

EL INTEGRADOR AMSLER DEL REAL OBSERVATORIO DE LA ARMADA EN SAN FERNANDO, CÁDIZ (1885-2021)

YOLANDA MUÑOZ REY
Universidad de Cádiz

Resumen

Los instrumentos científicos son esenciales en el desarrollo de la ciencia y en el funcionamiento de las instituciones científicas. En este sentido, el Real Observatorio de la Armada de San Fernando (Cádiz) (en adelante, ROA), una de las instituciones científicas más importantes de España en los últimos 250 años, tuvo siempre una política de adquisición de instrumentos a las mejores casas constructoras de Europa. Muchos de estos instrumentos se han conservado *in situ*, y se encuentran expuestos actualmente en el ROA como parte de su colección museológica. Entre ellos se encuentra el integrador Amsler, del cual presentamos en este trabajo un estudio monográfico, tras revisar la bibliografía asociada, los documentos históricos relacionados con la pieza y el estudio directo del instrumento. El fin es dar a conocer, no solo su existencia y uso, sino su proceso vital dentro de la institución y la contextualización de este tipo de instrumentos en la Historia de la Ciencia. El integrador resultó ser adquirido en 1885 por Cecilio Pujazón, director del ROA, al fabricante suizo Amsler a través de un intermediario de París, para ser usado en trabajos geodésicos y en la formación de los oficiales de la Armada. Se ha comprobado su funcionamiento y el diagnóstico de su estado de conservación ha resultado favorable.

Abstract

Scientific instruments are essential in the development of science and in the functioning of scientific institutions. In this sense, the Royal Observatory of the Navy of San Fernando (Cádiz), one of the most important scientific institutions in Spain in the last 250 years, has always had a policy of constant acquisition of instruments from the best instrument makers in Europe. Many of these instruments have been preserved *in situ* and are currently on display at the ROA as part of its museum collection. Among them is the integrator Amsler, of which we present in this work a monographic study, after reviewing the associated bibliography, the historical documents related to the piece and the direct study of the

Recibido el 11 de febrero de 2021 — Aceptado el 18 de junio de 2021

<https://doi.org/10.47101/llull.2022.45.90.munoz>

LLULL, VOL. 45 (N.º 90) 2022 - ISSN: 0210-8615, pp. 159-182

instrument. The purpose is to make known, not only its existence and use, but its vital process within the institution and the contextualization of this type of instrument within the History of Science. The instrument had been acquired in 1885 by Cecilio Pujazón, director of the ROA, from the Swiss manufacturer Amsler through an intermediary in Paris, to be used in geodetic works and in the training of Navy officers. Its operation has been verified and the diagnosis of its state of conservation has been favorable.

Palabras clave: Integrador mecánico; Planímetro; Amsler; Cálculo integral; Real Observatorio de la Armada de San Fernando; Cecilio Pujazón.

Key words: Mechanical integrator; Planimeter; Amsler; Integral calculation; Royal Observatory of the Navy in San Fernando; Cecilio Pujazón.

1. INTRODUCCIÓN

Debemos comenzar nuestro estudio recordando la premisa de que “Los instrumentos forman, junto a las personas que lo utilizan, la base sobre la que descansa la mayor parte de los trabajos de una institución científica” [GONZÁLEZ, 1995, p. XXI]. Y que respecto a lo cual, ya en 1838 el químico Thomas Graham escribió en sus notas lo curioso que era “lo que la ciencia depende de la invención y mejora de los instrumentos” [TURNER, 1983, p. 23].

No podemos olvidar tampoco que las ciencias están muchas veces interrelacionadas y que existen áreas científicas que funcionan como auxiliares de otras tantas. En concreto, el cálculo es la base de posteriores experimentos y procesos en las diferentes ciencias [TURNER, 1983, p. 27]. En este sentido,

los integradores forman parte de la importante circulación de conocimientos técnicos vinculados al desarrollo industrial que tuvo lugar en los países europeos en el siglo XIX. En base a ellos, los trabajos de los ingenieros establecieron un vínculo social esencial entre la universidad y la industria, y un vínculo conceptual entre el conocimiento teórico y práctico [DURAND-RICHARD, 2010, p. 102].

El integrador es, por tanto, un instrumento clasificado de cálculo matemático, aunque a veces se le incluye en el grupo de instrumentos de dibujo.¹ Podemos definir al integrador como un instrumento mecánico, de fácil uso, que nos permite el cálculo del área comprendida, incluso en formas irregulares, al hacerlo recorrer el contorno de dicha área dibujada sobre un papel, y realizar después sencillos cálculos con la lectura de los datos numéricos que nos proporcionan sus discos tras el trazado.

Afortunadamente, museos importantes, como el Deutches Museum (Munich), Science Museum (Londres) y el Musée des Arts et Métiers (París), poseen ricas colecciones de estos instrumentos, ya que a menudo se registraron allí para reconocer las patentes. Ejemplares del

1. En la página web sobre “Instrumentos matemáticos antiguos”, vemos una ficha sobre el integrador mecánico de Amsler; lo clasifica en “Instrumentos mecánicos de dibujo, cálculo e integrales”. <<http://mathinstruments.ch/en/gallery/inv-3.011.html>>, [Consulta: 26/2/2020].

integrador Amsler se encuentran, por ejemplo, en el National Museum of American History (Washington, D.C.) y en la Harvard Collection of historical Scientific Instruments (Cambridge, MA), de Estados Unidos.

El objeto de nuestro estudio, el integrador Amsler de 1885, fabricado por el matemático suizo Jacob Amsler, que se conserva en el ROA, es uno de los pocos ejemplares que se custodian en España de esos años. Está además contextualizado, lo que nos permite estudiarlo en la institución que lo adquirió y usó. Nuestro objetivo es el de participar en la recuperación y puesta en valor de la historia concreta de los instrumentos en su individualidad, como objetos que han tenido una vida, un proceso orgánico, y que aportan datos multidisciplinares y transversales de los aspectos sociales, políticos, económicos y profesionales que los rodean, y a los que añaden a veces, inferencias, repercusiones y consecuencias de gran trascendencia.

Para ello, comenzaremos estudiando el contexto temporal que rodeó la adquisición del instrumento por el ROA y su posible destino de uso, su registro en los diferentes inventarios del ROA, los documentos históricos que se conservan y lo referencian y, por último, realizaremos el análisis de su estado actual y su valoración patrimonial e histórica. Después, completaremos la investigación contextualizando el proceso de invención y desarrollo del instrumento, con especial atención a su inventor, el matemático Jacob Amsler, en el contexto de la industria instrumentaria suiza. Por último, terminaremos con algunas precisiones sobre lo qué es un integrador y cómo funciona, ya que actualmente no es un instrumento muy conocido, y haremos una prueba de funcionamiento con el integrador del ROA que registraremos con medios audiovisuales.

2. EL REAL OBSERVATORIO DE LA ARMADA DE SAN FERNANDO

2.1. Contexto histórico de la adquisición del integrador Amsler

El ROA, fundado en 1753, y con más de 250 años de historia, es la institución astronómica más antigua de España. Encargado de la formación de los oficiales de la Armada y de participar en importantes proyectos de investigación y expediciones, su papel ha sido fundamental en la Historia de la Ciencia española y en el logro de la hegemonía militar y naval del país en los siglos XVIII y XIX.² La adquisición de libros e instrumentos científicos fue una prioridad y actividad constante a lo largo de su historia.

Si analizamos el contexto histórico concreto que rodea la adquisición del integrador Amsler, podemos destacar que, en 1869, con el nombramiento de Cecilio Pujazón como director, dio comienzo un periodo de grandes cambios en la organización interna del ROA. Una de sus líneas de trabajo fue la de reforzar la tarea de depósito y arreglo de los cronómetros

2. Sobre la historia y el patrimonio histórico del Observatorio y su papel en la hegemonía militar y en el desarrollo científico de España, ver toda la obra publicada de Francisco José González González, bibliotecario, archivero y conservador del ROA desde 1981 y autor del inventario y el catálogo de la colección de instrumentos del Observatorio. Así como la obra de Antonio Lafuente y Manuel Sellés [1988].

e instrumentos de la Marina. Se crea la Sección 1ª: Sección de Instrumentos y Cronómetros de la Marina, con un oficial de la Armada al frente y, bajo su cargo, un relojero y un instrumentario.

Será obligación de los artistas conservar en perfecto estado de uso los instrumentos, péndulos y cronómetros que por cualquier concepto existan en el Instituto, hacer las reparaciones que necesiten... [REGLAMENTO DEL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA MARINA, 1873, artículo 50].



