

LA INCORPORACIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL AL COLEGIO DE ARTILLERÍA DE SEGOVIA*

JUAN NAVARRO LOIDI
Investigador independiente

Resumen

En este artículo se explica cómo se realizó la incorporación del cálculo diferencial e integral a la formación de los artilleros españoles. Se muestra que desde 1775 se estudiaba esa rama de las matemáticas en el Real Colegio de Caballeros Cadetes de Artillería de Segovia, y que no dejó de enseñarse en las décadas posteriores. Se expone lo que se explicó de esa materia cuando Vimercati fue primer profesor y cuando lo fue Giannini. Finalmente, se comentan el tomo III del *Curso Matemático* de Giannini, que fue redactado para utilizarlo en las clases del Colegio de Artillería, y los apuntes de clase del cadete Tomás Eslava que estudio el cálculo diferencial e integral en Segovia en 1781.

Abstract

This article studies the incorporation of differential and integral calculus into the education of Spanish artillery officers. It shows that Calculus was taught at the Royal Military College of Gentleman-Cadets of Artillery of Segovia since 1775. The subjects explained in these courses of differential and integral calculus when Vimercati was the Head Professor are described. So are the courses by Giannini. Finally, the contents of the third volume of Giannini's *Curso Matemático*, written to be used as textbook at the College of Artillery is summarized, and so are the notes taken during the classes of Calculus in 1781 by cadet Tomás Eslava.

Palabras clave: Cálculo diferencial e integral, Artillería, España, Siglo XVIII, Vimercati, Giannini.

Keywords: Calculus, Artillery, Spain, 18th Century, Vimercati, Giannini.

Recibido el 12 de julio de 2011 – Aceptado el 10 de diciembre de 2012

* Para este trabajo se ha contado con la ayuda de una Beca de Investigación Histórica de la Asociación Cultural Biblioteca de Ciencia y Artillería de Segovia.

La forma en que el nuevo cálculo diferencial e integral, o de fluentes y fluxiones, se fue incorporando a las matemáticas en España ha interesado a numerosos historiadores de la ciencia. Para muchos, en el siglo XVIII la inclusión de dicho cálculo sirve para distinguir entre los textos de matemáticas avanzados y atrasados¹. Desde la aparición del libro de Cuesta Dutari [1985] han sido varios los textos que se han interesado específicamente por esa cuestión². En esos estudios el papel jugado por el Real Colegio de Caballeros Cadetes de Artillería de Segovia ha quedado bastante difuminado. Sin embargo, se puede asegurar que el cálculo diferencial e integral lo estudiaron los cadetes desde la época en que Vimercati (1772-1777) fue el responsable de las clases de matemáticas. No es extraño que así sucediera. Desde la publicación del tratado de Robins [1742] la física de Newton se utilizaba en muchas obras de artillería publicadas en Europa [HEINE BARNETT, 2009; STEELE, 1994]. La artillería española necesitaba tener oficiales que conocieran el cálculo diferencial e integral para no quedar retrasada.

CARLOS III, GAZZOLA Y LAS ORDENANZAS DE S.M. PARA EL REAL COLEGIO MILITAR DE CABALLEROS CADETES DE SEGOVIA DE 1768

Cuando Carlos III vino de Nápoles trajo con él al conde de Gazzola, que había sido el responsable de su artillería en Italia. Gazzola, con el apoyo del rey, decidió reorganizar la artillería española. En 1762, se publicó el *Reglamento del nuevo pie en que Su Majestad manda se establezca el Real Cuerpo de Artillería*. Con la nueva reglamentación desaparecían los cadetes de regimiento y se creaba una Compañía de Caballeros Cadetes con sede en el Departamento de Segovia. Desaparecían también las Academias de Artillería de Barcelona y Cádiz. La formación teórica se daría en un Colegio en el que residirían todos los cadetes.

