

LAS DISCIPLINAS MATEMÁTICAS EN EL *CURSO DE ESTUDIOS ELEMENTALES DE MARINA* (1803) DE GABRIEL CISCAR

JUAN FRANCISCO LÓPEZ SÁNCHEZ
Universidad Politécnica de Cartagena
CARLOS LÓPEZ FERNÁNDEZ
Universidad de Murcia

Resumen

La primera edición del *Curso de Estudios Elementales de Marina* de Gabriel Ciscar vio la luz en la Imprenta Real de Madrid en el año 1803. La finalidad de esta obra era unificar las enseñanzas en las academias navales de Cádiz, Ferrol y Cartagena, así como proporcionar a los guardiamarinas la formación científica necesaria para ejercer su labor como oficiales de la Armada española. Los cuatro tomos en que se divide el *Curso* —*Aritmética, Geometría, Cosmografía y Pilotaje*— tuvieron frecuentes reediciones a lo largo del siglo XIX, constituyendo un excepcional caso de longevidad entre los textos náuticos. En este trabajo se describe la gestación de esta importante obra de Ciscar y se analiza el contenido de los dos tomos de carácter matemático, *Aritmética* y *Geometría*. Así mismo, se comprueba tanto su adecuación a las tendencias docentes de la matemática de la época como a las específicas necesidades de la Marina.

Abstract

The first edition of Gabriel Ciscar's *Curso de Estudios Elementales de Marina* was published by the Royal Press of Madrid in 1803 in order to provide unified mathematics training at the Naval Schools of Cádiz, Ferrol and Cartagena. Ciscar's *Course* became an unusually long-lasting nautical text, as all four volumes —Arithmetic, Geometry, Cosmography and Piloting— were repeatedly reprinted throughout the 19th century. This paper describes the genesis of this important work, studies the contents of the two volumes on mathematics, and considers their adequacy both to the 19th-century teaching trends and to the Navy specific needs.

Palabras clave: Matemáticas, Aritmética, Geometría, Academias navales, Libros de texto, España, Siglo XIX, Gabriel Ciscar.

Keywords: Mathematics, Arithmetic, Geometry, Naval academies, Textbooks, Spain, 19th century, Gabriel Ciscar.

Recibido el 12 de noviembre de 2015 – Aceptado el 1 de marzo de 2016

1. GABRIEL CISCAR Y LA ACADEMIA DE GUARDIAMARINAS DE CARTAGENA¹

Es normalmente aceptado que la llegada de los Borbones al trono español supuso el inicio del tránsito a la modernidad en nuestro país. La nueva dinastía quiso en todo momento reforzar el poder del Estado llevando a cabo una profunda reforma de sus estructuras políticas y administrativas, e intentó también sacarlo de su proverbial atraso científico. En otras palabras: buscó importar a España el espíritu de la Ilustración. Sabido es que tal situación tomó ya carta de naturaleza durante los reinados de Felipe V (1700-1746) y Fernando VI (1746-1759), alcanzando su apogeo durante el de Carlos III (1759-1788) y manteniéndose (aunque ya en declive) con el de Carlos IV (1788-1808). La Guerra de la Independencia y el ulterior desastroso reinado de Fernando VII (1813-1833) dieron al traste con la práctica totalidad de lo conseguido.

Para lograr sus objetivos, la Corona precisaba una serie de profesionales cualificados (militares, marinos, ingenieros, arquitectos, médicos y científicos) bien preparados y de mentalidad práctica, comprometidos con el progreso económico del país y deseosos de aplicar sus conocimientos a la mejora de las condiciones de vida de la población. A tal efecto, los Borbones prefirieron ignorar una institución tan retrógrada como la Universidad española del momento, claro reducto del aristotelismo, y promovieron la creación de unas nuevas instituciones (civiles y militares) que pudieran servir como vía de entrada a la ciencia moderna.

En la Región de Murcia surgieron varios de estos nuevos centros, sobre todo en las dos principales ciudades de la misma: Murcia y Cartagena. Así, aunque no directamente relacionados con los objetivos de este trabajo, en la capital cabe aludir al Seminario Conciliar de San Fulgencio (fundado en 1552) en cuyo plan de estudios de 1774 fue usado como texto el *Logis Theologicis* de Gaspar Juenin, que incluía contenidos de Aritmética, Álgebra, Geometría, Geografía y Física. En 1776 se fundó la Real Sociedad Económica de Amigos del País, dirigida sin embargo por personalidades conservadoras, la cual mantuvo una Sala de Elementos Matemáticos y otra de Historia Natural. Llegó incluso a funcionar, aunque fugazmente, una cátedra de Matemáticas con cargo a fondos de Temporalidades, regentada por el profesor Luis Santiago Bado [MÁS GALVÁN, 2003]. La Academia de Medicina vivió por esos años su primera etapa (1759-c. 1772), siendo luego refundada en 1811.

Pero sin duda, Cartagena constituyó el ejemplo más significativo del reformismo ilustrado en la Región. Al haber sido elegida en 1726 capital del Departamento Marítimo del Mediterráneo, recibió importantes inversiones estatales y quedó convertida en un foco de concreción y expansión de todo tipo de inquietudes científicas y culturales, superando en este terreno a la propia capital de la Región. Las citadas inversiones conllevaron la realización en la ciudad de notables obras civiles, como la construcción del Arsenal Militar (1731-1782) —con los primeros diques de carenar en seco construidos en el Mediterráneo—, la fortificación de la ciudad (1773-1787), mejoras en varios cuarteles y dependencias administrativas y remodelación del puer-

to. Se llegó incluso a instalar en 1773 la primera máquina de vapor en España —para bombear agua de los diques del Arsenal, y capaz de realizar el equivalente en trabajo a 330 obreros— que fue diseñada por Jorge Juan Santacilia. Junto a éste destacaron en las distintas obras ingenieros militares como Sebastián Feringán y Mateo Vodopich. En otros ámbitos, además de una primera y efímera Academia de Medicina (c. 1740), surgieron el Hospital Real de Marina (1762) con su excelente Anfiteatro Anatómico, el Jardín Botánico (1785-1810) inicialmente ubicado en el barrio de Santa Lucía, con Agustín Juan y Poveda como principal director, la Escuela de Navegación, creada en 1750 y, sobre todo, la Academia de Guardiamarinas (1776-1824), centro que por su especial significación para este trabajo habrá de ser tratado con detenimiento más adelante.

Otro aspecto relevante en cuanto a la difusión de la ciencia en Murcia durante la Ilustración fue el de la publicación de obras científicas. Así, por esos años se aprecia un alza espectacular del número de libros de carácter cultural, pasándose de 93 en el siglo XVII a 785 en el XVIII [EGEA & RUÍZ ABELLÁN, 1985] de los que 58 tuvieron carácter científico [VALERA & LÓPEZ FERNÁNDEZ, 2006]. Estas obras se distribuyen cronológicamente en tres etapas: 1700-1750 (10 obras), 1750-1775 (14) y 1775-1800 (34), y temáticamente en tres categorías: Medicina (30; 51,7%), Botánica (6; 10,3%) y Matemáticas y ciencias afines (16; 27,6%). Entre estas últimas se encuentran los ‘Compendios’ matemáticos de Luis S. Bado y Juan Bañón para la Real Sociedad Económica de Amigos del País², así como los tres primeros textos de Gabriel Ciscar para la Academia de Guardiamarinas —los tratados de *Aritmética*, *Cosmografía* y *Trigonometría esférica*—, quien más adelante publicaría en Madrid otras cuatro obras de carácter científico. Surgió también una revista en Cartagena, el llamado *Semanario Literario y Curioso*, por iniciativa de un grupo de oficiales de la Armada, que trató frecuentemente de asuntos relacionados con la ciencia.

Un jalón destacado dentro de la política ilustrada de modernización de las Fuerzas Armadas fue la creación en 1776 de dos nuevas Compañías de Guardiamarinas en Cartagena y El Ferrol, iniciativa que ya había sido considerada por Jorge Juan Santacilia en su etapa de capitán de la Compañía de Cádiz, pero que no se había llevado a la práctica principalmente por la escasez de docentes con la preparación adecuada. Al iniciarse la década de 1770, el aumento en el número de unidades navales hizo necesario incrementar el número de oficiales, con la consiguiente merma en la calidad de su formación, por lo que fue necesario designarlos entre miembros del cuerpo de pilotos [LAFUENTE & SELLÉS, 1988], e incluso “*sujetos de otros cuerpos, que carecen de los principios establecidos en éste, y que no tienen práctica, ni están acostumbrados a las fatigas de la mar*”³. Las nuevas compañías habían de realizar su cometido junto a la existente en Cádiz desde 1717, y estarían dotadas de sendas academias para atender a la formación científica y técnica de los aspirantes a oficial [LÓPEZ SÁNCHEZ, 2005; SÁNCHEZ CARRIÓN, 2009]. En Cartagena ejerció como primer capitán de la Compañía José de Mazarredo y como primer director de la Academia el

italiano Giacinto Cerutti (etapa de 1777-1787). Tras éste ocuparon el máximo cargo, y dentro de las etapas que se indican, Gabriel Ciscar y Ciscar (1788-1798), Felipe Gutiérrez Varona (1798-1812) y José Sánchez Cerquero (1812-1816) [LÓPEZ SÁNCHEZ, 2005].

Respecto a los estudios impartidos, en 1783 quedaron unificados los programas de las tres academias después de la reunión mantenida por el ministro Valdés, a instancias de Mazarredo, con los capitanes de las compañías. Dicho plan de estudios permanecerá vigente —con pequeñas modificaciones— hasta 1803, cuando se fije otro (preparado por Gabriel Ciscar), por decisión del también ministro Grandallana; este dirigente propugnaba unas enseñanzas científicas menos teóricas y más próximas a las necesidades del marino profesional.

El plan de estudios de 1783⁴ preveía dos años de enseñanzas científico-teóricas con cuatro asignaturas semestrales: *Aritmética*, *Geometría plana y sólida y trigonometría plana*, *Cosmografía, trigonometría y práctica de resoluciones trigonométricas* y *Navegación con la práctica de las observaciones de latitud y longitud*. Tras aprobar estas asignaturas los guardiamarinas embarcaban para practicar lo aprendido. Los textos utilizados para dichas enseñanzas fueron los de Louis Godin (*Compendio de Matemáticas. Aritmética*; Cádiz, 1758), Vicente Tofiño (*Compendio de la geometría elemental y trigonometría rectilínea*; Cádiz, 1771), Gabriel Ciscar (*Tratado de aritmética*; Murcia, 1795. *Tratado de trigonometría esférica y Tratado de cosmografía*; Cartagena, 1796) y José de Mazarredo (*Lecciones de navegación*; Isla de León, Cádiz, 1790), que actualizó el *Compendio de navegación* escrito por Jorge Juan. Por supuesto que el Plan contemplaba otras asignaturas de carácter no científico⁵.