Figura 1. Jakob Amsler. Autor de la fotografía: desconocido. Fuente: <<https://www.mathinstruments.ch/de/amsler/history.html>>



Figura 2. Cecilio Pujazón. Autor del grabado: desconocido. Fuente: <<http://hemerotecadigital.bne.es/issue.vm?id=0001113877>>

Aunque a partir de 1877 hubo un parón en la adquisición de instrumentos en cuanto a cantidad, el Reglamento de 1873 nos ha permitido conocer los movimientos de dichos instrumentos en estos años, ahora sí más controlados. En 1874 se organiza el Servicio de Meteorología Marítima, que también supuso la adquisición de instrumentos, pero que no comenzó a tener programas diseñados de observación hasta 1889. En 1878 se funda el Centro de Agujas Magnéticas en el ROA, y se adquieren instrumentos sísmicos y magnéticos también. A partir de 1885 empiezan a llegar al ROA instrumentos de otros centros de España, buques y arsenales. En los años previos a la adquisición del integrador, se estaban renovando e instalando nuevos y grandes aparatos de observación astronómica (el círculo meridiano Troughton & Simms y el anteojo ecuatorial Brunner). El proyecto de la Carta del Cielo a partir de fotografías se propuso en París en 1887, siendo en 1895 cuando el ROA completó su trabajo [GONZÁLEZ, 1995, p. 288].

Este integrador mecánico Amsler llegó al ROA en diciembre de 1885, adquirido a su constructor. Actualmente está expuesto en la vitrina número 2 de la sala VII de la Biblioteca [GONZÁLEZ, 1995, p. 173].



Figuras 3, 4 y 5. Integrador Amsler del ROA. Fuente: Fotografías de la base de datos MILES del Ministerio de Defensa, consultadas en el ROA.

2.2. El integrador Amsler del ROA en sus inventarios

En el Archivo del ROA se encuentran inventarios históricos de los instrumentos desde 1789, de los cuales nos interesan:

- “Historial de los instrumentos y cronómetros que posee el Estado para el servicio del Instituto, buques de guerra, comisiones hidrográficas y demás establecimientos oficiales de la Marina”, vols. 1 al 11 (1874-1910).

- “Inventario general de los instrumentos astronómicos, meteorológicos y geodésicos” (sirve hasta 1924).

En la ficha interna actual del inventario del ROA concerniente al Patrimonio Histórico Mueble³, del cual, el grueso lo supone la colección de instrumentos científicos, se registra este instrumento. En el anexo 1 podemos ver los datos completos existentes en la ficha a fecha de 11 de noviembre de 2020. Están sin cumplimentar los siguientes campos: Modelo / Tipo / Sistema, Peso, Otras ubicaciones, Referencia histórica, Objetos relacionados, Siglado, Prestamos temporales, Observaciones y Correcciones (fecha).

En el inventario de los instrumentos publicado por Francisco González González en 1995, aparecía el integrador con el número 98 [González, 1995, p. 54]. Los datos completos podemos verlos en el anexo 2.

En el inventario de “Instrumentos del observatorio y de las comisiones hidrográficas (1874-1910)” también lo vemos registrado (ver anexo 3).

Se considera, según el inventario de 1920 [González, 1995, p. 55], que se usaba para trabajos geodésicos, junto con otros instrumentos: antejo micrométrico Rochon, antejo de pasos Repsold, planímetro Amsler nº 6.498, comparador de reglas Brunner, metro de platino Brunner y astrolabio Claude et Driencourt nº 92.

Podemos ver, por tanto, que el integrador estuvo siempre inventariado, si bien cambió su numeración de registro y la cantidad de datos recogidos sobre él.

2.3. Adquisición y uso del integrador Amsler del ROA

En el ROA se estableció desde 1856, y tras varios intentos fallidos e intermitentes, un Curso de Estudios Superiores para los oficiales de la Armada, de manera que continuaran en el aprendizaje científico y formaran parte del cuerpo de científicos del Observatorio Astronómico. La constitución y la propia existencia de estos estudios cambió y tuvo altibajos durante las siguientes décadas, pero entre otras asignaturas solía haber, al menos, una de matemáticas. Entre 1869 y 1884 pasaron por el ROA 34 oficiales alumnos que, en su segundo curso (de cuatro), tenían como asignatura “Calculo diferencial, integral, de variaciones y diferencias infinitas”. En 1885 se produjo una reestructuración de los sistemas de enseñanza de la Armada que afectó muy directamente al Curso de Estudios Superiores pues fue suprimido. Aun así, no está comprobado que el integrador se adquiriera con el fin de usarse didácticamente en estas clases.

3. Los datos de estas fichas se encuentran registrados en la base de datos MILES, perteneciente al Ministerio de Defensa (Intranet), que recoge todo el Patrimonio Histórico del Ministerio.

En el último cuarto del siglo XIX, tras adquirirse en 1869 los grandes instrumentos (el Círculo Meridiano de Troughton & Simms y el Gran Anteojo Ecuatorial de Brunner), el ROA quedó lo suficientemente abastecido en este sentido para que, en los años siguientes, pudiera dedicarse a la adquisición de pequeños instrumentos auxiliares [GONZÁLEZ, 1992]. Entre ellos, el integrador Amsler.

En el AHROA,⁴ en relación al integrador, hemos encontrado 6 documentos:

- Documento 1: *Amsler* (1885). *Mode D'emploi de l'intégrateur mécanique d'Amsler dans l'architecture navale*. Manual de instrucciones para el manejo del instrumento. En francés. 4 páginas y una de ilustración.

El documento es el folleto o manual de empleo y manejo del instrumento, editado por la casa *Amsler* y que llegó al ROA junto al instrumento. Consta de un pliego a tamaño A3 doblado por la mitad de manera que, en cuatro páginas a tamaño A4, desarrolla el texto de las instrucciones. Aparte se incluye otro folio con la ilustración del instrumento.

Este manual comienza explicando que el objetivo del integrador es encontrar el área, los momentos estáticos y los momentos de inercia. A continuación, desarrolla la explicación de cómo hallarlos. Luego recuerda que, en el caso de la construcción naval, esto nos sirve para encontrar o calcular el desplazamiento, el centro de gravedad y la estabilidad, y explica los procedimientos para calcularlos. En concreto: el desplazamiento, el momento estático, la altura H del centro de gravedad, la distancia E del centro de gravedad y la posición del metacentro.

Finalmente enumera los tres modelos de integrador mecánico de los que dispone y sus precios:

Modelo 1: 360 francos (tachado a lápiz con la rectificación: 440 francos).

Modelo 2: 220 francos (tachado a lápiz con la rectificación: 280 francos).

Modelo 3: 180 francos (tachado a lápiz con la rectificación: 220 francos).

En el folio con la ilustración aparecen los tres modelos. El modelo 1 es el adquirido por el Observatorio. Los modelos 2 y 3 son más sencillos.

- Documentos 2 a 5. En relación a la adquisición del integrador encontramos en el archivo histórico del Observatorio, cuatro cartas, que nos han servido para poder trazar el proceso de adquisición del instrumento. Las trascribimos, traducidas⁵ algunas del francés, en el anexo 4.

- Documento 6. También encontramos la factura de la compra a tamaño cuartilla (anexo 5).

En base al análisis de estos documentos podemos decir que Cecilio Pujazón, director del ROA, se ocupó personalmente de encargar la adquisición del integrador Amsler directamente a la fábrica constructora de Suiza, pero a través de un intermediario, el señor A. Démichel, que en la calle Pavée au Marais 24 de París, regenta la casa "Instrumentos de precisión.

4. AHROA (Archivo Histórico del Real Observatorio de la Armada): Sección: Astronomía. Instrumentos. Caja nº 091. Legajo 1885.

5. Traducciones de Carmen Rey Juliá.

Aplicados a las artes, las ciencias y la industria” y que comercializaba este tipo de productos entre las diferentes firmas constructoras de Europa y los clientes. El envío se tramita vía Marsella. En la correspondencia podemos ver cómo se aprovecha para realizar gestiones sobre otros instrumentos y materiales y tratar aspectos como el coste y modo de los embalajes, transportes y envíos, fechas de entrega y la facturación. Desde el encargo, hasta la llegada al ROA del integrador, pasan unos cuatro meses, de septiembre a diciembre de 1885. El integrador Amsler costó 440 francos, junto a una regla (que sirve de base para el integrador) de 3,5 francos y unos gastos de embalaje y correos (junto a otros instrumentos) de 5,5 francos. Démichel los adquirió en Suiza, desde París lo envió a Marsella y desde ahí llegó al ROA, incluido su manual de instrucciones y junto a otros instrumentos, en diciembre de 1885. Aunque la compra podría hacerse directamente a los fabricantes, el ROA funcionaba a través de intermediarios que centralizaban todas las adquisiciones, simplificando con ello las gestiones al personal del ROA.

