para las diferentes fórmulas (como veremos a continuación); el planteamiento no es ni mucho menos común, cada fórmula recibe diferentes nombres (ni siquiera hay consenso respecto a una cuestión tan básica como la nomenclatura, como hemos visto), etc.

Tanto es así, que la enumeración de las fórmulas llevada a cabo en 1923 por Don José Ortiz de Burgos en nada tiene que envidiar a las actuales (Ortiz de Burgos, 1923). En su clasificación encontramos, en efecto, un listado que hoy en día sigue estando de plena actualidad y que pasaría por completo desapercibido en cualquier novedad editorial: el sistema del cociente electoral, el sistema del divisor electoral, el sistema suizo (Hagenbach-Bischoff) y la variante del sistema de Hare (el VUT). Hoy en día se exponen las fórmulas con las mismas denominaciones y los mismos planteamientos que hace más de 75 años.

En los siguientes apartados intentaremos resumir las líneas maestras de lo que ha sido el acercamiento de la Ciencia Política al campo de las fórmulas.

15. También se denomina "Badenesa". No nos hemos ocupado de ella, pero es extremadamente sencilla. Se trata de establecer un precio por escaño antes de la elección. El nombre obvio para ella desde la Teoría de los Precios ha de ser, entonces, "Precio previo".

VI.2.1. El campo de estudio se delimita de manera caótica

En primer lugar, en los manuales al uso no se incluyen todas las fórmulas que integran la teoría. De hecho, para hacernos una idea cabal del funcionamiento que siguen todas las fórmulas hemos tenido que crear algunas que, como tales, sencillamente no existían en la Literatura Electoral. Para la disciplina sólo parecen existir las que se han aplicado o inventado, pero para entender las pocas que existen empíricamente es imprescindible un conocimiento teórico del funcionamiento de todas ellas.

Además, la Ciencia Política considera que el VUT (Voto Único Transferible) es proporcional y, en consecuencia, lo incluye entre las fórmulas proporcionales. A nuestro juicio eso es un error: dicho sistema es mayoritario [16], por lo que clasificarlo entre las fórmulas proporcionales únicamente logra distorsionar el campo de estudio.

Lo más pernicioso ha sido, con todo, modificar la presentación matemática de ciertas sucesiones. En prácticamente todos los casos los autores no son conscientes del origen de tal modificación (ni siquiera de su existencia, de hecho). Lo más extendido es establecer, por ejemplo, que el Precio Medio se identifica con la sucesión [1, 3, 5, 7, etc.]. Ahora que sabemos que tal fórmula equivale a [0.5, 1.5, 2.5, 3.5, etc.], podemos suponer la importancia que adquiere el hecho de ser conscientes de ello. Difícilmente si tales equivalencias se desconocen será posible ofrecer una explicación coherente y sistemática del funcionamiento de las fórmulas proporcionales

VI.2.2. Explicaciones confusas o erróneas

Obviamente, si el campo de estudio se delimita de un modo tan incongruente, resultará difícil lograr extraer un conocimiento sólido y coherente del funcionamiento de tal conjunto de fórmulas. Las conclusiones a las que llegan los diversos investigadores no se desprenden lógicamente de una única teoría, sino que dependen del peculiar punto de vista adoptado por el especialista en cuestión. Desde esta consideración se explica tanto el continuo recurso a ejemplos construidos *ad hoc* para establecer determinadas relaciones causa-efecto (que otros investigadores pueden echar abajo mediante otros ejemplos) como la cantidad de generalizaciones confusas, indebidas o directamente erróneas que han sido defendidas a lo largo de los años. Podemos citar algunas:

16. Esta opinión sonará estrafalaria, pero al menos nosotros estamos convencidos de ella. No podemos ocuparnos de la misma aquí, por lo que citaremos en nuestra defensa a Dummett (1984: 280), declararemos ser conscientes de que se nos podría contestar a su vez citándonos a prácticamente toda la Literatura Electoral, y abandonaremos de momento la cuestión. Por lo demás, esta *heterodoxia* no debería plantear mayores problemas en relación a la cuestión de la que se ocupa este artículo (las fórmulas, no los sistemas): si se considera que el sistema VUT es proporcional, entonces será aplicable para él todo lo aquí establecido para la fórmula Cuota+1 (que es la que utilizaría).