A partir de 1783 y hasta 1814, aunque de forma intermitente, estuvo también en vigor dentro de la Academia el llamado *Curso de Estudios Mayores*, con el que se buscaba tanto la especialización en las últimas técnicas de navegación e hidrográficas de los oficiales mejor preparados científicamente, como completar su formación para que pudieran ejercer como profesores en las academias navales. Este curso, del que Gabriel Ciscar fue con el tiempo alumno y profesor, se inició en Cartagena en septiembre de 1783 y acabó siendo impartido también en Cádiz y El Ferrol. Tuvo dos versiones: una, ajustada al programa de Cerutti⁶ y vigente durante la etapa 1783-1785, que abarcaba dos cursos académicos; otra, bajo el programa concebido por Ciscar⁷, de cuatro cursos, que se inició en 1785 y fue declarado obligatorio en las tres academias por real orden de 14 de noviembre de ese mismo año. El plan de estudios de Cerutti incluía las asignaturas: *Algebra*, *Geometría y cónicas*, *Cálculos sublimes*, *Óptica e instrumentación*, *Mecánica*, *Astronomía*, *Trigonometría esférica* y *Teoría newtoniana*. En el plan de Ciscar, claramente orientado a la Física Experimental, se incluyeron las asignaturas de *Algebra*, *Mecánica*, *Óptica*, *Astronomía* y *Física*. Basta con leer los títulos de tales disciplinas para entender que la Academia de Guardiamarinas de Cartagena, con este modelo de formación de ‘oficial científico’, fue una de las instituciones que facilitó la entrada de la ciencia moderna en España. Debe seña-

larse, asimismo, que en la Academia funcionó un Observatorio Astronómico desde 1777 dirigido por José de Mazarredo y José González Ortiz [LÓPEZ SÁNCHEZ & VALERA CANDEL, 1994a] y una biblioteca muy bien dotada de obras matemáticas, astronómicas, físicas y de ciencias auxiliares de la navegación.

En 1803 tuvo lugar la publicación del *Curso de Estudios Elementales de Marina*, destinado a la formación básica de los guardiamarinas. En esos años iniciales del siglo XIX, Gabriel Ciscar era uno de los militares españoles con mejor preparación científica, hasta el punto de haber sido calificado en 1798 por el director general de la Armada, Juan de Lángara, como “*el primer hombre de la Nación considerado por su saber matemático*”⁸. Ciscar había iniciado su formación en la propia Academia de Guardiamarinas de Cartagena en 1777, embarcándose al año siguiente para su viaje de prácticas en el *San Juan Bautista* a las órdenes de José de Mazarredo, con quien luego compartiría parte de su labor docente y científica. Tras ser destinado a diversos buques de guerra y participar en varias acciones bélicas, volvió a Cartagena en 1783 para incorporarse junto a otros siete oficiales al *Curso de Estudios Mayores*. Ante su excelente formación científica el director del mismo, Giacinto Cerutti, primero le eximió de asistir a clase y poco después le hizo colaborar en la docencia. Según se ha dicho, dos años después se implantaban sus propios programas dentro del citado *Curso*.

En abril de 1788 Ciscar ascendió a teniente de navío y fue nombrado director de la Academia de Guardiamarinas de Cartagena. En 1792, ya con el empleo de capitán de fragata, se ocupó de preparar la segunda edición del *Examen Marítimo* que Jorge Juan Santacilia había publicado en 1771. Tiempo después, entre 1795 y 1796, tras su ascenso a capitán de navío, publicó Ciscar los tratados de *Aritmética*, *Trigonometría Esférica* y *Cosmografía*, dedicados a la instrucción de los guardiamarinas. En 1798 cesó como director y primer maestro de Matemáticas de la Academia de Cartagena, al ser nombrado comisario provincial de Artillería de Marina. Ese mismo año fue comisionado para asistir a las reuniones del Instituto de Francia donde se fijarían las unidades del nuevo sistema métrico decimal [LÓPEZ SÁNCHEZ & VALERA, 1994b]; en relación a ellas publicó en Madrid en 1800 *Memoria elemental sobre los nuevos pesos y medidas decimales fundados en la naturaleza*, obra que significó la introducción en España del nuevo sistema metrológico.

En el ámbito científico, el año de 1803 fue muy importante para Ciscar, pues apareció la que cabe considerar como su mejor aportación a la astronomía náutica, la obra titulada *Explicación de varios métodos gráficos para corregir las distancias lunares*, tema sobre el que venía trabajando desde varios años antes. Como ya se ha indicado, su *Curso de Estudios Elementales de Marina* vive su primera edición justo este mismo año. Ciscar volvió a Cartagena en 1805, como segundo comandante general del cuerpo de Artillería de Marina. En esta misma ciudad asumió en 1808 el mando de la Compañía de Guardiamarinas, pero tras iniciarse la Guerra de la Independencia, hubo de apartarse de tal destino.

Encargado de la defensa del Reino de Murcia, en agosto de 1808 pasó a la Junta Central; en marzo de 1809 fue nombrado gobernador militar y político de Cartagena y en febrero de 1810 secretario de Estado y del Departamento de Marina. El 28 de octubre de 1810 las Cortes lo designaron miembro del Consejo de Regencia, cargo que ocupó hasta enero de 1812, aunque fue nombrado de nuevo regente en marzo de 1813. Hombre de ideas liberales, al volver Fernando VII fue confinado en Murcia, Cartagena y Oliva, su pueblo natal. Con el pronunciamiento de 1820 recuperó su puesto de consejero de Estado, ascendió a teniente general y por tercera vez formó parte de la Regencia, con motivo de la declaración de enajenación mental del rey por parte de las Cortes. Al iniciarse la reacción absolutista en 1823, fue condenado a muerte por Fernando VII, por lo que huyó a Gibraltar. Allí sobrevivió gracias a la pensión que le asignó el duque de Wellington, y aún pudo escribir, entre otras obras literarias, *Poema físico-astronómico*. Falleció el 12 de agosto de 1829.

2. EL CURSO DE ESTUDIOS ELEMENTALES DE MARINA DE 1803

Como ya se ha señalado, la necesidad de unificar las enseñanzas en las tres academias navales de Cádiz, Cartagena y El Ferrol, así como la conveniencia de definir el carácter y extensión de los estudios de los guardiamarinas, motivaron el encargo que el ministro Domingo de Grandallana realizó a Gabriel Ciscar en 1802, consistente en la preparación de los textos necesarios para la enseñanza en los centros docentes de la Armada:

que desde luego se escriba un curso o tratado de estudios para el uso de las Academias de Guardias Marinas, pues que siendo uno mismo el fin y la ciencia debe por consiguiente ser también uniforme la enseñanza, la cual deberá asimismo extenderse a las Academias de Pilotos, Colegios de San Telmo y demás Escuelas Náuticas del Reino⁹.

El nuevo tratado no habría de incluir conocimientos teóricos innecesarios para los cadetes, sino solo recoger *"lo puramente necesario para las aplicaciones ordinarias de la guerra y navegación, que no debe ignorar ningún oficial de Marina, y que dicha obra ha de escribirse con la concisión y claridad que exige la comprensión de los jóvenes"*¹⁰. No olvidaba Grandallana los estudios de ampliación de los oficiales, por lo que en la misma real orden se confiaba a Ciscar la redacción de otra obra (que creemos no llegó a escribir) destinada al *Curso de Estudios Mayores*, *"para que sin necesidad de acudir a obras extranjeras puedan los oficiales aplicados de la Armada adquirir la ilustración que apetezcan"*¹¹.

En agosto de 1802, Ciscar envió a Grandallana el plan del *Curso de Estudios Elementales*, así como el extracto de cada uno de los seis tratados previstos¹². El esquema general que proponía Ciscar era el siguiente:

Plan del Curso de Estudios Elementales de Marina¹³

I. Tratado de Aritmética: en que se dará razón de las operaciones, y se reducirán estas a las más precisas para facilitar la práctica de la Navegación.

II. Tratado de Geometría: en que se demostrarán las propiedades de las líneas, superficies y sólidos, que sirven de base para la resolución de los problemas náuticos y comprenderá las nociones de Geometría práctica y de Trigonometría rectilínea de que se hace uso en el Pilotaje.

III. Tratado de Cosmografía: que comprenderá algunas nociones sobre los círculos, líneas y puntos que se imaginan en la esfera, los elementos de Astronomía y Geografía que facilitan la inteligencia del Pilotaje, y la solución de los Problemas usuales de Astronomía náutica, por métodos más expeditos que los que se deducen inmediatamente de la Trigonometría Esférica, cuyo estudio resulta innecesario.

IV. Tratado de Pilotaje: que comprenderá el manejo de los instrumentos de esta Arte, y la explicación de los métodos más adecuados para determinar el punto de la Nave y dirigir la derrota, por la resolución de los Problemas que dependen de la línea del rumbo, y por las observaciones astronómicas.

V. Tratado de Maniobra, dividido en dos partes.

La primera, baxo el título de *parte teórica*, comprenderá la exposición y aplicación de algunos principios de Mecánica.

La segunda, bajo el título de *parte práctica*, comprenderá las maniobras y faenas más esenciales para el manejo y conservación de la Nave, al ancla y a la vela.

VI. Rudimentos de Arte Militar Marítimo, divididos en tres partes.

La primera parte, baxo el título de *Nociones de Artillería*, comprenderá todo lo relativo al manejo de las armas y artificios de fuego de que se hace uso a bordo de los Navíos.

La segunda parte, baxo el título de *Advertencias esenciales sobre las maniobras de combate*, comprenderá las prevenciones para combate, y las reglas más precisas para dar caza, abordar, y batir, al ancla y a la vela.

La tercera parte, baxo el título de *Nociones de Táctica Naval*, comprenderá únicamente las definiciones y preceptos fundamentales de esta Arte, de la que sólo se dará una idea general.

Se aprecia que el *Curso de Estudios Elementales de Marina* quedaba dividido en tres partes. La primera, formada por los tratados de Aritmética y Geometría, introduce las herramientas matemáticas necesarias para afrontar el estudio de los tratados siguientes. No debemos olvidar la escasa formación con que la mayoría de los guardiamarinas ingresaban en las academias navales. Estos dos tomos introductorios tendrían la misión de uniformar el nivel de conocimientos matemáticos de los alumnos, aunque situándolos sólo en el mínimo imprescindible.

La segunda parte del *Curso* estaba integrada por los tratados de Cosmografía, Pilotaje y Maniobra. Con ellos se pretendía formar teórica y prácticamente al oficial de la Armada, pero también al piloto, de acuerdo con la instrucciones dadas por el ministro Grandallana. El objetivo de estos tres tomos era explicar, según se dijo anteriormente, "*los métodos más adecuados para determinar el punto de la Nave y dirigir la derrota*", así como "*las maniobras y faenas más esenciales para el manejo y conservación de la Nave*"¹⁴. La tercera y última parte de la obra era de carácter netamente militar, consistente en ese tratado sobre los Rudimentos de Arte Militar Marítimo arriba citado, dedicado a la artillería naval, maniobras de combate y táctica naval.