3. AMSLER, LA INDUSTRIA DEL INSTRUMENTO EN SUIZA Y LA INVENCION DEL INTEGRADOR

Suiza tiene, en la primera mitad del siglo XIX, una industria de precisión modesta y en ese sentido importa más que exporta. La industria relojera, aunque de alta calidad y tradición artesana, no tiene grandes producciones en volumen. Una de las primeras empresas de cierta importancia es la *Kern* de Aarau que, fundada en 1818, produce instrumentos para el dibujo y la topografía. Pero será sobre todo en la segunda mitad del siglo, cuando algunos constructores, gracias a la excelencia de sus productos, pueden conquistar sólidamente determinadas áreas del mercado exterior. Entre ellas estará *Kern* en Aarau, *Amsler* y *Laffon & Sohn* en Schaffhausen que, junto a *Gottlieb Coradi* en Zúrich, se distinguirán por la invención, diseño y construcción de instrumentos matemáticos muy sofisticados como los planímetros, integradores y analizadores armónicos, cuya construcción requiere un gran dominio de la mecánica de alta precisión y altos conocimientos matemáticos. Hasta finales del siglo XIX, los productos de estas empresas tenían mucha demanda debido a su alta calidad y precisión. Durante la industrialización en el siglo XIX, los fabricantes suizos desempeñaron un papel importante en el desarrollo y la mejora de tales instrumentos.

El autor de la web <mathinstruments.ch>,⁶ enumera a los siguientes constructores de instrumentos matemáticos en Suiza: *Hommel-Esser* Aarau, *Kern & Co.* Aarau, *Gysi & Co.* Aarau, *J. Bossart* Suhr-Aarau, *Alfred J. Amsler & Co.*, *Jakob Amsler*, *Amsler & Co.*, *Gottlieb Coradi*, *Hünenberger-Murbach*, *Jakob Goldschmid* y *Kaspar Wetli*. Todos ellos construyen instrumentos matemáticos, pero el que diseña, construye y patenta nuestro integrador fue Jakob Amsler.

6. Página web sobre instrumentos matemáticos antiguos <<http://mathinstruments.ch/en/gallery/inv-3.011.html>> [Consulta: 26-2-2020].

Jakob Amsler nació en Stalden o en Unterbözberg (según las fuentes) el 16 de noviembre de 1823 y murió en Schaffhausen el 3 de enero de 1912.⁷ Estudió en la Universidad de Jena y fue profesor de matemáticas de la Universidad de Zúrich y en Schaffhausen (Suiza). En la Universidad en Zúrich, impartía cursos de matemáticas enfocados a los aspectos matemáticos de la física. McGee [1998, p. 63] lo describe como “el hijo de un granjero que había estudiado matemática y física matemática con Franz Neuman en Alemania [...] completó su doctorado en 1848, y en 1851 aceptó un puesto en el College en Schaffhausen, Suiza”. En 1854 se casó con Elise Laffon (a partir de entonces cambió su nombre a Amsler-Laffon). El mismo año, en busca de una mayor seguridad financiera, volvió sus intereses hacia la construcción de instrumentos matemáticos. Ahora tenía más tiempo para dedicarse a sus investigaciones y se retiró a Schaffhausen. En los años siguientes publicó un gran número de artículos sobre física matemática, en particular sobre magnetismo, las leyes de conducción del calor en cuerpos sólidos y sobre su planímetro polar de disco. Desarrolló diversos instrumentos destinados a la medida de áreas en planos y mapas, el planímetro polar, el integrador, el freno diferencial y la máquina de Amsler, utilizada para realizar ensayos sobre desgaste de materiales por rozamiento y por rodadura. Su hijo, Alfred Amsler (1857-1940), continuó sus trabajos en la empresa familiar de fabricación de instrumentos de precisión [AMSLER & ERISMANN, 1993; ROBERSON & O'CONNOR, *on line*].

En cuanto a la invención del integrador no podemos verlo como un hecho aislado. Este instrumento es heredero, por no decir una transformación, de otro instrumento anterior y más simple con el que a veces se le confunde: el planímetro. Además, debemos tener en cuenta que varios constructores a la vez, en distintos países de Europa, trabajaban en esto, con lo cual podemos encontrar varios prototipos en paralelo.

Gaspard-Gustave de Coriolis describió por primera vez el principio fundamental de un integrador mecánico en 1836, en el *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*. Pero para una descripción completa de un integrador ya construido tenemos que esperar a la publicada, de manera independiente, alrededor de 1880, por el físico británico *sir* Charles Vernon Boys y por Bruno Abdank-Abakanowicz, un matemático/ingeniero eléctrico polaco-lituano. Boys describió un diseño para un integrador, en 1881, en la *Philosophical Magazine*. Abakanowicz ya había desarrollado un prototipo práctico de trabajo en 1878, con versiones mejoradas fabricadas posteriormente por empresas como *Coradi* en Zúrich. Las versiones personalizadas y mejoradas del diseño de Abakanowicz no se fabricaron hasta mucho después de 1900, con modificaciones posteriores realizadas por el propio Abakanowicz en colaboración M. D. Napoli, el inspector principal del ferrocarril *Chemin de Fer de l'Est* y jefe de su laboratorio de pruebas.

Pero antes, los primeros intentos de fabricar un instrumento que midiera directamente un área delimitada por una curva irregular, principalmente un área en un mapa, se hicieron en los primeros años del siglo XIX en Alemania e Italia.

7. <<https://ztfnews.eus/2013/11/16/el-planimetro-de-jacob-amsler/>> [Consulta: 10/04/2020].

El planímetro fue importante en la ingeniería topográfica. Actualmente se usa una versión digital. A principios del siglo XIX, con la revolución industrial, se había hecho necesario un instrumento que midiera áreas irregulares. Ese instrumento fue el planímetro y posteriormente otros prototipos fueron construidos con variaciones que mejoraron su precisión. Los mejores planímetros fueron el lineal, el polar y el del plano radial. El primer planímetro fue diseñado por Johann M. Hermann en 1814. Lammler mejoró la versión en 1817. El ingeniero Johannes Oppikofer inventó otro planímetro en 1826, que se construyó en 1834 en París. En 1849 Kaspar Wetli diseñó otro que fue construido por Christoph Starke [VELA, SARMIENTO & HERNÁN, 2017, p. 315].

Los inventos de Buta resultaron ser inexactos hasta que, alrededor de 1854, Jakob Amsler construyó su planímetro polar. Este instrumento consta de dos brazos, uno con un alfiler para fijar al tablero y el otro con un punto de trazado. En la unión de los brazos hay una pequeña rueda que gira a medida que se realiza el movimiento de rastreo, y el área se lee en un dial. Como era asequible y efectivo, se produjeron más de 12,000 unidades en los siguientes treinta años [TURNER, 1983, p. 67].

Entre los muchos planímetros cartesianos diseñados a principios del siglo XIX, se encuentra el realizado por José Ruiz-Castizo, uno de los pocos que fue diseñado en España, aunque construido luego por una empresa suiza. El autor explicó sus funciones mecánicas y su justificación analítica en la *Revista de Obras Publicas de España*.

Care [2008] aclara que el planímetro de Oppikofer fue concebido en 1827 y fabricado en 1836 por el fabricante parisino Ernst y más tarde por Clair (también con sede en París). Oppikofer ciertamente no fue el primero en concebir el mecanismo de cono y rueda. De hecho, se sospecha que sus ideas se originaron en el planímetro diseñado por Gonella. El primer planímetro conocido, que fue diseñado y construido por Hermann, un agrimensor bávaro en 1814, era un planímetro de cono y rueda. Gonella también construyó un dispositivo de cono en 1826. El mecanismo de disco y rueda fue reinventado por Wetli (1849).

Lord Kelvin (1824-1907) ideó una manera de construirlos para resolver ecuaciones diferenciales. Varias décadas después, cuando se resolvieron los problemas técnicos, Douglas R. Hartree (1897-1958) siguió a Vannevar Bush (1890-1974) para diseñar el analizador diferencial. Los planímetros e intégrafos, diseñados para medir superficies, materializaron el cálculo integral teórico y dieron resultados incluso cuando el cálculo no lo hizo. Los planímetros se siguen construyendo hoy día y usándose, pero muy minoritariamente, sobre todo en Japón y Estados Unidos. Según Durand-Richard [2010, p. 124] para algunos científicos, son preferibles a los ordenadores en algunas situaciones concretas.

Un gran cambio y avance se consiguió con el planímetro en relación a su diseño y concepto, fue realizado por Jakob Amsler-Laffon en 1854, basándose en los diseños anteriores polar y lineal. Después diseñó otro modelo, esférico, en 1884, que medía el promedio de radios de un gráfico polar.

Los planímetros anteriores trabajaban en el sistema de coordenadas cartesianas y eran voluminosos y caros. Trabajando en un sistema de coordenadas polares, el instrumento de

Amsler era más pequeño, eficiente y relativamente barato. Algunos de sus trabajos posteriores se referían a la aplicación del planímetro a problemas para establecer gradientes adecuados para calles, ferrocarriles, canales y obras hidráulicas. Así, su mercado previsto parece haber sido el creciente número de ingenieros civiles y mecánicos enfrentado a problemas tediosos que involucran las curvas irregulares. Adivinó bien. Más de 50.000 planímetros fueron vendidos por la firma *Amsler* entre 1857 y 1912 [McGEE, 1998, p. 68].