Gazzola, personalmente, se encargó de la organización de ese Colegio de Artillería³. Redactó unas instrucciones en 1763 que fueron publicadas, con pequeñas variaciones, como *Ordenanzas Reales* en 1768. La sede del Colegio se estableció en el Alcázar de Segovia y comenzó a funcionar en 1764. Los cadetes estaban organizados, por un lado en una compañía con sus oficiales y, por otro, en una academia con sus profesores. El máximo responsable era el director, que era el representante del rey. Él proponía todos los nombramientos, tanto de profesores como de oficiales. Este cargo lo ocuparon durante el siglo XVIII los inspectores, o jefes, de la artillería. El primer director fue Gazzola que se mantuvo en el puesto hasta su muerte en 1780. Su sucesor fue el conde de Lacy, que dirigió la institución con la misma orientación ilustrada que Gazzola hasta 1792. Para las cuestiones militares el responsable era el Capitán de la Compañía y para las didácticas el Primer Profesor.

Existía también en el Colegio un órgano de dirección colegiado, llamado Consejo del Colegio. Perteneían a él, el director, que lo presidía, el responsable del depar-

tamento de artillería de Segovia, el Capitán de la Compañía de Cadetes, los profesores Primero y Segundo, y dos oficiales de la compañía. Este Consejo se encargaba del régimen interior del Colegio Militar. Solía tener una reunión ordinaria al mes y reuniones extraordinarias siempre que hubiese algo importante a discutir. En particular se juntaban dos veces al año para presidir los exámenes⁴.

Los oficiales de la Compañía se encargaban de la instrucción militar y de las asignaturas de fortificación y de táctica artillera. Las matemáticas y la física estaban a cargo del Primer Profesor. Eran tareas de dicho Primer Profesor el fijar las vacaciones y las fechas de exámenes; pero, su principal obligación era:

Arreglar y trabajar los tratados que se deben dictar y explicar en todas las clases de la Academia. Estos Tratados / deberán ser conducentes al primer instituto de la Academia que consiste en crear buenos oficiales de artillería; y por esta razón serán los principales el Cálculo, Geometría, Mecánica, Hidráulica, Hidrostática, Fortificación y Artillería con algunos elementos de las demás facultades [*Ordenanzas*, 1768, pp. 50-51].

En cuanto a la forma en que se debía enseñar las *Ordenanzas* [1768, p. 51] dicen que:

El Primer Profesor se ceñirá en la composición de los Tratados a lo que sea más útil que curioso, acomodándose al común de los talentos». Aunque, para los más avanzados o capaces, debía preparar materia aparte «para que tenga el cuerpo siempre oficiales de distinguida ciencia [*Ordenanzas*, 1768, p. 51].

Los estudios de matemáticas y ciencias duraban tres años. A veces, al comienzo, asistían a un curso previo de aritmética. Los cadetes que entraban en el Colegio debían tener más de doce años y menos de quince y su formación previa solía ser escasa. Los que aprobaban el último curso de matemáticas, que se denominaba «primer curso», eran nombrados subtenientes. Habitualmente continuaban un año más en Segovia estudiando «Táctica», es decir, artillería.

Esa reglamentación no descendía a detallar las materias a impartir. Con esas instrucciones el cálculo diferencial podía explicarse o no. Como las materias que debían darse en cada clase las fijaba el Primer Profesor, de él dependía si se enseñaba. Pero el nombramiento del Primer Profesor y la fiscalización de sus cursos era labor del director, por lo que esa cuestión dependía finalmente del Inspector de artillería.

Felix Gazzola fue una persona muy culta⁵. Fue al mismo tiempo un artillero, un cortesano ilustrado, un arquitecto, un arqueólogo, y un gran bibliófilo. En España se mantuvo bien informado de las últimas novedades culturales y científicas europeas, incluidas las que se referían a las matemáticas o la física.

Al abrirse el Colegio Gazzola propuso al jesuita Antonio Eximeno como Primer Profesor.