A fin de completar su propuesta, Ciscar incluyó unas *Reflexiones sobre el método que parece conveniente establecer en la enseñanza*¹⁵, donde daba algunas orientaciones prácticas para la docencia. En su opinión, el mejor momento para hacerse a la mar en viaje de prácticas era después de haber estudiado los cuatro primeros tomos

y la parte teórica de la Maniobra, así como el manejo de la cabuyería, más fácil de aprender ante un modelo que a bordo de un buque. El resto del Curso debía estudiarse durante el embarque, y al término del viaje se podría repasar en la Academia. A continuación tendrían lugar los exámenes de Maniobra y Arte Militar Marítimo, y de nuevo otra prueba sobre el Pilotaje, tras lo cual se verificaría un nuevo embarque de los guardiamarinas, para adquirir mayor experiencia.

Ciscar concebía su *Curso* como un texto flexible que los maestros debían adaptar a las posibilidades de cada alumno:

El Curso de Estudios se escribirá en términos que pueda acortarse y alargarse, dentro de los límites determinados por las materias que constituyen su principal objeto. Será obligación de los Maestros el adaptarlo a las facultades intelectuales de cada uno de los Discípulos, con el conocimiento de que para los sujetos de luces y de talento cultivado, las ideas teóricas son alas que les facilitarán el recorrer con seguridad en todos tiempos el campo de los conocimientos náuticos, sin la dura precisión de cargar la memoria con una multitud de reglas difíciles de retener, pero sin perder de vista que las demostraciones resultan inútiles para los que no se hallan en disposición de comprenderlas¹⁶.

Para favorecer la mencionada flexibilidad, manifiesta Ciscar su intención de indicar al final de cada tratado los conocimientos mínimos indispensables que debe adquirir todo guardiamarina. La labor de estimular a los alumnos debe recaer en los maestros de las academias, y como incentivo propone que por cada examen aprobado con nota superior a suficiente gane el guardiamarina un mes de antigüedad, y dos meses en caso de obtener un sobresaliente. Así, señala:

Entonces no habría inconveniente en establecer una diferencia más visible entre las lecciones que se señalasen a diferentes sujetos, y de este modo, los de luces y aplicación constante lograrían ser distinguidos como corresponde, y a los menos dispuestos se les ahorraría la molestia de ensayarse a estudiar lo que no pueden comprender¹⁷.

La propuesta de plan de estudios presentada por Ciscar fue aceptada por sus superiores casi en su totalidad. No se aprobó la inclusión de la tercera parte de los Rudimentos del Arte Militar, correspondiente a la táctica naval, "*en que se sigue a Morgues y Amblimon, pues antes de terminarse lo que antecede de la obra se darán los elementos que han de seguirse en esta materia*"¹⁸. Tampoco se aceptó la forma de premiar el buen rendimiento académico, ni el método de enseñanza a bordo y en tierra por no ser atribución del plan de estudios fijar estos extremos. Finalmente, se aprobaba el plan de Ciscar, aunque con la recomendación de incluir alguna materia no contemplada en el proyecto original:

Sería bueno dar idea en la geometría práctica del modo de formar un Plano de un Puerto o rada con las aplicaciones combenientes. Y con esto está corriente esta Obra que la podrá trabajar su autor a la mayor brevedad¹⁹.

Ciscar comenzó a trabajar de inmediato en el *Curso*, y prueba del interés del Ministerio en disponer pronto de la obra es que se le asignó un escribiente con 16 pesos mensuales de gratificación "*y facultad de elegir y asignar gratificación a otro u otros*

si el autor lo juzgase necesario²⁰. La primera edición del *Curso* fue costeada parcialmente por las compañías de guardiamarinas, a razón de 200 reales cada una²¹.

Los textos de Ciscar comenzaron a ser empleados en las academias navales inmediatamente después de su publicación. El 20 de enero de 1804 una orden ministerial establecía el inicio de la docencia con el Tratado de Cosmografía, y que se vendiese éste a 10 reales el ejemplar en rústica. Así mismo, el 14 de agosto de ese mismo año se ordenó la inmediata enseñanza del Pilotaje²². Como ya se comentó, aunque estaba prevista la publicación de sendos tratados de Maniobra y de Rudimentos de Arte Militar Marítimo, estos tomos no vieron la luz, lo que no fue obstáculo para que Ciscar hiciera referencia a ellos en varios artículos del Pilotaje.

Los diferentes tratados del *Curso de Estudios Elementales de Marina* tuvieron las siguientes ediciones:

| <i>Nº de edición</i> <i>Tomo</i> | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª | 7ª | 8ª | 9ª | 10ª | 11ª |
|-------------------------------------|------|------|------|------|------|------|--------|------|------|------|------|
| Aritmética | 1803 | 1816 | 1822 | ? | 1836 | 1840 | 1851 | 1864 | | | |
| Geometría | 1803 | 1816 | 1825 | 1832 | 1837 | 1842 | 1851 | 1864 | | | |
| Cosmografía | 1803 | 1817 | 1827 | 1834 | 1838 | 1844 | 1851 | 1861 | 1869 | s.a. | |
| Pilotaje | 1803 | 1817 | 1827 | 1834 | 1839 | 1848 | ¿1851? | 1858 | 1864 | 1868 | 1873 |

Todas las ediciones fueron preparadas en la Imprenta Real o Nacional, salvo la séptima, realizada en la Imprenta del Ministerio de Comercio, Instrucción y Obras Públicas, la octava del *Pilotaje*, compuesta en la Imprenta de la Viuda de Calero, y la décima de la *Cosmografía*, preparada en los talleres de la Imprenta Fortanet. A partir de 1861 se hizo cargo de las ediciones la Imprenta del Depósito Hidrográfico. Además de las mencionadas, el *Curso* tuvo otras dos ediciones: la de Palma de Mallorca de 1811-1813, con una tirada de 1000 ejemplares, preparada por Francisco de Mezquia, maestro de la Escuela de Navegación de Palma, y la de Méjico [CISCAR, 1825], recién lograda la independencia.

Con lo expuesto hasta ahora, parece claro que el *Curso de Estudios Elementales de Marina* de Gabriel Ciscar constituyó una obra de especial importancia en el desarrollo de la enseñanza naval en la España del siglo XIX, y su estudio se erige entonces como una labor ineludible. Por nuestra parte, dando inicio a dicha labor, en el presente trabajo se aborda el estudio de los dos tomos de carácter matemático, correspondientes a Aritmética y Geometría, dejando para otro momento (por su especificidad y extensión) los dedicados a Cosmografía y Pilotaje, así como la adaptación del *Curso* a la enseñanza en las escuelas náuticas.

3. TRATADO DE ARITMÉTICA

En referencia a los guardiamarinas sólo cabía esperar dos cosas del tratado de *Aritmética*: que estos adquirieran las herramientas necesarias para comprender los demás tratados y que lograsen una cultura matemática básica. Así lo señala el propio Ciscar en la introducción:

El objeto principal de este tratado es facilitar la práctica del Pilotage, y la inteligencia de algunas proposiciones de maniobra y artillería. Esta es la razón por qué se explican en él extensamente las reglas y propiedades de que se hará mucho uso en dichos tratados, al paso que se tocan muy por encima otras utilísimas para las aplicaciones de la aritmética al comercio y a varias ciencias y artes, de que se prescinde en este curso elemental [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. III].

Por otra parte, Ciscar también deja claro que su tratado de *Aritmética* debe ser enseñado con arreglo a una metodología didáctica concreta, la cual viene desarrollada en el propio texto y a la que se ajustan también los demás tratados del *Curso*. Ve además dicha metodología como algo irrenunciable, pues cree que sin ella sus libros pierden mucho como herramienta de aprendizaje. A este respecto, el mensaje que dirige en la introducción a aquellos docentes que no se atengan al método previsto es taxativo:

El método que se ha seguido en la ordenación de materias y en el modo de operar, es el resultado de (...) una larga práctica de enseñar, examinar y dirigir a los Maestros (...); y los Maestros que por floxedad, por ignorancia, ó por un amor propio mal fundado, no se arreglen al método que se prescribe, serán responsables de las malas resultas que debe tener la falta de conformidad de sus explicaciones con las del texto, cuya inteligencia deben facilitar por todos los medios imaginables [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. III].

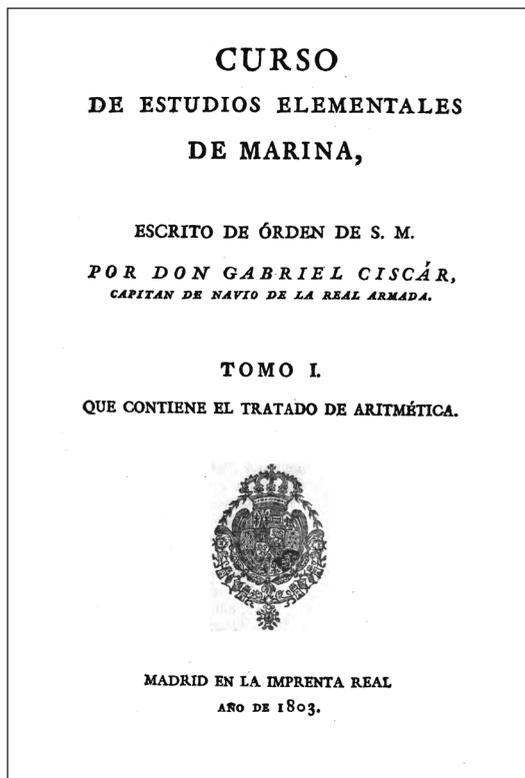
El citado método parte de una doble convicción: la necesidad de insistir sólo en los conocimientos estrictamente necesarios y tener en cuenta el escaso bagaje matemático con que llegaban los guardiamarinas. Impregnado por un pragmatismo a ultranza, Ciscar basa toda su metodología en el dominio de una serie de reglas operativas que deben primero memorizarse y luego automatizarse por parte del alumno, relegando a un segundo plano (aunque no obviando del todo) la comprensión racional de las mismas:

Para facilitar a los Discípulos el estudio de una Ciencia tan interesante, se tendrá presente el no señalar de lección regla alguna que no se haya aclarado con ejemplos; y será conveniente que dichas reglas se aprendan de memoria, respecto a que su texto debe ser el recurso para resolver cualquier dificultad que se encuentren en la ejecución. También deberán aprenderse de memoria las proposiciones teóricas que sirven de base para la buena aplicación de las reglas, y para la deducción de algunas consecuencias interesantes, que facilitarán la inteligencia de los demás Tratados [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. III-IV].