- Desde al menos Rae (1971: 35) buena parte de la Ciencia Política utiliza habitualmente los términos "media mayor" o "medias más altas" para referirse a la mecánica de divisor. Pero tales términos son especialmente confusos porque deslizan una confusión conceptual entre medias y cocientes. La mecánica de divisor es siempre un procedimiento de "cocientes más altos". En efecto, toda fórmula de divisor otorga escaños a los cocientes más altos de su Tabla de Cocientes. Tal cosa es absolutamente cierta desde un punto de vista descriptivo. Pero es un error confundir "cociente" con "media". El término media alude inevitablemente al coste de votos por escaño de un partido. Siendo ello así, los cocientes (arrojados por la mecánica) no coinciden con las medias de votos por escaño de cada partido (que habrá que calcular una vez efectuado el reparto de escaños). Son dos cosas completamente diferentes [17], por lo que la terminología de las "medias más altas" es equívoca y contraproducente. No sólo no ilumina el funcionamiento de las fórmulas, es que de hecho lo obstaculiza. Si se dijera "cocientes más altos", por lo menos se describiría correctamente el proceso (aunque no se explicaría, todavía, la relación con el sesgo).
- Lakeman (1977: 95) define al método del Precio Mínimo como aquel cuyo objetivo consiste en «asegurar que al distribuir todos los escaños, el número medio de votos para ganar un escaño sea lo más igual posible para cada partido», lo cual no es cierto (esa definición es la que le corresponde al Precio Armónico, de hecho).
- Nohlen (1981b: 140) afirma erróneamente que Precio Mínimo «no beneficia a los partidos más grandes, si no [que] es relativamente indiferente al tamaño del partido».
- Lourdes-López Nieto (1991: 139) afirma que un error habitual consiste en que «algunos autores el sistema Ste. Lagüe no lo identifican con el Droop», como si a su juicio fueran la misma fórmula.
- Rae (1993: 44) describe la Regla de Oro del sesgo exactamente al revés: refiriéndose a la fórmula Cuota+2, dice que su objeto es «rebajar el precio de los escaños iniciales, ayudando a los partidos débiles». Sin embargo, y precisamente por ello, tal fórmula a los que ayuda es a los grandes.
- Nohlen (1995: 84) vuelve a afirmar que Precio Mínimo no beneficia a los grandes.
- Vallés y Bosch (1997: 94) estiman que el procedimiento de la Media Mayor (es decir: la mecánica de divisor) persigue «que el coste medio en votos a pagar por conseguir un escaño sea sensiblemente el mismo para cada partido». De nuevo, no es así: en ese procedimiento (en esa mecánica) caben muchas posibilidades, y la que ellos definen sería la seguida por Precio Armónico.
- Fernández-Miranda (2001 y 2003) afirma equivocadamente que Precio Mínimo es "aleatoria" y por tanto "políticamente neutral".

17. Sólo coinciden en la mecánica de la fórmula de Precio Mínimo.

- Para prácticamente toda la disciplina, Precio Medio y Precio Natural benefician a los pequeños. Sin embargo, cuando atendemos a la teoría completa, lo que se desprende es más bien que tales fórmulas son insesgadas.

Sobra decir que se trata de citas concretas, aisladas de su contexto y elegidas precisamente por su carácter erróneo o confuso. Hemos intentado que sigan una línea cronológica: si se vienen repitiendo lustro tras lustro, parece obvio deducir que la cuestión dista de estar claramente dilucidada [18].

VI.2.3. Hagenbach-Bischoff

El mejor botón de muestra de la confusión es sin duda Hagenbach-Bischoff, fórmula que ha sido presa de variadas interpretaciones. A día de hoy, sigue sin haberse clarificado, a nuestro juicio, cuál es el referente empírico de tal expresión. En la bibliografía pueden identificarse al menos cuatro posibilidades diferentes:

- Algunos describen una fórmula mixta con un primer paso "de cuota" y otro segundo "de divisor". En el primero, se asignan tantos escaños como cuotas "T/M+1" tenga un partido. Si quedan escaños por asignar se procede a un segundo paso en el que se aplica algo similar a la mecánica de divisor "D'Hondt" para distribuir los escaños que queden por asignar [19]. Esta fórmula tiene siempre los mismos resultados que Precio Mínimo (o lo que es lo mismo: es otra manera de hallar el precio mínimo que no necesita redondeo y repartir con él). En tal sentido la describen (o bien la distinguen adecuadamente de otras posibilidades) Bogdanor 1983: IX; Lijphart, 1990: 495; Cox 1997: 57; Carter 2005: 158 y 199.
- En ocasiones se utiliza la expresión fórmula o método "Hagenbach-Bischoff" para describir a continuación una cuota (la cuota T/M+1). Dado que no se va más allá ni se dan mayores indicaciones para que el lector sepa qué ocurre con los restos que pueden quedar sin asignar, y dado que se está hablando de una fórmula o método, todo hace suponer que tal fórmula o método asigna tantos escaños como

18. Algunos detalles de la falta de progreso al respecto son desalentadores. Rae, por ejemplo, publicó en 1993 el mismo apéndice para las fórmulas que el que podemos leer en su obra pionera de 1967-71: como si no hubiera habido un progreso significativo al respecto (Rae y Ramírez, 1993). La obra de 1982 de Balinsky y Young, un clásico que supuso un avance indudable de la teoría de las fórmulas, es profusamente citada. Con todo, no estamos seguros (más bien al contrario) de que sus aportaciones hayan sido correctamente entendidas. En nuestro país, ocurre algo similar con las obras de Ramírez y Penadés.

19. En Luxemburgo, por ejemplo, lo que se hace es lo siguiente: se divide el total de votos de cada partido por el número de escaños que haya ganado en el primer paso más uno y se asigna un escaño al partido que presente un mayor cociente. Se repite el proceso hasta que se hayan repartido los M escaños (Artículos 136 y 137 de la Ley Electoral).

cuotas "T/M+1" tenga un partido y redondea a continuación mediante restos mayores (en ocasiones se afirma así explícitamente). Tal procedimiento, sin embargo, es diferente al anterior y puede arrojar resultados distintos. Aquí pueden citarse Taagapera y Shugart, 1989: 30; Reynolds y Reilly, 2000: 162; Cordero, 2005: 162.

- También se utiliza "Hagenbach-Bischoff" para designar de nuevo la cuota T/M+1, si bien ahora explicitando el modo mediante el cual se lleva a cabo el segundo paso para los restos. Por ejemplo, mediante el redondeo únicamente de los restos superiores a 2/3. Aquí tenemos una descripción correcta y completa de varias fórmulas, no de una, las cuales comparten en el primer paso la cuota 100/M+1 (denominada de nuevo "Hagenbach-Bischoff"), pero cuyo segundo paso las diferencia. Véanse Nohlen 1995: 87 y Benoit 2001: 175.
- Por último, se ha identificado la fórmula "Hagenbach-Bischoff" con el procedimiento de buscar la cuota "estándar" más pequeña que reparta todos los escaños sin restos. Es decir: repartir con Cuota+1. Si quedan restos, volver a empezar y repartir con Cuota+2. Si quedan restos, volver a empezar de nuevo y repartir con Cuota+3, etc. Este procedimiento puede tener éxito y no implicar redondeo (y entonces es igual a Precio Mínimo) o puede necesitar redondeo (y entonces no es necesariamente igual). Así Cotteret, 1970: 65; Vidal-Prado, 1993: 137-138 y Urdánoz 2006: 75 y nota 32.

A partir de semejante configuración conceptual, no es extraño que la Ciencia Política traslade tales ambigüedades a los agentes políticos. En el "Informe de 2 de Junio de 1998, sobre la elaboración de un proyecto de procedimiento electoral fundado en principios comunes para la elección de los diputados al Parlamento Europeo" (A4-0212/98) se establece que «existe también la fórmula del cociente rectificado, denominado sistema Hagenbach-Bischoff. En ese sistema, el número de votantes se divide entre el número de escaños que se deben adjudicar más uno, *reiniciando la operación hasta que se hayan adjudicado todos los escaños*» (cursivas añadidas). No sólo ocurre que no sabemos a cuál de las cuatro posibilidades apuntadas se refiere la definición, sino que sencillamente tal descripción no describe un sistema coherente: no se sabe que significa ese «reiniciando la operación hasta que se hayan adjudicado todos los escaños», pues parece remitir a un ciclo infinito e idéntico a sí mismo. De modo similar, el ECPRD (European Centre for Parliamentary Research and Documentation), dependiente del Parlamento y del Consejo Europeos, establece lo siguiente en su publicación *Electoral Systems in Europe: an Overview* (2000) en el apartado relativo a distribución de escaños:

Austria: Método de Hagenbach-Bischoff. Escaños restantes mediante D'Hondt.
Luxemburgo: Método de Hagenbach-Bischoff.
Grecia: Método de Hagenbach-Bischoff.