El integrador fue una extensión del planímetro, que podría usarse para calcular los momentos estáticos e inerciales, así como el área de curvas cerradas e irregulares. Pero a diferencia del planímetro, el mercado general para el integrador era relativamente pequeño. Solo 700 integradores se vendieron antes de la muerte de Amsler en 1912. Quizás la falta de definición del mercado para este instrumento, explique por qué Amsler, hasta 1868, no produjo un modelo para su fabricación y venta, y hasta 1878 no se exportó a Inglaterra el primer integrador. La primera divulgación de este instrumento en los círculos navales, por ejemplo, tuvo lugar en 1880, cuando C. W. Merrifield presentó un documento sobre él a la Institución de Arquitectos Navales. Según Otnes [2002, p. 63], los primeros instrumentos de Amsler no aparecen firmados, comenzó a signarlos bastante más tarde.

Un inventor escocés llamado Edward Sang también desarrolló su propio “platómetro” [CARE, 2008], fue el primero en usar rodillos pesados en lugar de la pista y, por lo tanto, tenía un alcance mucho mayor (en una dirección). El dispositivo de Sang, más tarde, inspiraría a Maxwell a concebir un elegante integrador de esfera sobre esfera, que a su vez influiría en los integradores de rueda-esfera-cilindro de James Thomson utilizados en el analizador de mareas de *Lord Kelvin*.

Henrici utilizó la propiedad geométrica de los planímetros para proponer un sistema de clasificación de los disponibles en 1894. Había otras dos clases en la taxonomía: planímetros de coordenadas polares y planímetros de tipo Amsler. Los planímetros de Amsler se conocen generalmente como “planímetros polares”, pero Henrici incide en que su geometría es bastante diferente de la de la clase de coordenadas polares. Se han dado varias otras clasificaciones a los distintos tipos de planímetro. Clásicamente, los diferentes componentes empleados en el mecanismo hacen referencia a los diferentes diseños.

Debido a su simplicidad y a los costos de fabricación más baratos, los planímetros Amsler fueron los más comunes de todas las categorías en uso durante el siglo XX. Se le añadieron modificaciones para permitir que la potencia media efectiva fuera leída directamente en ellos.

Los integradores ortogonales están más en sintonía con la forma en que se define comúnmente la integración. Ofrecían una integración continua de su entrada, mientras que otros tipos necesitaban hacer una forma completamente cerrada antes de que el área final fuera correcta. Un integrador de coordenadas polares ofrece una solución intermedia de la integral sobre coordenadas polares.

A partir de los planímetros de rueda cónica y de rueda de disco, la integración mecánica se desarrolló en varias direcciones. El progreso industrial lo hizo posible. Se utilizaba para:

problemas balísticos o eléctricos, construcción de carreteras, canales, redes ferroviarias y minimizar el transporte de grandes volúmenes de tierra en las excavaciones.

En el aspecto técnico, el planímetro polar, inventado en 1854 y patentado en 1855 por Jakob Amsler, supuso el paso final en la integración mecánica. Su construcción y uso fueron mucho más simples que el de los dispositivos anteriores, y, por lo tanto, era menos costoso. La teoría subyacente era más complicada, ya que el planímetro polar materializa el teorema de Green, pero la publicación de Amsler en 1856 aseguró la legitimidad teórica de su éxito.

El poste del instrumento se mantiene por su propio peso en una posición fija en el dibujo y el pasador de trazado es conducido una vez alrededor del límite del área a medir, ya que el mecanismo del integrador se construyó para mantener una dirección paralela al brazo trazador, y la rueda rodante totaliza las áreas infinitesimales. El brazo trazador podría construirse más largo, o con una longitud ajustable, para adaptarse a diversos usos y leer con diferentes longitudes de unidad. Este instrumento simple y práctico se extendió rápidamente por toda Europa, dando lugar a numerosos prototipos y modelos de precisión.

Se escribieron muchos manuales sobre el manejo de estos instrumentos. No sólo encontramos los publicados por los propios constructores, sino que otros matemáticos, ingenieros o profesores escribieron los suyos propios para atender al conocimiento de su alumnado o público directo. Así, encontramos manuales en francés, alemán, inglés, español, etc. Los más importantes fueron los de Cappa, por supuesto los de Amsler, y también los de Jacob, De Morin y Abdank-Abakanowicz.⁸

Según relata Vela [2013, p. 158], José Ruiz Castizo-Ariza en 1893 y Eugenio Guallart y Elías en 1898, escribieron manuales sobre el uso de los integradores y los planímetros, en concreto de los de Amsler. Ruiz Castizo-Ariza construyó integradores parecidos a los de Amsler, a los que incluía variaciones, y los patentó en España. También podemos ver publicada la conferencia que dio Alexander Fraser, en 1885, en el Congreso de la Edimburg Mathematical Society, en la que habló sobre dos integradores o planímetros, describiendo el funcionamiento y proceso matemático [FRASER, 1885].⁹

8. El de Cappa (1882) es uno de los más completos; Jacob Amsler publicó un par de manuales en 1856 [AMSLER, 1856a; 1856b]. Otros manuales fueron los de Elice-Martin HORSBURG [1914], Louis JACOB [1911], Henri DE MORIN [1913], Eugen VON JAHNKE [1912] y Brunon ABDANK-ABAKANOWICZ [1889].

9. Recientemente se ha subastado un integrador Amsler, modelo K & E 4280: “El integrador K & E modelo 4280, fabricado por Amsler en Suiza, estaba en los catálogos de K & E desde al menos 1895 hasta 1954, cuando el diseño y el número de modelo cambiaron. Costó 165 \$ en 1895, lo que equivale a 4.676 \$ hoy. El K & E 4280 parece ser idéntico al integrador Amsler No. 1, y se proporcionará una copia de las instrucciones para el Amsler No. 1 con el integrador. Esta es la versión plateada alemana de este integrador, que también estaba disponible en latón. Para el registro, “plata alemana” (también conocida como plata de níquel, latón de níquel, alpaca, electrum y varios otros nombres) no contiene plata; Es una aleación de aproximadamente 60% de cobre, 20% de níquel y 20% de zinc. La plata alemana fue inventada para ser un sustituto barato de la plata en las joyas, pero su resistencia a la corrosión y al deslustre también la hizo ideal para fabricar instrumentos. La mayoría de los planímetros que no están hechos de latón son de plata alemana. Como un planímetro, un integrador da el área de un espacio cerrado trazado en un dibujo, pero también da el momento y el momento de inercia de esa área,

4. EL INTEGRADOR Y SU FUNCIONAMIENTO

Por último, vamos a detallar el proceso de funcionamiento del integrador. Un *integrator* o integrador es un dispositivo mecánico y analógico para trazar la integral de una función definida gráficamente. Se utiliza en general para calcular áreas incluidas bajo la curva de la integral. El primer uso de instrumentos de integración mecánica se asocia con profesionales que combinaron el conocimiento de la teoría de integración con el del taller de artesanos, donde a menudo surgió la necesidad de cálculos serios y numerosos [DURAND-RICHARD, 2010, p. 104-108].

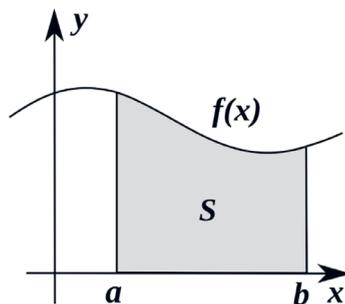


Figura 6. Cálculo de integral. Fuente: <<https://www.freepng.es/png-ef85av/>>

alrededor del eje definido por los dos punteros de índice. Fue muy popular entre los arquitectos navales por encontrar el centro de flotabilidad de un diseño de casco, esencial para determinar la estabilidad del barco. Este integrador está un poco sucio, pero en excelentes condiciones. No hay óxido ni en las ruedas ni en los rodillos trazadores, y los rodillos se mueven libremente. Podría soportar una limpieza, pero es impresionante como es. El único defecto son las letras "PRFD" rayadas en uno de los brazos índices. No tengo idea de lo que significa. La caja está en buenas condiciones. Los pestillos originales, que deben haberse perdido en algún momento, han sido reemplazados por los cierres decorativos que ves en la caja ahora. Además, la mitad inferior de la caja tiene una deformación significativa, lo que causa el espacio que se ve entre la parte inferior y la parte superior de la caja en la imagen de primer plano de la captura. No hay riel que acompañe a este integrador. El riel es una pieza gruesa (-1/4") de acero, generalmente de 4-5 pies de largo, con una ranura para que las ruedas del integrador funcionen. A veces venían con el integrador cuando se compraban nuevas, a veces se compraban por separado. Mi teoría es que el riel generalmente se atornilla a una mesa o mesa de dibujo, y cuando la escuela u otra institución se deshizo de sus integradores, probablemente 30-40 años después de adquirirlos, asumieron que el riel se fue con el tablero, no con el integrador. Este integrador es de la colección de Robert K. ("Bob") Otnes, PhD, uno de los miembros fundadores de la Sociedad Oughtred y el editor original de la Revista de la Sociedad Oughtred. La Sociedad Oughtred la vende en su nombre. La Sociedad Oughtred fue fundada en 1991 por un grupo de coleccionistas de reglas de cálculo y se dedica a la preservación e historia de las reglas de cálculo y otros instrumentos de cálculo. La membresía está abierta a cualquiera. PayPal es la única forma de pago aceptada. Los compradores dentro de California deberán pagar un impuesto de ventas del 7.25%. El envío se realizará por correo urgente de USPS. Los gastos de envío serán algo más altos para destinos fuera de los EE. UU". <<https://www.worthpoint.com/worthopedia/e-model-4280-integrator-amsler-1936460105>> [Consulta: 10/04/2020].