Luego incluye en el texto bastantes párrafos en letra pequeña destinados a facilitar el estudio en solitario de los alumnos. En ellos se desarrollan unos ejemplos ya más elaborados dentro de los cuales, eventualmente, se pueden encontrar algunas reflexiones teóricas. En la introducción, Ciscar anima a los maestros a que no des-

atiendan esta parte de la obra, pero su postura ante el papel que debe darse a las demostraciones es clara:

En cuanto a las demostraciones es muy suficiente el entenderlas y el dar razón de ellas, aunque para esto se haga uso de voces y expresiones diferentes de las que se emplean en el texto. Los que no se hallen en estado de comprender á fondo dichas demostraciones, bastará que tomen alguna idea de ellas; y de los dos extremos, el de pasarlas enteramente por alto es preferible al de aprenderlas materialmente de memoria sin entenderlas [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. IV].



Globalmente, la *Aritmética* queda estructurada en 13 capítulos y 2 apéndices, siendo redactados a través de varios incisos temáticos (o párrafos) llamados artículos. Pasando ya a la concreción de los contenidos, en el Capítulo I (*Nociones generales*) se ofrece la definición de una serie de elementos básicos (cantidad, unidad, número, definición real, hipótesis, axioma y otros similares). En general, las definiciones son precisas y asequibles, por ejemplo:

Definición real es la manifestación de solo lo preciso para distinguir la cosa definida de todas las demás que existen o pueden existir [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. 2].

No obstante, no están exentas de algunas circularidades, como cuando se quieren dar las nociones de Todo (“*es una cantidad que se considera como el resultado de la reunión de ciertas cantidades, que se llaman partes*”) y de Parte (“*es una de aquellas cantidades de cuya reunión resulta el todo*”) [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. 3]).

En el Capítulo II (*Del modo de enunciar cualquiera cantidad numérica, y representarla con cifras*) se estudian los diferentes tipos de agrupaciones de unidades (desde la decena hasta los billones) y de las divisiones de la unidad (números decimales); para enunciarlas se recurre a varias reglas prácticas. También se explica el concepto de número quebrado y de número complejo. Ciscar concibe el quebrado como una nueva forma de expresión numérica, similar a la de los números enteros:

En este segundo modo de enunciar las cantidades numéricas, se considera la unidad, ú otra cantidad cualquiera, dividida en un cierto número de partes iguales y se expresa de cuántas de dichas partes consta la cantidad que se quiere representar ó enunciar [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p.13].

Por su parte, el número complejo sería aquella expresión que contiene diferentes unidades de medida, recurriéndose inicialmente a las de longitud más frecuentes en el mar, ya sea para distancias grandes (leguas, millas y brazas marinas) u otras más pequeñas (varas, pies, pulgadas y líneas).

Dentro del Capítulo III (*De las cantidades positivas y negativas*) dichas cantidades se introducen mediante símiles relativos a distancias recorridas en direcciones opuestas o a ganancias y pérdidas en los juegos de azar. El tratamiento es entonces puramente operativo. Introduce la noción de valor absoluto a través de la llamada “expresión numérica” de una cantidad. A su vez, en el Capítulo IV (*Del sumar y restar los números simples*), tras ofrecer una elemental tabla de doble entrada con las posibles sumas de todos los números de una cifra, la cual debía ser (extrañamente) memorizada, el autor establece las reglas usuales para la automatización de las operaciones de sumar y restar. Aborda luego lo que hoy entendemos como suma algebraica, donde se combinan cantidades positivas y negativas.

Los Capítulos V y VI (*Del multiplicar y Del partir*, respectivamente) abordan también la automatización de estas dos nuevas operaciones. Respecto al producto Ciscar ofrece las nociones de múltiplo y submúltiplo, señalando a continuación que “*multiplicar es tomar un número, que se llama multiplicando, tantas veces quantas unidades contiene otro número, que se llama multiplicador*” [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. 30]. Justifica luego mediante ejemplos sencillos las propiedades básicas de esta operación y fija su “*Regla general para la multiplicación de cantidades numéricas simples*”. En cuanto a los cocientes, desarrolla también su automatización para números enteros y decimales, dando muchos ejemplos para este último caso. Ofrece dos versiones para esta operación: una por la que las cantidades obtenidas al multiplicar cada cifra del cociente por el divisor se escriben debajo del resto parcial y se procede luego a restarlas; y otra, que denomina “*Regla para partir con prontitud*”, en la que dicha resta se realiza mentalmente y se escribe de forma directa su resultado.

También ofrece los conceptos de número primo y máximo común divisor de varios números, al que llama “*mayor medida común*”.

Vienen a continuación tres nuevos capítulos centrados en lo que podríamos llamar cálculo operativo. El Capítulo VII (*Del modo de operar con los quebrados*) recoge la simplificación de los que eran denominados (como ya se vio) números quebrados, su reducción a común denominador, su suma, resta, producto, multiplicación y división. También es tratada la reducción de quebrados compuestos a simples. En el Capítulo VIII (*Del modo de operar con los números complejos*) se enuncian varias reglas para convertir el número complejo en una expresión decimal relativa a cada una de las unidades que lo forman. Ante las particularidades de los alumnos a los que iba dirigido el texto, se presta especial atención a las operaciones con cantidades sexagesimales.

Con el Capítulo IX (*De las potestades y raíces en general*) se cierra el tratamiento específico de las técnicas de cálculo. En el mismo, Ciscar da las definiciones de potestades (o potencias) y raíces, pero no se aporta ningún procedimiento para automatizar el cálculo de estas últimas; remite tal cuestión al posterior uso de los logaritmos. Por otra parte, llega a definir la cantidad “*incommensurable*” (o “*sorda*”) como aquella que no tiene raíz exacta, diciendo:

En general, todo número entero que no tiene por raíz un entero, tampoco puede tener por raíz un entero acompañado de un quebrado; pero se puede expresar la raíz quadrada y la raíz cúbica de qualquier número con quanta aproximación se quiera, por medio de los decimales [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. 75].

En la propia Introducción de la obra, insistía el autor en que este capítulo “*es interesante para la inteligencia de algunas fórmulas del Pilotage, y para las aplicaciones de la doctrina de los sólidos á algunos puntos de maniobra y artillería*” [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. VII].

Aparece luego un bloque de otros dos capítulos centrados en el estudio de la proporcionalidad numérica y sus aplicaciones. El Capítulo X (*De las razones y proporciones en general*) se inicia con la definición de las razones aritméticas —comparando antecedente y consecuente mediante diferencia— y geométricas —lo mismo pero mediante cociente—, definiéndose luego la razón inversa. Tras ello, se fija la idea de proporción tanto para el caso aritmético como para el geométrico, distinguiéndose tipos varios en ambos casos (ej.: proporciones “*discretas*” y “*continuas*”). Se aporta una prolija serie de propiedades para ambos tipos de proporciones justificadas mediante ejemplos numéricos, dándose también procedimientos para formar nuevas proporciones a partir de una dada. Finalmente, se estudian con detalle las llamadas razones “*múltiplas*” (con antecedente múltiplo del consecuente) y “*multiplicadas*” (provenientes de la multiplicación de razones iguales entre sí).

Por su parte, en el Capítulo XI (*De la regla de tres*) se usa una terminología algo confusa basada en las llamadas “*cantidades homólogas*”, las cuales pueden encontrar-

se en dos estados distintos y a su vez, dentro de ellas, cabe distinguir los llamados “*datos*” de los “*resultados*”. Primero se establecen los procedimientos de cálculo para la regla de tres simple tanto en el caso de dependencia directa como inversa, y a continuación se generaliza el proceso para la regla de tres compuesta. Los ejemplos que ofrece el autor son abundantes y reflejan situaciones bastante prácticas, pero la ausencia de formalización se hace especialmente de notar en este capítulo, quedando enunciados los procedimientos de cálculo de forma muy farragosa.

Los dos siguientes capítulos abordan nociones algo más complicadas: las progresiones y los logaritmos. En el Capítulo XII (*De las progresiones*), bastante breve por cierto, se parte de una definición genérica de progresión:

una serie de razones continuas, de suerte que el conseqüente de la primera razón sirve de antecedente a la segunda; el conseqüente de la segunda razón sirve de antecedente a la tercera, y así sucesivamente [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p. 97].

Como caso particular, se definen luego las progresiones aritméticas y geométricas, distinguiendo asimismo entre crecientes y decrecientes. Remite el autor al Álgebra para un estudio completo de las mismas, señalando que en realidad se puede prescindir de ellas en la práctica ordinaria de la navegación.

En el Capítulo XIII (*De los logaritmos*) se define este concepto a partir de la comparación entre una progresión geométrica (números) y otra aritmética (logaritmos). Para aquellos números no incluidos en la relación inicial el logaritmo se obtiene mediante interpolación, procedimiento que es desarrollado en el Apéndice Primero. De forma práctica, se introducen los conceptos de característica y mantisa, viéndose luego numerosos ejemplos relativos al uso de las tablas logarítmicas (casos directo e inverso). Las propiedades del logaritmo son enunciadas sin demostrar, dándose a continuación, y de forma detallada, abundantes ejemplos de operaciones realizadas ventajosamente a través del uso de las tablas logarítmicas, sobre todo en la obtención de potencias y raíces. Para facilitar los cálculos, se recurre con frecuencia al complemento aritmético.

La parte final del libro recoge dos apéndices, los cuales merecen algún comentario. En el Apéndice primero (*Que contiene algunas aplicaciones de la regla de tres al uso de las tablas*) ofrece Ciscar las reglas para interpolar un término, mediante criterios de proporcionalidad, en una sucesión que sea (exacta o aproximadamente) una progresión aritmética y cuyos términos sean a su vez proporcionales a los de otra previamente conocida de iguales características. Como es lógico, basa el método de interpolación en la obtención, mediante diferencias y cocientes, de la cantidad llamada “*corrección*”, la cual debe luego añadirse (o restarse) del primer término utilizado. Se desarrollan una serie de ejemplos donde se aplica el procedimiento descrito a problemas de náutica. Así, en el primero de ellos se calcula la declinación del sol en un punto geográfico dado y en una hora cualquiera a partir de la sucesión, previamente conocida, de las declinaciones observadas para dicho astro a mediodía durante varias jornadas.

El Apéndice segundo (*Que contiene algunas aplicaciones de las reglas de sumar, restar, y sacar la mitad de un número propuesto*) no contiene más que una serie de problemas prácticos de navegación para los que se precisan las operaciones aludidas en el título. Se obliga además, y prácticamente en todos los casos, al manejo de quebrados y la reducción a unidades homogéneas. En el segundo de tales problemas se pide, por ejemplo, hallar la distancia que deja un buque hasta el fondo del agua conocida la profundidad de su quilla y la del propio fondo marino, aunque éstas se ofrecen, respectivamente, en pies y brazas. Se trata por tanto de una colección de ejercicios dedicados a la evaluación y repaso.