¿A cuál de las cuatro posibilidades descritas por la literatura electoral se refiere la expresión "Hagenbach-Bischoff"? No podemos saberlo: lo que naufraga aquí es la función más básica y primitiva del lenguaje, la meramente designativa. Con la nomenclatura propuesta por la Teoría de los Precios tendríamos una denominación diferenciada y no solapante para cada posibilidad que, además, resultaría iluminativa. Las cuatro posibilidades que venimos describiendo recibirían estos nombres:

1 *Precio Mínimo*	*2* *Cuota+1*	*3* *"Cuota Droop y…"*	*4* *Cuota Mínima*
LUXEMBURGO AUSTRIA ESPAÑA	NICARAGUA	GRECIA HUNGRÍA	(sin referente empírico)

Con respecto a los países citados, obvio es mencionar que la enumeración no es exhaustiva y que se ofrece sólo a modo de ejemplo. En Luxemburgo y en Austria (y en todos los países con la fórmula habitualmente denominada "D'Hondt", como en España) el mecanismo se reduce a hallar, por diferentes medios, el precio mínimo que reparte sin redondear. La fórmula es en todos los casos Precio Mínimo, por tanto [20]. La segunda fórmula, Cuota+1 (que tal y como ha quedado aquí definida por la Teoría de los Precios implica siempre redondear por restos mayores), se ha utilizado al menos en Nicaragua (Nohlen, 1995: 87). La tercera posibilidad está, como se ve, abierta, y sólo las diferentes posibilidades empíricas pueden completarla. En Hungría, por ejemplo, se utiliza "Droop más 2/3", puesto que únicamente redondean los restos superiores a 2/3 (Benoit y Schiemann, 2001: 175 y 213); en Grecia y en otros países se utiliza la cuota Droop para una primera asignación, y luego los restos son tratados en otro nivel circunscripcional. Las posibilidades son variadas y, desde luego, pueden ser complejas, pero la complejidad no se reduce (más bien se incrementa) asignándoles a todas una única denominación, sino recogiendo tal variedad en una teoría capaz de hacerse cargo de las mismas de modo coherente [21]. La cuarta fórmula es una posibilidad que la litera-

20. Tal y como con cierto gracejo lo expresa Penadés, «lo cierto es que se diferencian tanto entre sí como sumar con palotes a sumar con un ábaco o con números arábigos» (Penadés, 2000: 87).

21. El problema de las modalidades 2 y 3 es que denominan "Hagenbach-Bischoff" a una cuota (= T/M+1), no a una *fórmula* o *método*. Dicha cuota puede recibir, por tanto, dos nombres en la Literatura Electoral: "Droop" y "Hagenbach-Bischoff". A partir de ahí, en ocasiones (Golder, 2005: 109) se cita también la *"cuota* Hagenbach-Bischoff" al describir el VUT, dado que tal sistema utiliza en efecto la cuota T/M+1. Esto no hace desde luego sino elevar el grado de confusión, ya de por sí considerable. A nuestro juicio, la cuota T/M+1 ha de denominarse Droop. La denominación "Hagenbach-Bischoff" debería olvidarse, tanto para la cuota como para cualquier fórmula. Algunos autores (Lijphart 1990: 494-5) introducen además una distinción absolutamente fútil entre la cuota "Droop" y la cuota "Hagenbach-Bischoff", que se diferenciarían a veces en el redondeo de los decimales y por tanto en un sólo voto, lo cual carece de importancia y supone ya la cima del bizantinismo, que no transitaremos.

tura describe a pesar de que, en la práctica, no haya existido nunca [22]. Si el lector, por último, alberga un comprensible interés en descubrir cuál de las cuatro posibilidades es la que el profesor Eduard Hagenbach-Bischoff defendió en realidad (la *auténtica* Hagenbach-Bischoff, por decirlo así) la respuesta le resultará sin duda desconcertante: ninguna de ellas [23].