Para obtener el área dentro de una curva irregular, existía un método de aproximación común, que se podía calcular a mano. El área entre la curva corresponde a una ecuación que es $y=f(x)$. En consecuencia, cuando la línea de contorno de la superficie es muy irregular, esta fórmula no es adecuada. En este sentido, las mediciones numéricas proporcionadas por los planímetros ortogonales fueron más eficientes.

Antes de que se desarrollaran los dispositivos electrónicos y las computadoras, las herramientas mecánicas, a saber, los instrumentos de dibujo, las reglas de cálculo y los planímetros, se usaban ampliamente en la práctica diaria de ingenieros y cartógrafos. Entre estos instrumentos relativamente simples, existían muchos dispositivos diferentes y caros para fines especiales, como los planímetros de impulso, o los integramas. Aunque estas herramientas parecen muy engorrosas desde la perspectiva actual, facilitaron significativamente el trabajo de ingeniería en ese momento. A medida que surgieron los dispositivos electrónicos y las computadoras durante la segunda mitad del siglo XX, la importancia del diseño mecánico y los instrumentos de cálculo disminuyeron cada vez más. Hoy, estos instrumentos han desaparecido, en general, de la rutina profesional de ingenieros y cartógrafos, salvo en el caso de algunos profesionales que siguen prefiriendo su uso, y de la aplicación didáctica que se le da en algunos centros educativos superiores. Podemos encontrar numerosas definiciones del planímetro, siendo una de las más interesantes la que escribió Peggy Kidwell, conservadora de instrumentos matemáticos del National Museum of American History, y que se puede consultar en la obra enciclopédica de *Bud & Warner* [1997].

El cálculo de áreas irregulares y de integrales tiene numerosos usos, por ejemplo, para el diseño de fortificaciones, mapas, medir la longitud de carreteras, ríos, muros, etc. Según justifica Care [2008], en torno a 1820, sobre un billón de áreas de tierras tuvieron que ser medidas cada año en Europa para ser fiscalizadas, registradas y realizar mapas. Para poder hacer esto, el uso de los planímetros fue fundamental. Otra de sus grandes aplicaciones fue el poder determinar el área de diagramas.

Más adelante, los engranajes variados usados en diferentes planímetros empezaron a ser usados como integradores. La invención de los integradores mecánicos pertenece al ámbito de las máquinas de análisis armónico. Varios integradores podían conectarse juntos para mecanizar la solución de las ecuaciones diferenciales. El análisis armónico permite estudiar, a través de los diagramas, los movimientos y la velocidad del viento, las variaciones de temperatura y de la presión barométrica, las fuerzas de magnetismo terrestre y la potencia eléctrica del aire.

En el ámbito de la construcción naval, el advenimiento del integrador tuvo una cierta importancia en el cálculo de la estabilidad. En 1800 la teoría concerniente a la flotabilidad de los cuerpos se había establecido ya en sus principios esenciales [MCGEE, 1998]. Sin embargo, entre 1800 y 1870 los ingenieros navales del gobierno inglés rara vez calcularon la estabilidad en sus diseños y los constructores de barcos comerciales tardaron más aún. Los cálculos eran muy difíciles y largos.

En la construcción de barcos no se trabajaba el diseño de planos porque tenían problemas con la medida y los cálculos. Sin embargo, esto era necesario porque, si no, suponía mucha pérdida de tiempo, dinero y material. No había personal suficientemente cualificado para realizar los cálculos, por lo que era un procedimiento caro, largo, tedioso y difícil. En la náutica se produce una revolución cuando, entre 1860 y 1880, se generalizan los barcos de metal, de hierro, que son mucho más baratos. Por otro lado, ya en 1870, los planos acotados se usan comúnmente en la industria naval militar, la estabilidad ya se sabe calcular, se considera un asunto importante y los métodos para calcularla ya se han establecido. Pero, aun así, en los barcos mercantes sigue sin hacerse, porque aquí la estabilidad depende de la carga. Los cálculos de la curva eran largos y tediosos, el personal que tenía que hacer estos complicados cálculos tenía que ser altamente cualificados y eso era muy caro para una compañía. La industria militar se lo podía permitir, pero la mercante no.

Pero con el integrador, en poco tiempo, el operador puede conocer el área y el momento de cualquier sección del cuerpo. La operación se repetía en las otras secciones. Las tablas resultantes de áreas y momentos podrían combinarse mediante procedimientos matemáticos para llegar a la ubicación del centro de flotabilidad del buque [MCGEE, 1998, p. 61]. En 1880 William White advirtió que su uso iba a eliminar una gran cantidad de trabajo rutinario. No sólo se utilizaría para hacer cálculos de desplazamiento, la posición del metacentro y el centro de flotabilidad, sino también para conseguir cálculos para las curvas de desplazamiento y estabilidad mucho más significativas. Realizar los cálculos con estos instrumentos era mucho más fácil, y podían hacerlo incluso aprendices menores de 16 años y en la mitad de tiempo. Edward Reed, en la reunión anual de la Institución de Arquitectos Navales de 1884, se refirió a ellos como un “brote notable de desarrollo científico”, que se unía en ese momento a la importancia de los planos acotados de los barcos, que empezaban a generalizarse.

En el *Memorial de Ingenieros del Ejército*, el primer teniente Carlos Mendizábal escribe un artículo sobre “Los instrumentos de cálculo y sus aplicaciones a la ingeniería”, en el que destaca la importancia de los cálculos matemáticos en la labor del ingeniero militar, sobre todo incidiendo en las aplicaciones prácticas. Defiende la idoneidad del uso de instrumentos de cálculo por simplificar y mejorar estos procedimientos y enumera una serie de ellos: regla logarítmica ordinaria, regla logarítmica circular, regla logarítmica de dos reglillas, aritmómetro Thomas, aparatos de trazar curvas, indicador Watt, planímetro polar de Amsler, planímetro polar de Amsler (para diagramas), integrador Amsler destinado a calcular áreas, momentos estáticos, centros de gravedad y momentos de inercia, planímetro rectangular e intégrafos Abdank Abakanowicz [MENDIZABAL, 1893].

El integrador puede usarse también para obtener la cuadratura del círculo: si la curva diferencial es el círculo unitario, la curva integral interseca las líneas $X=\pm 1$ en puntos que están igualmente espaciados a una distancia de $\pi/2$.

A partir de 1856, Amsler inventó, describió y nombró como “integradores” a estos instrumentos para diferenciarlos de los planímetros. Algunos autores los llaman “integrgraphs”. Podrían proporcionar las integrales de $f(x)^2$ y $f(x)^3$ que, respectivamente, denotan el momento estático y el momento de inercia del área bajo la curva $y=f(x)$ en relación con el eje x . Estos

resultados se obtenían mecánicamente, mediante una sola medición a lo largo de la curva $f(x)$. Estos “planímetros de momento”, como los llamó J. Fischer, ya se exhibieron en la Exposición de París 1867, porque fueron fabricados comercialmente por Amsler en Schaffhausen algún tiempo antes [DURAND-RICHARD, 2010, p. 115].

La entrada al integrador es un punto de trazado que es el punto guía que traza la curva diferencial. La salida se define por la ruta de un disco que rueda a lo largo del papel sin deslizarse. El mecanismo establece el ángulo del disco de salida en función de la posición de la curva de entrada: si la entrada es cero, el disco tiene un ángulo para rodar recto, paralelo al eje x en el plano cartesiano. Si la entrada está por encima de cero, el disco está ligeramente inclinado hacia la dirección y positiva, de modo que el valor y y su posición aumenta a medida que rueda en esa dirección. Si la entrada está por debajo de cero, el disco está en ángulo hacia el otro lado, de modo que su posición disminuye a medida que rueda.