ANTONIO EXIMENO (1764-1767)

Junto a Antonio Eximeno fueron nombrados: Segundo Profesor, Lorenzo Lasso de la Vega que había sido profesor de la Academia de Artillería de Cádiz; Tercer Profesor, Jorge Guillelmi que había estudiado en la Academia de Matemáticas de Barcelona con los ingenieros militares; y profesor de dibujo Pablo Chenard profesor de la misma materia en la Academia de Artillería de Cádiz. Todos ellos eran militares. El encargado de la clase de táctica artillera, que era la materia principal del último curso, fue Vicente de los Ríos, un artillero con prestigio intelectual que fue miembro de las Reales Academias de la lengua y de historia. De todos ellos Eximeno era el único especialista en matemáticas.

Antonio Eximeno Pujades⁶ (1729-1808) nació en Valencia. Estudió en el Seminario de Nobles de los jesuitas y a los 16 años ingresó en la Compañía de Jesús. En 1762 comenzó a encargarse de las clases de matemáticas en el colegio de San Pablo de Valencia. El conde Gazzola tuvo conocimiento de su existencia por el arquitecto Sabatini, consideró que podía ser una persona adecuada para dirigir el Colegio de Artillería y consiguió la aprobación del rey. Eximeno aceptó el cargo⁷.

Eximeno estuvo menos de tres años de Primer Profesor del Colegio. Además sus años fueron los de puesta en marcha del centro por lo que las materias a enseñar no estuvieron bien establecidas. No se puede saber muy bien lo que llegó a explicar. Sin embargo, dejó clara la orientación que quería dar a sus clases en la conferencia inaugural que pronunció:

Oración que en la apertura de la Real Academia de Caballeros Cadetes del Real Cuerpo de Artillería nuevamente establecida por S. M. en el Real Alcázar de Segovia dijo el P. Antonio Eximeno de la Compañía de Jesús Profesor Primero de dicha Academia en el día 16 de Mayo de 1764.

En ella expone Eximeno cómo quería que fuera la enseñanza en el Colegio de Segovia. Una cuestión que deja clara desde el comienzo es que quiere dar preferencia a la formación teórica:

Dos siglos de guerra viva y continua, dice / el Caballero Folard, apenas bastarán para formar sin estudio un buen Oficial. Este, como cualquier otro arte, se debe fundar en experiencias de muchos siglos. Newton, si exceptuamos el tiempo en que hizo la anatomía de la luz, apenas se llegó jamás a un instrumento de física; pero sujetando al cálculo las observaciones y experimentos ajenos, con sólo su pluma forzó, digámoslo así, a la naturaleza a que le dijera la verdad [EXIMENO, 1764, pp. 3-4].

Esta referencia a Newton ya muestra a qué autores quería seguir Eximeno. Más adelante pone como ejemplo de materia a estudiar la balística exterior. Reconoce que las tablas de alcances de Belidor eran muy completas; pero advierte que no tenían en cuenta la resistencia del aire. Recuerda que Blondel consideraba ese efecto pequeño⁸, pero que «las experiencias de todas las Academias de Europa comprueban lo contrario» [EXIMENO, 1764, p. 15]. Afirma que la mayoría de los estudiosos del tema se

inclinaban por la teoría de Newton, que proponía que la resistencia del aire fuera proporcional a la velocidad del proyectil al cuadrado. Consta que, lamentablemente, no se había encontrado una forma práctica de calcular alcances con esa hipótesis y acaba deseando que el nuevo Colegio sobresaliera en las nuevas teorías balísticas⁹:

Ojalá que así como el Real Cuerpo de Artillería de Francia tuvo la gloria de publicar unas tablas basadas en buena física y geometría, el de España se propusiera / el objeto de corregir aquellas, haciendo entrar en su cálculo la resistencia del aire [EXIMENO, 1764, pp. 15-16].

Al final del discurso, cuando menciona los grandes pensadores dice:

Cuando nos paramos en la elocuencia nos arrebatan un Demóstenes, un Cicerón, un Bourdaloue [...] cuando en la filosofía un Platón, un Sócrates, un Newton [EXIMENO, 1764, p. 20].

Parece claro que Eximeno quería impartir una enseñanza actualizada que facilitara la investigación y la innovación en artillería. Según Eximeno a Gazzola le entusiasmó el discurso¹⁰.