VII. CONCLUSIONES

A nuestro juicio, la "Teoría de los Precios" logra exponer y hacer comprensible de una manera clara, verificable y fecunda el funcionamiento de las diferentes fórmulas electorales proporcionales. De la percepción de tal funcionamiento se desprende además una comprensión inmediata de la Regla del Sesgo, recogiéndose todo ese conocimiento adecuadamente en la nomenclatura propuesta. La "Teoría de los Precios" no es, sobra decirlo, más que la conclusión lógica de ciertos hallazgos que se han ido alcanzando en el interior de la Ciencia Política y que difícilmente pueden expresarse en el lenguaje anterior (de hecho, más bien ocurre que han de expresarse contra el mismo o al menos aparte de él), razón por la que necesitan una nueva formulación que recoja adecuadamente las relaciones lógicas descubiertas y los efectos predecibles de las mismas [24].

---

22. Peor todavía: sí ha existido (en Italia funcionó en los años cincuenta y sesenta algo similar a esta cuarta posibilidad, pues al parecer se pasaba de Cuota+2 a Cuota+3 si la primera no asignaba todos los escaños) pero ninguno de los autores que vagamente se refieren a tal sistema empírico (Taagapera y Shugart, 1989: 31; Lijphart, 1990: 495; Penadés, 2000: 72-73) le aplica la denominación "Hagenbach-Bischoff", sino que en todo caso lo relatan como una aplicación un tanto *sui generis* de las cuotas Imperiali.

23. Hagenbach-Bischoff acudió en 1885 a un congreso de partidarios de la Representación Proporcional en Bélgica y coincidió allí con Victor D'Hondt (Menthon, 1921: 38). De regreso a Suiza, defendió el sistema de D'Hondt (mecánica de cocientes incluida), como el correcto "método de cálculo teórico". Sin embargo, sugirió un "método de cálculo práctico" (un *atajo,* si se quiere) consistente en repartir mediante cuotas T/M+1 e ir reduciendo paulatinamente tal cuota (a ojo, que diríamos en castellano castizo) hasta encontrar el precio mínimo que reparte sin redondeos (Hagenbach-Bischoff, 1888: 36 y ss). Desde nuestra perspectiva tal proceder es cualquier cosa menos un "atajo", pero en un mundo sin calculadoras quizás fuera algo más amable que la entera Tabla de Cocientes de D'Hondt. Además, el cálculo podía acabar en el primer paso si la suerte era propicia. Por descontado, semejante "fórmula" (¿?) no tenía mucho futuro. Según Menthon, varios cantones suizos modificaron el método, utilizando otra fórmula, que denomina "la verdadera" (¿?), propuesta en 1912 en una octavilla parisiense. Dicha nueva fórmula coincide con nuestra posibilidad cuarta, la "Cuota Mínima" (incluso en el nombre: "le quotient minimum", se lee en la octavilla que cita Menthon) y lo que persigue alcanzar es, claro, el precio mínimo. Al relatar todo esto (en 1921), Menthon desconoce ya cuál era la verdadera propuesta del profesor suizo (cuota droop y reducción a ojo) y da por hecho que Hagenbach-Bischoff es una cuota, y no un método. En los años veinte podemos encontrar, por tanto, las cuatro posibilidades reseñadas, todas relacionadas de una u otra manera con la etiqueta "Hagenbach-Bischoff": la confusión llegará hasta nuestros días. La única referencia que hemos encontrado que describe correctamente la propuesta original de Hagenbach-Bischoff es Colomer: 2004b, 76.

24. Una enumeración de autores es siempre subjetiva y discutible, pero a nuestro juicio habrá que citar a Balinsky y Young y Penadés como inicio y final, respectivamente, del camino y a Lijphart, Gallagher, Ramírez y Taagapera como los hitos más importantes.

En ese sentido, no creemos que puedan alegarse buenas razones en contra de la adopción de la configuración conceptual establecida para la comprensión del funcionamiento de las fórmulas ni en contra de la terminología introducida (u otra similar, pero igualmente coherente): como es sabido, existen ciertas propiedades (concisión, coherencia, simplicidad y fecundidad) que, incluso para los teóricos de la ciencia más relativistas, caracterizan a las teorías científicas en su progreso (Khun, 1982: 359) [25].