El engranaje consiste en un carro rectangular que se mueve de izquierda a derecha en los rodillos. Dos lados del carro corren paralelos al eje x . Los otros dos lados son paralelos al eje y . A lo largo del riel vertical posterior (eje y) se desliza un carro más pequeño que sostiene un punto de trazado. A lo largo del riel vertical principal se desliza un segundo carro más pequeño al que se fija un disco pequeño y afilado, que descansa y rueda (pero no se desliza) sobre el papel de gráficos. El carro de arrastre está conectado tanto con un punto en el centro del carro como con el disco en el riel delantero mediante un sistema de crucetas y cables deslizantes, de modo que el punto de rastreo debe seguir la trayectoria tangencial del disco.

El integrador traza la curva integral. Cuando se nos da la curva diferencial, la base matemática del mecanismo depende de las siguientes consideraciones: para cualquier punto (x, y) de la curva diferencial, se construye el triángulo auxiliar con vértices (x, y) , $(x, 0)$ y $(x - 1), 0$. La hipotenusa de este triángulo rectángulo se cruza con el eje X formando un ángulo cuyo valor de tangente es y . Esta hipotenusa es paralela a la línea tangente de la curva integral en (X, Y) que corresponde a (x, y) .

La longitud de la barra base es 170 mm y está hecha de latón y acero, con las ruedas de recuento de marfil. El opisómetro consiste en una rueda fresada en una rosca con un mango. La rueda traza la línea en el mapa, y luego se enrolla hacia atrás en la escala en el borde del mapa. El trazador es un refinamiento que tiene un dial y un puntero para dar la medida inmediatamente, sin tener que volver a la escala [TURNER, 1983, p. 56]. El engranaje variable con forma de cono da una mecanización o imbricación física para evaluar el área limitada por la curva. El tamaño en pulgadas es de $31 \times 29 \times 7.5$ (el integrador) y $153 \times 6.5 \times 4.5$ cm (el rail o regla).

La Asociación Española para el Progreso de las Ciencias celebró un congreso en Valladolid los días 17-22 de octubre de 1915 en la Academia de Ingenieros del Ejército. En su catálogo anuncia la exposición allí de un integrador Amsler-Latton y lo describe.¹⁰

10. “...aparato de facilísimo manejo y de gran utilidad para la profesión del ingeniero. Se determinan con él áreas, momentos estáticos y momentos de inercia de figuras planas. Sirve de directriz al aparato una regla que se coloca sobre el dibujo paralela al eje de momentos; sobre ella resbala mediante dos roldanas que al recorrer con el índice

William Ford declara estar en deuda con el Dr. A. Amsler, hijo del profesor, gracias a la descripción¹¹ que hace del instrumento que, además de calcular áreas de mayor magnitud que el planímetro polar, también proporciona los momentos estáticos y los momentos de inercia de una figura simple tomada sobre cualquier eje que se encuentre en el plano.

El lunes 28 de diciembre de 2020 a las 10 de la mañana realizamos una comprobación del funcionamiento del integrador Amsler del ROA y grabamos un video con una demostración de su uso. Participaron el ingeniero José María López Martín, de la Universidad de Cádiz, y el realizador de video Jesús Sotomayor Navarro. Se hizo en la mesa de la sala de la biblioteca anexa a otra en la que se encontraba el instrumento en su vitrina y bajo la supervisión del bibliotecario, el Dr. Francisco José González González. Hemos traído un dibujo sencillo (una cabeza de una viga) en un folio tamaño A3. Al realizar la operación comprobamos que, de los tres diales del instrumento, uno de ellos no funcionaba, por lo que no pudimos realizar las operaciones matemáticas con todos los datos necesarios para ello y aportados por el instrumento. Pero sí pudimos comprobar el proceso. El diagnóstico del estado de conservación del integrador revela oxidación superficial en algunos puntos de la regla (que no es de latón) y la falta de puesta a punto mecánica de los diales y demás piezas de engranaje (lubricación y

el contorno de la figura marca en tres contadores los valores que, multiplicados por sencillos coeficientes numéricos, dan a la vez el área y los momentos indicados con relación al eje empleado. Operando sucesivamente con dos ejes se determina el centro de gravedad, y recurriendo a la fórmula $h=M/A$ puede obtenerse el momento resistente, pues se obtendrá con su signo, la distancia del eje neutro al que ha servido para determinar M y A . La figura puede estar dibujada en cualquier escala, pues caso de no ser el tamaño natural, se modificarán ligeramente los coeficientes. Fue adquirido el instrumento presentado, en 1903 y es el modelo número 1 de los cuatro que construye la casa Amsler-Laffon et fils de Schaffhouse (Suiza)” [ASOCIACIÓN ESPAÑOLA PARA EL PROGRESO DE LA CIENCIA, 1915, p.16-17].

11. “Conociendo el momento estático de una figura, es muy fácil encontrar su centro de gravedad, es decir, dividiendo el momento por el área. El integrador que se muestra en el grabado posee las cualidades que hacen que solo sea necesario trazar una vez el contorno de la figura, para encontrar las tres cantidades buscadas, por las lecturas separadas. El integrador se utiliza principalmente en la construcción naval, y con su ayuda se ahorra mucho tiempo en el procedimiento, el centro de flotabilidad, la altura metacéntrica, etc. Recientemente se ha utilizado de manera general por los constructores navales en los cálculos de estabilidad. El integrador está hecho de varias formas. El más utilizado se muestra en el grabado. Consiste en un riel, sobre el cual se coloca el instrumento adecuadamente. El instrumento es transportado por un par de ruedas que se mueven en una ranura sobre el riel en un paralelo. Al carro se unen tres ruedas dentadas y un brazo que lleva el marcador F . Con las ruedas de dientes y el brazo marcador se conectan tres rodillos, similares al del planímetro, por el cual se dirige el instrumento en el plano de la figura que se va a colocar. Se hace la medida. Al trazar el contorno de una figura con el trazador, el carro realiza un movimiento hacia adelante y hacia atrás durante el tiempo que los rodillos hacen un movimiento, combinado de rotación y deslizamiento, como con el planímetro. La rotación final de los rodillos puede observarse mediante las divisiones en los tambores y el sistema de conteo conectado con los rodillos. Además del integrador descrito, hay otros modelos. Uno de ellos está dispuesto de manera que solo dé áreas y momentos estáticos, pero no los momentos de inercia. Hay otro más complicado y delicado, que tiene sus rodillos de cálculo moviéndose sobre un disco cubierto de papel, que funciona independientemente de la superficie de dibujo. Sería demasiado difícil y tomaría demasiado espacio intentar hacer aquí una explicación teórica del integrador, lo que no podría hacerse sin el uso de cálculos matemáticos de alto nivel. El difunto Sr. C. W. Merrifield leyó un documento sobre la teoría del integrador ante la Institución de Arquitectos Navales en 1880” [FORD, 1900, p. 286].

ajuste exacto de la tornillería). Por lo demás, el estado de conservación de la pieza es correcto. El video sobre la demostración se puede ver en: <<https://youtu.be/Prt0vWwiWME>>

5. CONCLUSIONES

El integrador, aunque a veces se incluye entre los instrumentos de dibujo, es un instrumento de cálculo, ya que no se utiliza para dibujar, sino para calcular el área comprendida bajo una curva irregular previamente dibujada y que es la expresión gráfica de una integral. El integrador reconoce la curva y nos da el valor de la fórmula de la integral. A pesar de ser un instrumento que realiza sólo una función tan específica, sirve a un abanico muy amplio de ciencias, necesidades y áreas. Su invento y desarrollo a partir de los planímetros, su facilidad de uso, el abaratamiento de su comercialización y la clara conveniencia de su empleo por la enorme rapidez con la que ofrecía los resultados de los cálculos mencionados, fueron las claves de su moderado éxito. Moderado porque, a pesar de mejorar las opciones que ofrecía el planímetro, este tuvo un mayor índice de ventas que el integrador. La rápida edición de manuales con instrucciones para su uso por parte de los profesores y supervisores técnicos dirigidos específicamente a sus alumnos u oficiales, fue fundamental para naturalizar su uso.

El ROA, como institución científica de primer orden en la España del siglo XIX, siguiendo su trayectoria de adquisición de instrumentos científicos para el desempeño de sus funciones, y a pesar de la crisis económica nacional de finales del siglo en general y del Ejército español en particular, sigue comprando instrumentos cuando son necesarios, en las mejores firmas y casas constructoras de Europa, como es el caso del integrador Amsler en 1885. Era un instrumento raro y singular (frente a lo popular del planímetro) y este era su único fabricante. Vemos, además, que de los tres modelos ofrecidos ese año por la firma *Amsler*, el ROA adquiere el modelo 1, el mejor, y el que tiene el coste más elevado. Los trámites para la adquisición del instrumento los realiza directamente el director del ROA, Cecilio Pujazón, a través de correo ordinario y de un intermediario francés (lo cual era una práctica común en la institución), A. Démichel, que regenta como corresponsal la firma “Instrumentos Aplicados a las artes, las ciencias y a la industria”, sita en la calle Pavée au Marais, 24 de París. Démichel se encarga de adquirir el instrumento en la casa amsler de Suiza, de enviarlo al ROA por correo y de facturar y recibir el pago. En concreto, el integrador se adquirió junto a otros instrumentos y materiales (un barómetro registrador Richard, un termómetro registrador con tubo exterior y una regla de un integrador). Los instrumentos llegaron al ROA en diciembre de 1885 desde París a través de Marsella e incluía un folleto de la casa Amsler, de cuatro páginas, con texto, fórmulas, dibujos y las indicaciones para su uso. Es decir, la adquisición se hizo bastante rápido y sin problemas.