Terminado ya el análisis de los diferentes capítulos y apéndices, cabe realizar algunas apreciaciones globales sobre el conjunto de la obra, resaltando especialmente dos cuestiones. Primera: los contenidos aritméticos del tratado de Ciscar son verdaderamente modestos, comienzan con la escritura de los números naturales y terminan, como “techo” con el estudio de los logaritmos; el texto no va más allá, aunque muy posiblemente ello bastaba para un guardiamarina. Segunda: hay una ausencia total de formalización, limitándose la redacción de esta parte a la descripción verbal de los conceptos y ejemplos. En definitiva, todo apunta a que nos encontramos ante un tratado interesante, sobre todo por su proyección docente, aunque bastante limitado en cuanto a contenidos y poco enjundioso en su enfoque metodológico, algo usual en las obras de esta época.

Aunque el *Curso de Estudios Elementales* de Ciscar de 1803 se siguió utilizando durante buena parte del siglo XIX, ello no fue óbice para que aparecieran a lo largo del siglo otras obras relativas a Aritmética que fueron utilizadas en instituciones navales. Siguiendo la aportación de Comas Roqueta [2015, II.2.1, pp. 61-64] parece conveniente realizar una breve referencia a las mismas.

Durante la primera mitad del siglo hubo dos textos importantes: el *Tratado de Aritmética* (1846) de Juan Cortázar, que se usaba en el preparatorio para la Escuela Naval Flotante, y el *Tratado elemental de Aritmética. Redactado para el uso del Colegio Naval Militar en virtud de Real Orden* (1849) de Saturnino Montojo, destinado a los alumnos del Colegio Naval Militar. Ciertamente que tanto la obra de Ciscar como las dos citadas tienen unos contenidos generales similares, ocurriendo lo mismo con su enfoque y desarrollo, pero las de Cortázar y Montojo son sin duda más completas. El primero ofrece una serie de notas de ampliación con un nivel bastante superior al resto del texto, y el segundo hace lo propio dándoles además a dichas notas un enfoque más algebraico que los otros dos. Ambas obras tuvieron segundas ediciones durante la segunda mitad del siglo, respectivamente en 1851 y 1864²³.

También durante la segunda parte de la centuria aparecen tres nuevas publicaciones. Dos de ellas, el *Tratado de Aritmética* (1879) del francés Joseph A. Serret (1884), traducida y aumentada por T. Monteverde) y la *Aritmética* (1884) de Ignacio Salinas Angulo y Manuel Benítez Parodi, fueron utilizadas en la Escuela Naval Flotante. La

otra obra, *Ejercicios y problemas de Aritmética, parte originales y parte escogidos de los autores que tratan de la materia* (1880) de Antonio Terry y Rivas, fue texto de referencia en la preparación de oposiciones al Cuerpo General de la Armada. Las obras de Serret, Salinas y Benítez y Ferry insistirán en el enfoque algebraico de la Aritmética, ya utilizado por Cortázar y Montojo, pero ausente en la obra de Ciscar.

Antes de concluir este apartado sobre la *Aritmética* del *Curso de Estudios Elementales de Marina*, es obligado mencionar que esta obra es una adaptación del *Tratado de Aritmética para la instrucción de los guardias marinas* (Murcia, 1795), escrito por Ciscar durante su etapa al frente de la Academia de Cartagena. Ambos textos son prácticamente idénticos, tanto en el planteamiento didáctico presentado por el autor en el prólogo como en el contenido, hasta el punto de que la mayoría de los párrafos de la *Aritmética* son copia literal de los correspondientes en el *Tratado*. A pesar de ello, algunos párrafos que en el *Tratado* aparecen en letra pequeña —y por tanto podían ser evitados por los alumnos con menos aptitudes para el estudio— son eliminados en la *Aritmética*, sin duda para cumplir con las directrices del Ministerio en cuanto a la elementalidad del *Curso*; al mismo tiempo, algunos comentarios opcionales en dicho texto habían sido de obligado estudio en el *Tratado*. A continuación se mencionan sólo las escasas diferencias entre ambas obras.

Así, en el tema dedicado a *Nociones Generales* en el *Tratado* se incluyen las definiciones de Geometría y Álgebra, suprimidas en la *Aritmética*. El concepto de complemento aritmético de un número, incluido en el capítulo *Del sumar y restar los números simples* del *Tratado*, se ha trasladado a la parte dedicada a los logaritmos en la *Aritmética*. En el capítulo correspondiente a la multiplicación del *Tratado* hay una “Regla para multiplicar un número por la unidad en cualquiera de las clases decimales” así como un apartado bajo el título “De la multiplicación de los factores aproximados”, que trata del producto de aquellas cifras con diferente número de decimales, correspondientes a distintas precisiones. En el capítulo *Del partir*, Ciscar eliminó de la *Aritmética* el apartado “De la división de las expresiones aproximadas”, redujo de forma considerable la explicación de los conceptos de número primo y divisor común de varios números, y suprimió una “Regla para hallar la mayor medida común de dos números dados”.

En el capítulo *De las potestades y raíces en general* del *Tratado* se detallan los algoritmos para hallar raíces cuadradas y cúbicas, los cuales fueron eliminados en la *Aritmética* al ser sustituidos por el uso de logaritmos. Así mismo en el *Tratado* se estudian las potencias y raíces de los quebrados, junto las raíces de las cantidades aproximadas. En cuanto a las progresiones, el *Tratado* añade dos apartados dedicados a las progresiones ascendentes y descendentes. Finalmente, el capítulo *De los logaritmos* de la *Aritmética* está rehecho casi por completo, aunque su contenido es similar al correspondiente del *Tratado*, obra que finaliza con un apéndice dedicado al uso de las tablas de logaritmos de Gardiner.

4. TRATADO DE *GEOMETRÍA*

Comienza Ciscar este tratado afirmando, en la Introducción, que las proposiciones de la Geometría son poco utilizadas en la práctica ordinaria de la Navegación, pero a la vez no duda en proclamar el gran valor formativo de los principios contenidos en la primera de estas disciplinas, considerándolos como una excelente vía de “entrenamiento intelectual”:

Estos mismos principios son de la mayor utilidad, en quanto preparan el entendimiento para discutir con acierto sobre las materias facultativas; en términos, que aquellos que hayan aprovechado en su estudio, se hallarán en estado de resolver por sí mismos las dificultades que se les presenten, y podrán tomar el mejor partido en algunos casos que no se especifican en los Tratados, en atención a que en todas la Artes y Ciencias es preciso contar con el buen juicio y discernimiento de los que las profesan [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. III].

Pocas líneas después, ofrece una muestra de la orientación general que se pretendía dar al *Curso de Estudios Elementales*, el cual, como ya se ha dicho, iría dirigido sólo a aquellos aspectos imprescindibles para la formación de los guardiamarinas. Así, en la orden donde era aprobado el plan de la obra propuesto por Ciscar se recomendaba incluir dentro de la Geometría la forma de trazar el plano de un puerto; pues bien, el autor cumple con lo indicado, pero señala:

Se han puesto de letra menor (...) los conocimientos necesarios para la formación de los planos de puertos y costas, respecto a que no es preciso que se exijan de todos los que se dediquen a la práctica del Pilotage, sin embargo de su mucha utilidad [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. III].

Esta cita pone también de manifiesto que, desde el punto de vista metodológico, este tratado de *Geometría* iba a seguir los mismos pasos que la *Aritmética*: unas ideas básicas recogidas en los “artículos” (párrafos numerados) junto a los cuales iban con frecuencia otros en letra pequeña que los ilustraban con ejemplos. Pero en este caso se aprecia una diferencia sustancial, y es que dentro de los citados artículos no se incluyen sólo definiciones o enunciados de propiedades, sino que aparecen también numerosas demostraciones, aunque por lo general más bien sencillas. Para el desarrollo de las mismas el autor va refiriendo en cada momento la redacción a cinco apretadas láminas finales que recogen un total de 125 figuras diferentes.

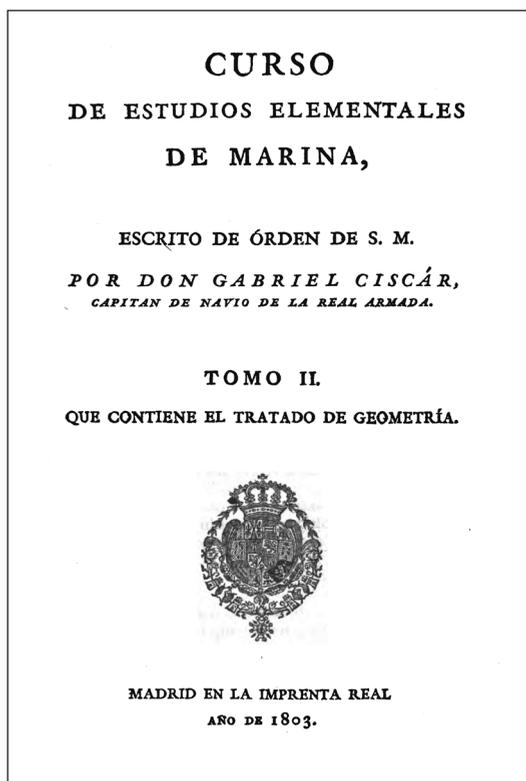
La reproducción textual de una de estas demostraciones, correspondiente al artículo 31 del segundo capítulo, aunque elementalísima en su desarrollo —se entiende incluso sin ver la aludida figura 4—, servirá de base para ilustrar el contenido general de la obra y permitirá luego realizar algunos comentarios al respecto:

Si dos rectas de igual longitud se colocan de suerte que concurren en uno de sus extremos y en otro punto, concurrirán también en el otro extremo.

En efecto, si las rectas ab , AB (fig. 4) son de igual longitud, y se coloca el extremo a sobre A , de suerte que otro punto de la ab caiga también sobre la AB (art. 29); y si el extremo b no cayese sobre B , caería a su derecha m , ó a su izquierda n . En el primer caso la ab sería mayor que la AB en la porción Bm , y en el segundo sería menor en la porción Bn , lo que es contra lo supuesto. Luego (Arit. 37) el extremo b cae exactamente sobre B [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 5].

Ese artículo número 37 de la *Aritmética* al que se alude, reza textualmente: “*Si de una hipótesis se deduce por raciocinios rigurosos una consecuencia absurda, la hipótesis será absurda*” [CISCAR, 1803a, *Aritmética*, p.4]. Como puede verse, lo expuesto arriba no es ya una simple regla enunciativa o práctico-numérica como las que inundaban la *Aritmética*, sino una demostración, la cual, aunque muy sencilla, es rigurosa y recurre incluso a procedimientos indirectos como la reducción al absurdo. Asimismo, se aprecia también que la redacción del teorema está bien trabada, al aludirse de forma expresa a otros artículos anteriores pertenecientes a la misma obra o a otra distinta.