Otra cuestión diferente es saber si Eximeno llegó efectivamente a explicar el cálculo diferencial e integral y la mecánica newtoniana en el Colegio de Artillería de Segovia. Podía haberlo hecho. Según Otaño [1943, Apéndice, p. LXII] Eximeno tenía preparado para publicar en Valencia un curso de matemáticas que incluía:

1ª Álgebra hasta las ecuaciones de tercer grado y la geometría sintética. 2º Cálculo aplicado a la geometría 3º Cálculo diferencial e integral y la mecánica abstracta: esto es los principios de Newton puestos en claro, y la Mecánica aplicada a los objetos sensibles donde se incluye la astronomía, 5º y 6º los demás tratados de física matemática.

Sin embargo, Udías [2005, p. 415] dice de un manuscrito encontrado en la Academia de Historia de Madrid:

Curso matemático (9/2740) que está dedicado a la formación de los militares y es parte del curso completo de la academia militar [...]. Puede que se refiera a la Academia de Artillería de Segovia fundada en 1764 y el autor sería sin duda Eximeno, que fue profesor de matemáticas en dicha academia de 1764 a 1767. El texto, muy elemental, está dividido en 6 libros que tratan de aritmética, álgebra elemental (algoritmo literal), geometría, proporciones, potencias y raíces y progresiones.

Sea como fuere, no se han encontrado apuntes de cadetes que hubieran estudiado con Eximeno un curso de cálculo diferencial¹¹.

En las *Actas* de las reuniones del Consejo del Colegio se suele informar de las materias de las que se examinaban los cadetes. Desgraciadamente, en estos primeros años se usan términos tan generales que es difícil asegurar nada. En varios exámenes en la prueba final se incluye la «geometría sublime»¹², pero acompañada de otras materias que llevan a pensar que no era una forma de indicar el cálculo diferencial. El documento más explícito que se ha encontrado es una copia del informe oficial¹³

sobre las notas de los cadetes que podían pasar a suboficiales por su edad, que debió ser enviado por el Secretario del Colegio al conde Gazzola y comienza:

Relación de los caballeros cadetes de la primera clase que por tener 18 años se han examinado para el objeto de la promoción de los tratados del cálculo Aritmético y literal, Álgebra, Geometría llana, Geometría sublime, Geometría práctica, secciones cónicas, leyes generales del movimiento y de la gravedad, del movimiento compuesto y cuerpos arrojados del equilibrio y máquinas, de la centrobárica, y del choque de los cuerpos. Se examinaron los planos que han delineado, de Artillería, y algunos de fortificación, y también su aprovechamiento en los ejercicios militar y facultativos, como así mismo del porte que en su conducta, subordinación y modales han tenido en el Colegio de todo lo cual resultaron los siguientes informes arreglados a la orden del Excmo. Sr. conde de Gazola en 24 de enero de este año [1767].

Cuando se hacen estas evaluaciones, el Colegio llevaba más de dos años de funcionamiento. Como se puede constatar el temario era todavía bastante sencillo. No parece que se estudiara el álgebra aplicada a la geometría, o tal vez se limitaban a estudiar de esa manera las cónicas. No se estudiaba la hidráulica. No es imposible que en la geometría sublime o en las leyes generales del movimiento se mencionara el cálculo diferencial e integral, pero no era una materia que se impartiera.

Dos meses después de esos exámenes, el dos de abril, Antonio Eximeno, junto con todos los jesuitas de España, fue expulsado del reino y enviado a Italia.

LORENZO LASSO DE LA VEGA (1767-1772)

El 8 de abril de 1767 el Comandante del departamento de artillería de Segovia José Datoli convocó un Consejo Extraordinario para comunicarles la expulsión de Antonio Eximeno y buscar una solución provisional. En el mismo Consejo se resolvió que fuera Primer Profesor interinamente Lorenzo Lasso, Segundo Jorge Guillelmi y Tercero Manuel Zapatero.