El integrador se adquiere en un momento en el que el ROA ya había adquirido hacía unos años los grandes instrumentos que necesitaba para observaciones astronómicas, y se encuentra en una etapa de adquisición de pequeños instrumentos, como el integrador, para cubrir y completar las necesidades de los diferentes departamentos. Según González [1995] se usaba para trabajos geodésicos, junto con otros instrumentos (anteojo micrométrico Rochon, anteojo de pasos Repsold, planímetro Amsler nº 6.498, comparador de reglas Brunner, metro

de platino Brunner, astrolabio Claude et Driencourt nº 92). En 1883 Cecilio Pujazón había asistido a la Conferencia Geodésica Internacional de Roma. En 1886 se crea la Brigada Obrera y Topográfica, antecedente del actual Servicio Geográfico del Ejército, y el trabajo cartográfico es muy intenso en estos años. Unos años antes se habían creado el Servicio de Meteorología Marítima (1874) y el Centro de Agujas Magnéticas (1878) y entre 1887 y 1895 se está realizando la Carta del Cielo. Aparte de los usos geodésicos y topográficos, desconocemos si se utilizó con otros fines. En este sentido, justo el año en el que se compró, se suspendió el Curso de Estudios Superiores para los oficiales de la Armada, por lo que seguramente no llegaron a utilizarlo didácticamente en la asignatura de “Cálculo diferencial, integral, de variaciones y diferencias infinitas” que este curso tenía en su programa (no se ha conservado en el ROA documentación que lo demuestre positivamente, al igual que no hay pruebas que lo relacionen con proyectos concretos del ROA). Sin embargo, a partir de 1885 las enseñanzas superiores de la Marina se reorganizan y se establece la Academia de Estudios de Ampliación que funcionó durante 20 años, donde se impartía dibujo técnico y topográfico, trabajos gráficos, trazado general del buque y aparejos, resistencia de cuerpos flotantes y estabilidad y teoría del movimiento de los buques.

El instrumento, fabricado en latón y acero, en Schaffhausen y adquirido en 1885, está registrado actualmente en el ROA, en la base de datos MILES, con el número de inventario 0035/PH y tiene la inscripción “J. Amsler nº 153”. Sus medidas son 41 x 150 x 5 cm., con un radio de 24 cm. Se conserva la caja de caoba con unas medidas de 31 x 29 cm. Se restauró en 2004 en el Taller Mecánico del ROA, realizándose únicamente la limpieza de las piezas y el montaje. Este montaje no pudo realizarse en principio ya que se desconocía el uso y funcionamiento del mismo, sobre todo asociado a las dos reglas que se conservaban de él. Anecdóticamente, días después de terminar el mecánico su limpieza y entregarlo en las oficinas de la biblioteca, un visitante académico del ROA, lo identificó y explicó su función, por lo que se pudo exponer en la vitrina de manera correcta.

Después de haber estado expuesto en diferentes localizaciones del edificio principal del ROA, actualmente se encuentra en la vitrina número 2 de la sala VII de la Biblioteca. Durante la realización del video pudimos comprobar el funcionamiento del aparato y su estado de conservación, que salvo lo expuesto anteriormente (leve oxidación de la regla y no funcionamiento de uno de los diales por necesidad de reajuste), podemos decir que su estado de conservación es bueno.

Su pervivencia en la colección de instrumentos del ROA contribuye parcialmente a que podamos tener una visión integral de las actividades investigadoras y docentes que se han llevado a cabo en la institución, que la docencia implicaba demostraciones y actividades prácticas en las que no sabemos a ciencia cierta si este instrumento fue uno de los utilizados con este fin, que la adquisición de instrumentos continuó en cuanto a calidad de los mismos a pesar de las circunstancias económicas del país y que las relaciones con las mejores casas fabricantes a nivel internacional continuaba realizándose, en este caso a través de intermediarios y directamente por el director del Observatorio. De los 1.250 instrumentos que a fecha de hoy tiene registrado el inventario del ROA y que se conservan en sus instalaciones, el

integrador Amsler es, sin duda, uno de los más singulares y que despierta cierta incógnita a los profanos del cálculo matemático, ya que no deja de ser curioso un instrumento que, fabricado en el siglo XIX, sirve para calcular un área irregular a partir de seguir sencillamente el trazado de su curva.

ARCHIVOS

AHROA (Archivo Histórico del Real Observatorio de la Armada). Astronomía. Instrumentos. Caja nº 091. Legajo 1885.

MINISTERIO DE DEFENSA. *Real Instituto y Observatorio de la Armada. Inventario de Patrimonio Histórico Mueble*. Ficha con número de inventario ROA: 0035 / PH.

BIBLIOGRAFÍA

AMSLER, Jacob (1856a) *Über die mechanische Bestimmung des Flächeninhaltes der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren insbesondere über einen neuen Planimeter*. Schaffhausen, A. Beck und Sohn.

AMSLER, Jacob (1856b) “Über das Polar-Planimeter”. *Dinglers Polytechnischer Journal*, 140(73), 321-327.

AMSLER, Robert & ERISMANN, Theodor H. (1993) *Jakob Amsler-Laffon, 1823-1912; Alfred Amsler, 1857-1940: Pioniere der Prüfung und Präzision*. Verein für Wirtschaftshistorische Studien.

ARDANK-ABAKANOWICK, BRUNON (1889) *Die Intergraphen. Die Integralkurve und ihre Anwendungen*. Leipzig, Verlag Teubner.

ASOCIACIÓN ESPAÑOLA PARA EL PROGRESO DE LAS CIENCIAS. CONGRESO DE VALLADOLID (1915) *Asociación Española para el Progreso de las Ciencias. Congreso de Valladolid. 17-22 octubre 1915. Academia de Ingenieros del Ejército. Suplemento al Catálogo de la Exposición del material científico*. Guadalajara, Imprenta y Encuadernación del Colegio de Huérfanos de la Guerra.

BUD, Robert & WARNER, Deborah J. (1998) *Instruments of science: An historical encyclopedia*. New York, Science Museum, London, and National Museum of American History, Smithsonian Institution, in association with Garland Pub.

CAPPA, Scipione (1882) “L’Integratore o Planimetro dei Momenti di J. Amsler-Laffon”. *Atti della Società degli Ingegneri e degli Industriali di Torino*, (1882), 22-41.

CARE, Charles (2008) *From analogy-making to modelling: the history of analog computing as a modelling technology*. PhD thesis, University of Warwick.

DE MORIN, Henri (1913) *Appareils d’integration: integrateurs simples et composes. Planimètres intégromètres; intégraphes et courbes intégrales, analyse harmonique et analyseurs*. Paris, Gauthier-Villars.

DURAND-RICHARD, Marie José (2010) “Planimeters and integragraphs in the 19th century. Before the differential analyser”. *Nuncius*, 25, 101-124.

FORD STANLEY, William (1900) *Mathematical, drawing and measuring instruments. 7ª edición*. New York, E. F. & N.

FRASER, Alexander (1885) “Two Mechanical Integrators or Planimeters”. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 4, 29-36. <doi:10.1017/S0013091500029849>

GONZÁLEZ GONZÁLEZ, Francisco José (1995) *Instrumentos científicos del Observatorio de San Fernando (siglos XVIII, XIX y XX)*. Madrid, Ministerio de Defensa.

GONZÁLEZ GONZÁLEZ, Francisco José (1992) *El Observatorio de San Fernando (1831-1924)*. Madrid, Ministerio de Defensa.