Por otra parte, cabe señalar que la *Geometría* contiene 19 capítulos (seis más que la *Aritmética*), varios de los cuales pueden agruparse en bloques generales. Así, habría un primer bloque de cuatro capítulos centrado en los elementos básicos de la disciplina (definiciones sobre líneas, figuras en general y ángulos), otro de dos sobre las posiciones relativas de rectas (perpendicularidad y paralelismo), otro de cuatro capítulos sobre polígonos, círculo y sus áreas (triángulos, cuadriláteros y demás casos), otro bloque con dos capítulos dedicados a sólidos y sus volúmenes, otro de tres sobre trigonometría plana logarítmica (incluyendo la resolución de triángulos) y un



último bloque de dos capítulos sobre geometría práctica y elaboración de planos. Hay también dos capítulos aislados relativos a nociones diversas: ángulos inscritos en la circunferencia y líneas que se hallan en distintos planos. Todo ello confiere a este tratado un carácter menos elemental y más elaborado que el de Aritmética, el cual, según se vio, era mucho más normativo y memorístico.

A la hora de detallar los capítulos, como cuestión principal se irán enunciando los principales contenidos abordados en ellos. Asimismo, y por su especial significación, serán traídas varias citas referentes a los conceptos básicos del cálculo infinitesimal, tema éste usualmente considerado como seña de modernidad para cualquier publicación matemática posterior al siglo XVII [AUSEJO & MEDRANO, 2010] y que tuvo en el propio Ciscar a uno de sus impulsores en España [AUSEJO & MEDRANO, 2012], a través de su participación en la segunda edición del *Examen Marítimo* de Jorge Juan [JUAN & CISCAR, 1793], del ya mencionado *Tratado de trigonometría esférica* [CISCAR, 1796] y de la confección del Plan del Curso de Estudios Mayores para oficiales de la Armada de 1785.

Al inicio del Capítulo I (*Nociones Generales*), se define la Geometría como la ciencia de la extensión y se introducen varios conceptos fundamentales: longitud, latitud y profundidad (longitud, anchura y altura), cuerpo o sólido geométrico, superficie, línea, punto; cantidades geométricas totalmente iguales, semejantes, iguales o simplemente iguales. Pero también se incluyen, en línea con lo afirmado anteriormente, una serie de conceptos relativos al cálculo infinitesimal, como los de cantidad finita, infinita e infinitesimal, cuestión que merece sin duda ser comentada con algún detalle. En realidad la introducción de tales nociones parece un tanto forzada, pues tras las definiciones señaladas en el párrafo anterior Ciscar introduce repentinamente un artículo (el número 20) con el siguiente tenor literal:

Para la inteligencia de muchas expresiones conviene dar alguna idea de lo que entienden los Geómetras por *infinito*.

Una cantidad se llama *finita* cuando se puede expresar en números su relación con las cantidades que son el objeto de nuestros sentidos; *infinita*, cuando es tan grande, que por muchas que sean las cifras que se empleen, no se puede expresar su relación con las cantidades finitas; e infinitesimal o infinitamente pequeña, cuando no hay número con que expresar la relación que tiene con las cantidades finitas, por su mucha pequeñez [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 3].

Intenta a continuación el autor, justo en el artículo siguiente y a través de uno de los párrafos en letra menor, hacer más intuitivas estas ideas mediante un ejemplo:

La extensión de una pulgada se puede dividir en dos partes o mitades. Cada una de esas mitades se puede imaginar dividida en otras dos; y así sucesivamente sin fin, de suerte que no hay número, por grande que sea, que pueda expresar el número de partes en que se puede imaginar dividida dicha extensión de una pulgada. Se dirá pues que dicho número de partes es *infinito*.

Al paso que se hagan más divisiones, más pequeñas serán las partes, de suerte que si imaginamos dicha extensión dividida en un infinito número de partes, estas *serán infinitamente pequeñas* [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 3].

Abunda luego Ciscar en la idea que considera de mayor trascendencia: la de cantidad infinitamente pequeña. Primero intenta caracterizarla (que no redefinirla) de una forma más precisa al distinguirla de la “nada”:

Conviene distinguir una cantidad infinitamente pequeña de la *nada*: esto es; de un nada absoluto. Una cantidad infinitamente pequeña resulta de la disminución progresiva de una cantidad finita, y se puede decir que es *algo*; pero un *algo* tan pequeño, que se puede y debe tratar como *nada* respecto de las cantidades finitas [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 4].

De nuevo en el artículo siguiente, hace ver que esas cantidades llamadas infinitamente pequeñas, al igual que ocurre con las finitas, tienen una operativa propia:

Por esta razón una cantidad infinitesimal se puede duplar, triplar, &c. multiplicándola por dos, por tres, &c.: y así una cantidad infinitamente pequeña puede ser múltipla de otra; pero por más veces que se repita, siempre es infinitamente pequeña; y para que pase á formar una cantidad finita, es menester repetirla un número infinito de veces [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 4].

Vemos entonces que Ciscar no duda en abordar nociones “modernas” dentro de la matemática del momento, pero lo hace mediante un lenguaje poco riguroso, más bien cargado de imágenes intuitivas. Parece claro que, considerando el tipo de alumnos a quienes iba dirigida su obra, difícilmente podía elegir un enfoque distinto.

Los tres siguientes capítulos están dirigidos al tratamiento general de las líneas y figuras geométricas. Así, en el Capítulo II (*De las líneas*) se abordan conceptos básicos como los de recta, eje de rotación, tipos de líneas (angulosas, curvas y mixtas) e incidencia de éstas. Se definen también las nociones de plano, arco, secante y cuerda, además de otras ya más elaboradas, como la de tangente a una curva —concebida como la prolongación de una cuerda infinitamente pequeña— y las partes convexa y cóncava de un arco. El Capítulo III (*De las figuras en general*) trata sobre las figuras planas (rectilíneas, curvilíneas y mixtilíneas) y aborda específicamente el caso del triángulo. Por su parte, en el Capítulo IV (*Del ángulo y la circunferencia*) primero se definen los ángulos rectilíneos, curvilíneos y mixtilíneos, las operaciones básicas con ángulos y los casos de igualdad de triángulos. Luego se establecen las nociones básicas sobre la circunferencia y el círculo, a la vez que se introduce el sistema sexagesimal y conceptos como los de suplementariedad, complementariedad y contigüidad para arcos y ángulos.

Vienen a continuación dos capítulos centrados en las posiciones relativas entre rectas. Se trata del Capítulo V (*De las líneas perpendiculares*) y el Capítulo VI (*De las líneas paralelas*). En ellos, aparte de las definiciones básicas, aparecen varias demostraciones relativas a teoremas sobre perpendicularidad y paralelismo (ej.: *Dos rectas son paralelas si y sólo si una secante las corta formando con ellas ángulos alternos internos iguales*), a la vez que algunos métodos de construcción basados sobre todo en la perpendicularidad (ej.: *Trazado de una circunferencia por tres puntos que no estén alineados*). El Capítulo VII (*De los ángulos inscritos*) complementa los dos anteriores y abunda en el estudio de la circunferencia.

Una serie de cuatro nuevos capítulos incide a continuación en el estudio de los polígonos en general, aunque prestando especial atención a los de tres y cuatro lados. Se trata del Capítulo VIII (*De los triángulos en general*), el Capítulo IX (*De las figuras semejantes*), el Capítulo X (*De los cuadriláteros y polígonos*) y el Capítulo XI (*De las superficies planas*). En los capítulos VIII y X se recogen numerosas definiciones —especialmente sobre los distintos tipos de triángulos y cuadriláteros— y varios teoremas (como los relativos a la cuerda del arco de 60° o a la condición suficiente para que un cuadrilátero sea paralelogramo). Por su ulterior importancia, merecen ser destacados varios artículos —en su mayor parte optativos— referentes a la consideración de la circunferencia como *infinitángulo regular*, el tratamiento de polígonos inscritos y circunscritos a círculos, la determinación del valor de π y el teorema sobre semejanza de círculos. De los artículos dedicados precisamente a la semejanza en el capítulo IX, destacan los métodos de construcción de figuras semejantes y el abordaje del teorema de Pitágoras.

Merece sin duda un comentario más detallado el Capítulo XI (*De las superficies planas*) donde tras algunas definiciones básicas referentes al concepto general de figura plana y unidades de longitud y superficie, se entra en el cálculo del área del triángulo, cuadrado y paralelogramos. Tras ello se pasa al problema del área del círculo. Como ya habían hecho anteriormente Vicente Tofiño y Benito Bails [TOFIÑO, 1771; BAILS, 1772-1783²⁴], Ciscar aborda esta cuestión considerando el círculo como un polígono regular de infinitos lados, formado a su vez por infinitos triángulos diferenciales de altura igual al radio de la circunferencia, con lo que "*la superficie de todos los triángulos será igual al producto de la mitad del radio por la circunferencia, que es la suma de todas las bases*" [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 63].

En esta misma tónica, se pasa luego al cálculo del área de cualquier figura plana rectilínea o curvilínea "con aproximación". A tal fin, y siguiendo los esquemas ya apuntados por los clásicos, Ciscar propugna hallar el área comprendida bajo una curva (entre dos ordenadas dadas) mediante una suma finita de rectángulos. Estos son obtenidos realizando una partición en el tramo correspondiente del eje de abscisas y subiendo luego nuevas ordenadas hasta la propia curva desde cada punto de dicha partición. Habría también que trazar a su vez pequeñas paralelas al eje horizontal desde los puntos de contacto de la curva con las ordenadas. Tras sumar el área de todos esos rectángulos, se debe añadir la correspondiente a los pequeños triángulos que van quedando por encima de cada uno de ellos tras unir los puntos de la curva marcados por las distintas ordenadas. Eso sí, en ningún momento habla Ciscar de hacer tender a cero la base de dichos triángulos, se limita a indicar que el error cometido de esta forma es "*la suma de los segmentos comprendidos entre las cuerdas (...) y los arcos de curva que subtienden*" [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 66].

A continuación, y tras un Capítulo XII (*De las líneas que se hallan en distintos planos*) centrado en las posiciones relativas de rectas y planos, más bien de transición²⁵, aparecen otros dos dedicados a los sólidos: se trata del Capítulo XIII (*De los*

sólidos en general) y del Capítulo XIV (*De las solídeces*). En el primero quedan recogidas las nociones fundamentales sobre poliedros, prismas, pirámides y sobre todo, por su evidente importancia en cuestiones de navegación, la esfera (incluyendo casquetes, zonas y segmentos esféricos). En el segundo, tras detallarse las principales unidades de volumen, y demostrar el teorema que permite obtener el volumen de un prisma, pasa a estudiarse la proporción entre los volúmenes de figuras semejantes y sus dimensiones homólogas y su aplicación al cálculo de la carga de los buques. Se pasa luego a la determinación del volumen de un cuerpo irregular “*con aproximación*”, dividiéndose para ello el cuerpo en superficies paralelas entre sí, equidistantes, y hallando el volumen de las secciones que determinan, considerando como área de cada sección la media entre aquellas superficies que la delimitan. El autor señala que no incluye el volumen de la pirámide, cono, cono truncado y esfera por no usarse en navegación²⁶.