Por lo demás, es fundamental percatarse de que sólo hemos examinado el funcionamiento de las fórmulas y el sesgo de las mismas. Nos hemos mantenido, por tanto, en una perspectiva puramente descriptiva. Quedan dos cuestiones diferentes que, queremos remarcarlo, ni siquiera hemos rozado. La primera es la de la proporcionalidad de las fórmulas (¿qué fórmula es más proporcional?). La segunda, que tampoco puede ser abordada con garantías sin haber dilucidado la cuestión anterior, es la de la medición de la desproporcionalidad.

En muchas ocasiones, los análisis mezclan las tres perspectivas de un modo particularmente confuso, debido a que bullen en el interior de tal mezcla elementos analíticos, teóricos, empíricos, normativos y, por supuesto, específicamente políticos. Pero resulta fundamental no proceder a tal mixtura, o hacerlo al menos con las debidas garantías y precauciones. Aquí tan sólo hemos descrito cómo funcionan las diferentes fórmulas, qué es lo que hacen y qué consecuencias tienen con respecto al sesgo. Las otras cuestiones merecen sin duda un tratamiento ulterior y autónomo.

Referencias

Balinski, M. L., y H. P. Young, 1982. *Fair representation: meeting the ideal of one man, one vote.* New Haven: Yale University Press.

Benoit, K., y J. W. Schiemann, 2001. «Institutional choice in new democracies. Bargaining over Hungary's 1989 electoral law», *Journal of Theoretical Politics,* 13: 153-182.

Brams, Steven J. 1976. *Paradoxes in politics: an introduction to the no obvious in political science.* Nueva York: Free Press.

Bogdanor, V., y D. E. Butler, 1983. *Democracy and elections. Electoral systems and their political consequences.* Cambridge.

Carter Elisabeth, L. 2005. *The extreme right in Western Europe: success or failure?,* Manchester: Manchester University Press.

Carreras, F. D., y J. M. Vallés, 1977. *Las elecciones.* Barcelona: Blume.

25. Por descontado, la tradición o cierta inercia acomodaticia pueden empujar a que se siga hablando de las fórmulas con los confusos términos que ¡desde finales del siglo XVIII! hasta hoy son moneda corriente. Pero que eso ocurra ya no es responsabilidad nuestra: la ciencia no la hacen los individuos, sino la comunidad científica (y es de suponer que existe una comunidad politológica hispana que no tiene porqué limitarse a traducir las aportaciones anglosajonas, todo sea dicho).

Colomer, Josep M. 2004a. *Cómo votamos. Los sistemas electorales del mundo: presente, pasado y futuro.* Barcelona: Gedisa.

Colomer, Joseph M. 2004b. *Handbook of electoral system choice.* Nueva York y Londres: Palgrave-MacMillan.

Cotteret, Jean Marie, y Claude Emeri, 1970. *Les systemes electoraux*. París: Presses Universitaries de France.

Cordero, Carlos. 2005. *La representación en la Asamblea constituyente.* Corte Nacional Electoral, La Paz.

Dummett, Michael. 1984. *Voting procedures.* Oxford: Oxford University Press.

Fernández-Miranda Campoamor, Alfonso. 2001. «El sistema electoral del Congreso», *Revista de Derecho Político,* UNED, 52: 11-136.

Fernández-Miranda Campoamor, Carmen, y Alfonso Fernández-Miranda Campoamor. 2003. *Sistema electoral, partidos políticos y parlamento.* Madrid: COLEX.

Gallagher, M. 1992. «Comparing proportional representation electoral systems -quotas, thresholds, paradoxes and majorities», *British Journal of Political Science,* 22: 469-496.

Golder, M. 2005. «Democratic electoral systems around the world, 1946-2000», *Electoral Studies,* 24: 103-121.

Hagenbach-Bischoff, Eduard. 1888. *Die Frage der Einführung einer Proportionalvertretung statt des absoluten Mehres. Bei Gelegenheit der Basler Verfassungsrevision der allseitigen Prüfung vorgelegt,* Basel: H. Georg's Verlag.

Huntington, E. V. 1928. «The apportionment of representatives in Congress», *Trans. of the American Mathematical Society*, 30: 85-110.