- GILLISPIE, Charles. C. (1970) *Dictionary of scientific biography*. New York, Charles Scribner's Sons.
- HORSBURG, Ellice-Martin (1914) *Modern instrument and methods of calculation. A hand-book of the Napier tercentenary exhibition*. Edinburgh, Napier Tercentenary Exhibition.
- JACOB, Louis (1911) *Le calcul mécanique. Appareils arithmétiques et algébriques intégrateurs*. Paris, Octave Doin et fils, editeurs.
- JAHNKE, Eugen Von (1912) *Mathematisch-physikalische Schriften für Ingenieure und Studierendeherausgegeben mathematische Instrumente*. Leipzig/Berlin, Institut zu Postdam.
- LAFUENTE, Antonio & SELLES, Manuel (1988) *El Observatorio de Cádiz (1753-1831)*. Madrid, Ministerio de Defensa.
- MCGEE, David (1998) "The Amsler Integrator and the Burden of Calculation". *Material History Review*, 48, 57-74.
- MENDIZÁBAL, Carlos (1893) "Los instrumentos de cálculo y sus aplicaciones a la ingeniería". *Memorial de ingenieros del Ejército*, 10(7): 1-38.
- OTNES, Bob (2002) "American Planimeters". *Journal of the Oughtred Society*, 11(2), 59-64.
- TURNER, Gerald L'Estrange (1983) *Nineteenth-Century scientific instruments*. Londres, Sotheby Publications.
- TURNER, Gerald L'Estrange & BRYDEN, David J. (1997) *A classified Bibliography on the history of scientific instruments*. Oxford, Museum of History of Science.
- VELA URREGO, Claudia Teresa (2013) *Estudio sobre el físico-matemático e inventor José Ruiz Castizo y Ariza (1857-1929)*. [Tesis doctoral]. Logroño, Universidad de La Rioja.
- VELA URREGO, Claudia Teresa; SARMIENTO SARMIENTO, Edilberto & HERNÁN-BUSTOS VELAZCO, Edier. (2017) "Analytical foundation of the planimeter". *Visión Electrónica*, 11(2), 311-317.

RECURSOS EN INTERNET

- FARAH, Daniel. *Amsler's Planimeter*. Vimeo. Instituto Tecnológico Autónomo de México (ITAM). <<https://vimeo.com/14151775>> [Consulta: 17/6/2021].
- MACHO, M. *El Planímetro de Jacob Amsler*. Blog de la Facultad de Ciencia y Tecnología. Universidad del País Vasco. <<https://ztfnews.eus/2013/11/16/el-planimetro-de-jacob-amsler/>> [Consulta: 17/6/2021].
- MATEMATICHE INSTRUMENTE. *Matematische Instrumente*. <<https://mathinstruments.ch/en/gallery/inv-3.011.html>> [Consulta: 17/6/2021].
- MUÑOZ REY, Yolanda. Perfil de YouTube. *Integrador Mecánico AMSLER en el ROA*. <<https://youtu.be/PrtOvWwiWME>> [Consulta: 17/6/2021].
- ROBERTSON, Edmund F. & O'CONNOR, JOHN J. *McTutor*. University of St. Andrews. Escocia. <<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Amsler/>> [Consulta: 17/6/2021].
- TOUSSAINT, Daniel. *ARC. Amigos de las Reglas de Cálculo*. <<http://www.linealis.org>> [Consulta: 17/6/2021].
- WABASH COLLEGE. *Wabash College. Chicago, Illinois*. <<http://persweb.wabash.edu/facstaff/footer/planimeter/PlethoraTalk/OtherPurposes.htm>> [Consulta: 17/6/2021].
- WORTH POINT. *Worth Point. Discover, Value, Preserve*. WorthPoint Corporation. Atlanta, Georgia. <<https://www.worthpoint.com/worthopedia/e-model-4280-integrator-amsler-1936460105>> [Consulta: 17/6/2021].

ANEXOS

ANEXO 1. FICHA DEL INVENTARIO ACTUAL

Número de inventario ROA: 0035/PH [1 foto]
Nombre del objeto: Integrador Mecánico.
Autor/Escuela/Fábrica: AMSLER.
Número de serie: 153.
Lugar: Schaffenhausen.
Fecha: 1885.
Inscripción/Leyenda: "J. Amsler nº 153".
Descripción/Técnica: Instrumento utilizado para medir áreas (integrales) en un plano.
Material: latón, acero.
Clasificación ROA: Cálculo.
Clasificación MILES: Instrumentos/Instrumentos y equipos de laboratorio/Instrumentos de cartografía, delineación y topografía.
Dimensiones/Peso: 41 x 150 x 5 cm.
Ubicación/Sala: Edificio principal/Sala VII/Expositor 3.
Ingreso(fecha/forma): 1885/Compra.
Alta/Baja(fecha/motivo): 1885/Compra.
Otros números: CAT-98 / EX853 / H9-212.
Estado de conservación: Bueno.
Restauración (lugar/fecha): Taller mecánico del ROA / 2004.
Restauración (tratamiento): limpieza de las piezas.
Bibliografía: González (1995).
Archivo fotográfico: Diapositiva: D-098 y Archivo digital: 0035-1 / 0035-4.
Fecha y autor de la ficha: 2011 / FJGG.

ANEXO 2. FICHA DEL INVENTARIO DE 1995

Integrador Mecánico.
Amsler, nº 153.
[Schaffenhausen], 1885.
Radio: 24 cm. Caja: 31 x 29 cm.
Latón.
Inscripción: J. Amsler nº 153.
Localización: Biblioteca, sala 7, Vitrina 2.
Nº Inv.: 0035/B7.

ANEXO 3. INVENTARIO DE 1910

853 (212/H9)
Integrador mecánico nº 153 de Amsler con su regla.

23 de diciembre de 1885: adquirido a su constructor.

A cargo de la 4ª sección.

ANEXO 4. CARTAS RELATIVAS A LA ADQUISICIÓN DEL INTEGRADOR

- Primera carta: 1885-240-C

Miércoles 14 de octubre 1885

Sr. Démichel

Calle Pavée au Marais, 24. París

Quiero agregar a la oficina de correos una hoja de nuestro cronógrafo que supongo que ya ha recibido. Te ruego que me envíes las 200 ¿curvisot? que estarán listas.

Todos también habrán recibido o pronto recibirán por el archivo adjunto [...] a nuestra embajada un pedido de 2 carretes de Loch Fleuriais.

Le ruego que recoja empacutado un integrador Amsler del precio 440 francos. Y si construye o conoce al constructor, un barómetro y un registrador de esterómetro Richard.

Acepte, señor, la seguridad del más distinguido considerado.

C. Pujazón

- Segunda carta:

Paris, 7 de noviembre de 1885

Señor Salmeron

A. Démichel Succr.

Instrumentos Aplicados a las artes, las ciencias y a la industria

Calle Pavée au Marais, 24. París

Señor,

En respuesta a su segunda carta del corriente, dele un boceto lateral a la disposición de las bandas del insertador que debe imprimir su anemómetro. La longitud de estas hojas se ha mantenido constante porque el tambor todavía se está desarrollando a 30 milímetros por hora. Pero los arreglos y los tamaños de los ¿elutros? han variado un poco, de modo que el ancho de la hoja de papel también ha sufrido una ligera modificación. No me quedé con un modelo en papel que te envié el año pasado.

[...] el Loch Fleuririan [...] en el correo una descripción con algunos otros avisos que pueden ser de su interés, como los que se refieren al integrador.

El precio de Loch Fluriar es de 150 francos.

Acepte, señor, la seguridad de mi más distinguida consideración.

A. Démichel

- Tercera carta: 1885 – 299 – C

19 de diciembre de 1885.

Al Sr. A. Démichel,

Calle Pavée au Marais, 24. París

Le mando una orden en París de setenta y un francos por el saldo de nuestra cuenta de 200 hojas de papel para el anemógrafo, integrador Amsler, barómetro y termómetro Richard. Y le ruego que acuse recibo.

Acepte, Sr. Démichel, la seguridad de una consideración muy distinguida.
C. Pujazón.

• Cuarta carta:

París, 28 de octubre de 1885.

Señor Salmeron

A. Démichel Succr.

Instrumentos aplicados a las artes, las ciencias y a la industria

Calle Pavee au Marais, 24. París

Señor,

Tengo el honor de notificarle que envié a su dirección por Marsella, el planímetro Amsler y los dos Richard Enregistreurs que me solicitó en su carta del día 14.

Para incluir, le entrego la factura en la que puede unir el inventario a la anterior.

Con la esperanza de que estos instrumentos, así como el [...], se le presenten en [...] en buen orden, le ruego que acepte, señor, la seguridad de mi consideración muy distinguida.

A. Demichel.

ANEXO 5. FACTURA DE LA COMPRA DEL INTEGRADOR.

• En un único documento de tamaño cuartilla está la factura:

Instrumentos de precisión aplicados a las artes, las ciencias y la industria

Señor J. Salleron. A.Démichel, Succr. Calle Paveé au Marais, 24.

Al Observatorio de la Marina Española en San Fernando

París, a 28 de octubre de 1885

1 Integrador Amsler completo	440 francos
------------------------------	-------------

1 Barómetro registrador Richard	125 francos
---------------------------------	-------------

1 Termómetro registrador con tubo exterior	125 francos
--	-------------

Total:	690 francos
--------	-------------

Embalaje y correos	5,50 francos
--------------------	--------------

Regla de un integrador	3,50 francos
------------------------	--------------

	699 francos
--	-------------