Los tres capítulos siguientes tienen como objeto fundamental el estudio de la resolución de triángulos. Ya en el primero de ellos, el Capítulo XV (*Nociones generales de trigonometría plana logarítmica*) deja claro Ciscar sus propósitos al dar la definición de esta disciplina:

es la ciencia que enseña a resolver los triángulos rectilíneos, empleando los logaritmos de los valores de sus lados y de unas líneas que tienen relación con los ángulos, y se designan con el nombre de *líneas trigonométricas* [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 91].

Da la definición de las mismas, desde el seno hasta la cosecante, así como las del seno y coseno versos junto a las relaciones entre ellas deducidas por semejanza de triángulos. Explica luego el uso de las tablas de los logaritmos de las líneas trigonométricas²⁷ recurriendo incluso a la interpolación. Los otros dos capítulos abordan ya expresamente la resolución de triángulos, cuestión que se realiza en dos pasos sucesivos, ambos desarrollados en el Capítulo XVI (*De la resolución de los triángulos rectilíneos rectángulos por medio de los logaritmos*) y el Capítulo XVII (*De la resolución de los triángulos rectilíneos oblicuángulos empleando los logaritmos*) donde se incluye el teorema de los senos.

Finalmente aparecen dos capítulos centrados en algunas aplicaciones de la geometría a problemas de navegación. En el Capítulo XVIII (*Nociones de geometría práctica*) se abordan los posibles errores que pueden cometerse en la medición de ángulos y, subsecuentemente, en el trazado de rectas e intersección de las mismas. También se estudian los diferentes tipos de compás, la construcción y manejo de escalas, el uso del transportador, diferentes métodos para la división de los arcos en minutos y el manejo de instrumentos como el nonius. Por su parte, en el Capítulo XIX (*Nociones sobre el modo de levantar un plano*) se estudia principalmente la situación de puntos en un plano conocidos los ángulos y/o distancias con dos puntos que forman una horizontal dada y la construcción de un triángulo rectángulo conocida la hipotenusa y un cateto. Ciscar termina este tomo dedicado a la Geometría señalando que al final de otro de los tomos prácticos del *Curso*, el de *Pilotaje*, se

plantearán otros conceptos necesarios para "la exacta formación de los planos de los puertos, y para calcular las elevaciones de algunos puntos sobre el nivel del mar" [CISCAR, 1803a, *Geometría*, p. 136].

Dejando a un lado el detalle por capítulos, y pasando ya a una valoración global de la obra, puede apreciarse que el contenido de la Geometría de Ciscar es bastante elemental, como correspondía a una formación para los oficiales orientada sólo a utilizar la geometría como herramienta para adquirir conocimientos más específicos de la Marina. Este hecho se comprueba, por ejemplo, al no incluir Ciscar sino las áreas y volúmenes de las figuras más sencillas, imprescindibles para el estudio de la náutica. Pero con todo, y como se apuntó ya anteriormente, el nivel de esta obra es superior al de la Aritmética, pues además de ser más extensa recurre de forma sistemática a las demostraciones teóricas. Ello requería un mayor grado de abstracción, aunque ésta estuviese acompañada una y otra vez de recursos intuitivos. A través de este tratado geométrico, los jóvenes aspirantes a guardiamarina comenzaban a ver que la ciencia matemática era algo más que un conjunto de reglas dirigidas a la mera automatización de cálculos numéricos.

Otro aspecto que merece ser comentado es que, sin duda, cabe encuadrar la Geometría de Ciscar en la corriente dominante en Europa durante buena parte del siglo XVIII, consistente en alejar esta rama de la matemática del rigor euclídeo, apelando a la intuición para facilitar la comprensión de los conceptos y evitar algunas demostraciones, con lo que supuestamente el valor pedagógico de los textos se veía incrementado (idea sin duda discutible). Esta tendencia tendrá en el tomo I de los *Elementos de Matemáticas* (Madrid, 1793) de Benito Bails su máximo exponente español, y se verá interrumpida con las *Adiciones a la Geometría de don Benito Bails* (Madrid, 1806) de José Mariano Vallejo [ARENZANA, 1990].

Por otra parte, puede sorprender la afirmación de Ciscar relativa a que el estudio de la trigonometría esférica resultaba innecesario para un oficial, máxime si recordamos que él mismo había publicado en 1796 un texto sobre esta materia para uso de los guardiamarinas [CISCAR, 1796]. Pero no hay contradicción alguna pues la citada afirmación parece producto de su propia experiencia como profesor y director de la Academia de Cartagena. No en vano, Ciscar, que había dirigido el *Curso de Estudios Mayores* para oficiales y había sido responsable del aprendizaje de los cadetes durante diez años, era consciente de que un buen oficial de marina no tenía que poseer necesariamente una formación muy amplia, sino que era preferible dotarle de menos conocimientos pero bien asentados. Por ello el *Curso* era *elemental* y obligatorio para todos los aspirantes a oficial. El estudio de la trigonometría esférica y sus aplicaciones quedaba entonces reservado para el *Curso de Estudios Mayores*, mientras que en el *elemental* sólo se incluía un capítulo en el tomo correspondiente a la Cosmografía.

Ha habido también ocasión de comprobar cómo Ciscar empleaba en sus argumentaciones los conceptos y métodos del cálculo infinitesimal, aunque sólo fuese de

forma muy elemental. Así, por ejemplo, se vio que para calcular el área del círculo consideraba a éste como un polígono regular de infinitos lados²⁸, y definía previamente conceptos como los de infinito e infinitésimo. Con estos ejemplos queremos poner de relieve que Ciscar en absoluto pretende ser un innovador, sino que se sitúa dentro de la corriente dominante en su época; ello facilitaba la consecución de su objetivo principal: dar una formación geométrica básica a los guardiamarinas.

Al igual que ocurriera con la Aritmética, también en el caso de la Geometría Elemental a lo largo del siglo XIX fueron apareciendo otras obras distintas a las de Ciscar que tuvieron incidencia en las enseñanzas navales [COMAS ROQUETA, 2015, pp. 80-83]. Durante la primera mitad del siglo sólo hubo una obra importante: el *Tratado de Geometría Elemental* (1847) de Juan Cortázar, normalmente usado como texto preparatorio para el ingreso en la Escuela Naval Flotante²⁹. Con igual objetivo, durante la segunda mitad aparecen otras dos: *Notas al Tratado de geometría elemental de W. Rouché y Ch. Comberousse* (1873) de Antonio Portuondo y la de *Ejercicios y problemas de Geometría, parte originales y parte escogidos de los autores que tratan de la materia* (1881) de Antonio Terry y Rivas, quien como ya se vio había publicado un libro similar para la Aritmética. Por último estaría la *Geometría* (1884) de Miguel Ortega y Sala, elegida como libro de texto para el ingreso en las academias militares por Real Orden de ese mismo año y para el ingreso en la Escuela Naval en 1900. Todas estas obras presentan un tratamiento teórico más profundo que la de Ciscar, recurriendo normalmente a métodos sintéticos para la demostración de propiedades y a métodos analíticos para el cálculo de áreas y volúmenes [COMAS ROQUETA, 2015, p. 87].

Es también destacable que, mayormente durante el último tercio del siglo XIX, fueron apareciendo otras obras de autoría española referentes a parcelas geométricas ya más específicas, como la Geometría Descriptiva y la Geometría Analítica [COMAS ROQUETA, 2015, pp. 88-97]. Respecto a la primera destacan el *Tratado de geometría descriptiva, sombras, topográfico y sistemas de acotaciones* (1857) del teniente coronel de artillería José Bielsa y Cipriá, el texto *Teoría de rectas y planos de Geometría Descriptiva* del teniente de Navío Joaquín Ibáñez y Valera, y el *Tratado elemental de Geometría Descriptiva escrito por encargo de la Junta Facultativa de la Escuela Naval* (1883) del también teniente de navío Miguel García Villar. Todas ellas usadas como textos de preparación para el ingreso en la Escuela Naval Flotante. En cuanto a la Geometría Analítica aparecen las *Lecciones de geometría analítica: redactadas para el uso de los aspirantes á guardias-marinas* (1879) del teniente de navío Julio Meras y Uría, el *Tratado de geometría analítica de tres dimensiones* (1888) del irlandés George Salmon (traducido al español por L. de la Fuente) y las *Lecciones elementales de Geometría Analítica redactadas con arreglo al programa vigente en la Escuela Naval* (1900) del teniente de navío Juan Luís de María. De nuevo todas ellas destinadas a la preparación del ingreso en la Escuela Naval Flotante.

5. CONCLUSIÓN GENERAL

El *Curso de Estudios Elementales de Marina* (1803) de Gabriel Ciscar constituyó, en su conjunto, un excelente instrumento para la formación de los guardiamarinas de la primera mitad del siglo XIX. Sus dos primeros tratados, dedicados a Aritmética y Geometría, respectivamente, aunque con unos contenidos muy básicos, permitieron que los aspirantes a oficiales de marina y pilotos civiles tuviesen una formación matemática práctica acorde a sus necesidades. Con todo, son también portadores —sobre todo la Geometría— de algunos planteamientos teóricos, llegando incluso a difundirse a través de la misma algunas nociones elementales relativas al nuevo Cálculo infinitesimal, tema que por aquel entonces marcaba la línea de la modernidad matemática en Europa.

Los textos matemáticos de Ciscar estuvieron vigentes durante varias décadas en las escuelas navales, coincidiendo con un período de franca decadencia de la Armada. Como era de esperar, estas obras acabaron viéndose rebasadas por las de otros autores, como Cortázar y Montojo, casi medio siglo después de su publicación, según la formación de los oficiales reclamaba la atención a nuevas ramas de la Matemática. Los dos primeros tratados del *Curso* de Ciscar, impregnados del espíritu ilustrado, allanaron el camino al logro de los propósitos de los primeros Borbones en España, relativos a la necesidad de formar un grupo de profesionales cualificados, que pudieran contribuir al progreso económico del país y a sacar a éste de su postración científica mediante la introducción de la nueva ciencia surgida tras la revolución newtoniana.