Khun, Thomas S. 1982. *La tensión esencial*. México: FCE.

Lakeman, Enid. 1970. *How democracies vote: a study of electoral systems*. Londres: Faber & Faber [3ª edición revisada].

Lijphart, A. 1990. «The political consequences of electoral laws, 1945-85», *American Political Science Review,* 84: 481-496.

Lijphart, A. 1986. «Degrees of Proportionality of Proportional Representation Formulas», en B. Grofman, y A. Lijphart, eds. *Electoral laws and their political consequences*. Nueva York: Agathon Press.

Lijphart, A. 1995. *Sistemas electorales y sistemas de partidos.* Madrid: Centro de Estudios Constitucionales.

López Nieto, Lourdes. 1991. «Aproximación al estudio comparado de los sistemas electorales», *Revista del Centro de Estudios Constitucionales,* mayo-agosto: 123-143.

Márquez García, María Luisa. 1997. *Representación proporcional. Representación parlamentaria.* Tesis Doctoral, Universidad de Granada.

Menthon, François de. 1921. *La représentation proportionnelle dans la Constitution Fédérale Suisse,* París: Editions la Vie Universitaire.

Newland, Robert A. 1982. *Comparative Electoral Systems*. Londres: Arthur McDougall Fund.

Nohlen, Dieter. 1981. *Sistemas electorales del mundo.* Madrid: Centro de Estudios Constitucionales.

Nohlen, Dieter. 1981b. «La reforma de la Ley Electoral. Pautas para una discusión», *Revista Española de Investigaciones Sociológicas,* 16: 135-143.

Nohlen, Dieter. 1995. *Sistemas electorales y partidos políticos.* México: UNAM.

Ortiz de Burgos, José. 1923. *La representación proporcional.* Madrid.

Penadés de la Cruz, Alberto. 2000. *Los sistemas elementales de representación.* Madrid: Juan March.

Rae, Douglas W., y Victoriano Ramírez. 1993. *El sistema electoral español. Quince años de experiencia.* Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España.

Rae, Douglas W. 1967-1971. *The political consequences of electoral laws.* New Haven: Yale University Press.

Ramírez González, Victoriano. 1991. *Elecciones en democracia parlamentaria: proporcionalidad y distribución de escaños.* Granada: Proyecto Sur de Ediciones.

Reynolds, A., y B. Reilly. 2000. *Manual para el diseño de sistemas electorales de IDEA internacional*, México: IDEA.

Schuster, K., F. Pukelsheim, M. Drton, y N. R. Draper, 2003. «Seat biases of apportionment methods for proportional representation», *Electoral Studies,* 22: 651-676.

Taagepera, R. y M. S. Shugart. 1989. *Seats and votes. The effects and determinants of electoral systems.* New Haven: Yale University Press.

Urdánoz Ganuza, Jorge. 2006. *Fórmulas electorales y representación proporcional,* UPNA.

Vallés, J. M.ª. y A. Bosch. 1997. *Sistema electoral y gobierno representativo.* Barcelona: Ariel.

Vidal Prado, Carlos José. 1995. *El sistema electoral español: una propuesta de reforma*. Granada: Método Ediciones.

OTROS TEXTOS CITADOS

Luxemburgo, Loi électorale du 31 juillet 1924. En http://www.sip.etat.lu/elections/lois.htm

Anastassopoulos, Georgios, *REPORT A4-0212/98, 2 June 1998, on a proposal for an electoral procedure incorporating common principles for the election of Members of the European Parliament.* En: http://www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?pubRef=-//EP//TEXT+REPORT+A4-1998-0212+0+DOC+XML+V0//EN

ECPRD (European Centre for Parliamentary Research and Documentation), *Electoral Systems in Europe: an Overview,* 2000. En http://www.ecprd.org/Public/publicat.asp?offset=10

JORGE URDÁNOZ GANUZA
ju2154@columbia.edu

Doctor en Filosofía por la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Ha publicado los libros *Relaciones humanas, ¿Relaciones de poder?* (Bilbao, 2003) y *Fórmulas electorales y representación proporcional* (Pamplona, 2006), así como diversos artículos en revistas especializadas en Ciencia Política. Actualmente es «Visiting Scholar» en el Departamento de Ciencia Política de la Universidad de Columbia en Nueva York.