NOTAS

1. Una versión preliminar de este trabajo, con el título *El Curso de Estudios Elementales de Marina de Gabriel Ciscar de 1803* fue presentada como comunicación en el XII Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, celebrado en la Universidad Complutense de Madrid entre el 10 y el 12 de septiembre de 2014 [GONZÁLEZ REDONDO, F.A. (coord.) (2015) *Ciencia y Técnica entre la Paz y la Guerra. 1714, 1814, 1914*, Madrid, SEHCYT, Vol. I, pp. 473-480, disponible en: <https://drive.google.com/file/d/0B78MGHYEEe2TenNTeXB0MVB0RU0/view?pref=2&pli=1>].
2. Ambos fueron editados en la capital murciana. El de Juan Bañón, aparece en 1785 bajo el título de '*Compendio práctico demostrativo de Aritmética inferior y superior, vulgar y literal, con los primeros rudimentos de Algebra y tablas de logaritmos*', constituyendo (hasta la fecha) el primer texto de Matemáticas de un autor ejerciente en Murcia. El de Luis S. Bado es publicado en 1793 bajo el título de '*Compendio Matemático para el uso de las reales Escuelas gratuitas establecidas por la Real Sociedad Económica de Amigos del País de la ciudad de Murcia*'.
3. Andrés Reggio a José de Rojas. Isla de León, 20 de agosto de 1776. Archivo Naval de Cartagena, Leg. RR.OO. 1775-77. También en Museo Naval, ms. 1181, ff. 121-125.
4. Miguel Gastón, José de Mazarredo y Francisco Gil y Lemos, "Plan de estudios que parece más conforme para la enseñanza de Guardias Marinas". Madrid, 31 de diciembre de 1783. Museo Naval, ms, 1563, doc. 8, ff. 33-37.
5. Dichas enseñanzas eran o bien de carácter puramente militar (*Maniobra, Artillería, Fortificación*) o bien de tipo complementario (*Idiomas, Esgrima y Danza*).

6. Jacinto Cerutti, “Plan o sistema de estudios Matemáticos elegido como el más conveniente para los ocho Sres. Oficiales de Marina destinados por S. M. a continuar su mérito con agregación a la Compañía de caballeros Guardias marinas y Real Academia del Departamento de Cartagena”. Cartagena, 10 de septiembre de 1783. Museo naval, ms. 1563, doc. 6, ff. 22-24.
7. Gabriel Ciscar, “Plan de estudios para los Oficiales agregados a la Compañía de Guardias-Marinas”. Cartagena, 10 de octubre de 1785. Museo Naval, ms. 2141, doc. 10, ff. 16-20.
8. Carta de Juan de Lángara al secretario de Estado del Departamento Universal de Marina, 11 de julio de 1798. Museo Naval, ms. 2295, doc 2, ff. 7r-8r.
9. Real Orden de 20 de julio de 1802. Archivo General de la Marina, Expedientes personales, Leg. Gabriel Ciscar.
10. *Ibídem*.
11. *Ibídem*.
12. Ciscar a Grandallana. Cartagena, 28 de agosto de 1802. Archivo General de la Marina, Expedientes personales, Leg. Gabriel Ciscar.
13. Archivo General de la Marina, Expedientes personales, Leg. Gabriel Ciscar, “Plan del Curso de Estudios Elementales de Marina”. Cartagena, 28 de agosto de 1802, f.1.
14. *Ibídem*.
15. Archivo General de la Marina, Expedientes personales, Leg. Gabriel Ciscar, “Plan del Curso de Estudios Elementales de Marina”. Cartagena, 28 de agosto de 1802, ff. 1v-2v.
16. Archivo General de la Marina, Expedientes personales, Leg. Gabriel Ciscar, “Plan del Curso de Estudios Elementales de Marina”. Cartagena, 28 de agosto de 1802, f. 2r.
17. *Ibídem*.
18. Archivo General de la Marina, Expedientes personales, Leg. Gabriel Ciscar, “Dictamen sobre el plan de estudios del Curso de estudios elementales de Marina”, Barcelona, 16 de septiembre de 1802. Las obras mencionadas en el dictamen son: DE MOROGUES, *Tactique navale, ou Traité des evolutions et des signaux* (Paris, 1763) y AMBLIMONT, *Tactique navale, ou Traité sur les evolutions, sur le signaux et sur les mouvements de guerre* (Paris, 1788).
19. *Ibídem*.
20. Carta familiar de Ciscar, posterior a octubre de 1802. Citada en SOLAR [s.a., p. 138].
21. Museo Naval, ms. 1233, doc. 1, f. 26r.
22. Museo Naval, ms. 1104 doc. 1, f. 1.
23. Una detallada tabla con la enumeración comparada de los temas incluidos en los textos de Aritmética de Ciscar, Cortázar y Montojo puede consultarse en COMAS ROQUETA [2015, pp. 610-613].
24. Incluye nociones de Cálculo a partir de su segunda edición, en 1789.
25. En torno a estas materias Ciscar recomienda que los maestros expliquen de viva voz algunas nociones de perspectiva, para lo que considera suficiente su *Tratado de trigonometría esférica* [CISCAR, 1796].
26. Al principio del capítulo XIV, Ciscar indica expresamente que éste no es necesario para aquellos dedicados sólo a la práctica del pilotaje.
27. En las tablas que proporcionan el logaritmo de una función trigonométrica, se supone que el radio es 10^{10} .
28. Precisamente esta es una de las correcciones que hace Vallejo a los *Elementos* de Bails [ARENZANA, 1990, pp. 16-17].
29. En COMAS ROQUETA [2015, pp. 617-619] se incluye una tabla con la enumeración comparada de los temas que Ciscar y Cortázar incluyeron en sus textos de Geometría.

BIBLIOGRAFÍA

- ARENZANA FERNÁNDEZ, V. (1990) "El rigor en los libros de texto de geometría en los comienzos del siglo XIX. José Mariano Vallejo y las *Adiciones a la Geometría de don Benito Bails*". *Llull*, 13, 5-19.
- AUSEJO, E.; MEDRANO, F.J. (2010) "Construyendo la modernidad: nuevos datos y enfoques sobre la introducción del cálculo infinitesimal en España". *Llull*, 33(71), 25-56.
- AUSEJO, E.; MEDRANO, F.J. (2012) "La fundamentación del *Calculus* en España: el Cálculo Infinitesimal en Gabriel Ciscar (1760-1829)". *Llull*, 35(76), 305-316.
- BAILS, B. (1772-1783) *Elementos de Matemática*. Madrid, Imprenta Joachim Ibarra, 10 vols.
- CISCAR, G. (1795) *Tratado de aritmética para la instrucción de los guardias marinas*. Murcia, Manuel Muñiz, Impresor de Marina.
- CISCAR, G. (1796) *Tratado de trigonometría esférica para la instrucción de los guardias marinas*. Cartagena, Oficina de Marina.
- CISCAR, G. (1803a) *Curso de estudios elementales de Marina*. Madrid, Imprenta Real, 4 vols.
- CISCAR, G. (1803b) *Explicación de varios métodos gráficos, para corregir las distancias lunares con la aproximación necesaria para determinar las longitudes en la mar, y para resolver otros problemas interesantes de la astronomía náutica*. Madrid, Imprenta Real.
- CISCAR, G. (1825) *Curso de estudios elementales de marina... Adoptado para el uso de las Academias náuticas de la república de México, según lo ordenado por su primer presidente D. Guadalupe Victoria*. I, Aritmética. II, Geometría. III, Cosmografía. IV, Pilotaje. México.
- COMAS ROQUETA, J. (2015) *La enseñanza de las Matemáticas en la Armada Española en el siglo XIX*. Tesis doctoral, Universidad de Zaragoza
[<https://zaguan.unizar.es/record/32763/files/TESIS-2015-085.pdf>]
- EGEA, M.D.; RUIZ ABELLÁN, C. (1985) *El libro en Murcia en el siglo XVIII*. Murcia, Academia Alfonso X el Sabio.
- GIL AGUADO, I. (2013) "Origen y desarrollo de los estudios mayores o sublimes de matemáticas en la Real Armada de la Ilustración". *Revista de Historia Naval*, 122, 31-58.
- LA PARRA, E. (1995) *El Regente Gabriel Ciscar. Ciencia y revolución en la España romántica*. Madrid, Compañía Literaria.
- LAFUENTE, A; SELLÉS, M.A. (1988) *El Observatorio de Cádiz (1753-1831)*. Madrid, Instituto de Historia y Cultura naval.
- LLABRES BERNAL, J. (1959) *Aportación de los españoles al conocimiento de la ciencia náutica. 1801-1950. Ensayo bibliográfico*. Palma de Mallorca, Imp. Lulio.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, J.F.; VALERA CANDEL, M. (1994a) "El observatorio astronómico de la Academia de Guardias Marinas de Cartagena". *Llull*, 17(33), 343-356.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, J.F.; VALERA, M. (1994b) "Gabriel Ciscar en el Congreso de Unificación de Pesas y Medidas de París de 1798". *Asclepio*, 46, 3-36.
- LÓPEZ SÁNCHEZ, J.F. (2005) "La Academia de Guardiamarinas de Cartagena (1776-1824)". En: M. Valera Candel (ed.) *Ciencia e Instituciones Científicas en la Región de Murcia (1750-1936)*. Murcia, Fundación Séneca. Agencia Regional de Ciencia y Tecnología, 2005, 59-80.
- MAS GALVÁN, C. (2003) *La educación superior en la Murcia del siglo XVIII*. Alicante, Universidad de Alicante.
- SÁNCHEZ CARRIÓN, J.M. (2009) "La división de la Compañía de Guardias Marinas de Cádiz y la creación de las subalternas en Ferrol y Cartagena en 1776". *Revista de Historia Naval*, 27(104), 49-76.

- SELLÉS, M.A.; LAFUENTE, A. (1989) “Sabios para la Armada: El curso de estudios mayores de Marina en la España del siglo XVIII”. En: J.L. Peset (coord.) *Ciencia, vida y espacio en Iberoamérica*. Madrid, CSIC, Vol. 3, 485-504.
- SELLÉS, M.A.; PESET, J.L.; LAFUENTE, A. (1988) *Carlos III y la ciencia de la Ilustración*. Madrid, Alianza Universidad.
- SOLAR Y VIVES, R. DEL (s.a.) *Apuntes para la vida del Excmo. Sr. D. Gabriel Ciscar y Ciscar, Almirante de la Armada, Regente del Reino*. Valencia, Est. Tip. Domenech.
- TOFIÑO, V. (1771) *Compendio de la geometría elemental, y trigonometría rectilínea: para el uso de los cavalleros guardias-marinas en su Academia*. Isla de León (Cádiz), Imprenta de la Real Academia.
- VALERA, M.; LÓPEZ FERNÁNDEZ, C. (2006) “Libros y folletos científicos impresos en la Región de Murcia en el siglo XVIII”. En: J. A. Pérez-Bustamante *et al.* (eds.) *Actas IX Congreso de la SEHCYT*. Cádiz, 27-30 de septiembre de 2005. Cádiz, Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas, Vol. 2, 987-997.