Lasso había sido alumno de la Academia de Artillería de Barcelona. El seis de noviembre de 1752 pasó a ser tercer profesor de la academia de artillería de Cádiz. A partir de 1755 formó parte de la Sociedad Matemática Militar de Madrid hasta su desaparición en 1761. En dicha Sociedad Matemática se encargó del tratado de Cosmografía. Según Cuesta Dutari¹⁴ pensaba darle un contenido bastante conservador. No parece que dominara el cálculo diferencial. Sin embargo fue un buen especialista en fundiciones y fabricación de cañones¹⁵.

Lasso, como Primer Profesor, debía encargarse del curso más avanzado de matemáticas, el primero. Cuatro cadetes aventajados de ese curso pidieron a Gazzola que el Primer Profesor les explicara, aparte del curso ordinario, el «cálculo de fluxiones directo e inverso». Gazzola escribió a Lasso apoyándoles¹⁶. Lasso no creó ese curso de cálculo diferencial. Además, opinaba que no era necesario enseñarlo en el Cole-

gio. En su opinión en el Colegio sólo debía enseñarse lo indispensable para el servicio de la artillería, siguiendo el ejemplo de la Academia de Matemáticas de Barcelona que dirigía Lucuce¹⁷. Su programa no incluía el estudio del cálculo diferencial e integral, ni sus aplicaciones al estudio de la dinámica o hidrodinámica. Gazzola mantuvo su oposición al programa de Lasso y éste optó por pedir un permiso de tres meses¹⁸.

En el Consejo de 12 noviembre 1767 ya no figura Lorenzo Lasso de la Vega como primer profesor. Gazzola, que estaba enfermo, no encontró artilleros o matemáticos que pudieran sustituirle¹⁹, por lo que aceptó como solución provisional que subterfuges, que habían terminado sus estudios en los años anteriores con buenos resultados, ocuparan las plazas que quedaban sin cubrir. Esos jóvenes profesores no tenían la preparación de Eximeno, ni la experiencia como profesor de Lasso. En general explicaron el curso de matemáticas que habían estudiado. Fueron varios los que pasaron por esa responsabilidad. El más conocido, el que más duró y el que más influyó en la enseñanza de los artilleros fue Tomas Morla²⁰ que había sido uno de los mejores alumnos de la primera promoción. Las enseñanzas empeoraron al faltar un responsable capacitado. Las materias que se enseñaban en este periodo las resumía de la siguiente forma Morla en la reunión del Consejo del Colegio de 15 de noviembre de 1768:

Dn Thomas Morla hizo presente al Consejo por los pertenecientes a su clase adelantada que entre los caballeros cadetes individuos de ella se hallan algunos que han estudiado los principios de la geometría y cálculo que dictó el P. Eximeno, otros los que dictó Dn Jorge Guillelmi que son los que se dan en la Academia de ingenieros de Barcelona, y otros los que se dan en el Seminario de Nobles de Madrid; cuya diversidad causa grandes dificultades para el arreglo de cualquier tratado que se les quiera dar en adelante [*Actas*, vol. 1, f. 103v].

No parece que con tanta desorganización pudieran dar cálculo diferencial e integral, si el profesor lo hubiera querido, lo que tampoco era el caso²¹. La opinión del Consejo era, en general, que no se necesitaba profundizar en el estudio de las matemáticas. Así lo manifestaron en la reunión del 8 de abril de 1769, en la que decidieron escribir al inspector Gazzola diciendo:

El curso del Primer Profesor pasado no quedó completo ni lo dejó su autor reducido en los términos a límites concisos a que deseaba reducirlo, por conocer estaba demasiado extenso para ser dictado en una Academia; que por esa razón varios de los caballeros cadetes han dado la Geometría y el Cálculo del citado curso vaciando u omitiendo lo sublime; que otros han dado mucha menos extensión; que los tratados de Estática, Hidrodinámica, Hidrostática Maquinaria, Fortificación, ataque y defensa de plazas se han dado al pie de la letra por el curso de ingenieros [*Actas*, vol. 1, f. 119 v].

Más adelante pedían que, como en la Academia de Barcelona, o de los ingenieros, el curso se completara con «Arquitectura civil, un apéndice de Cosmografía y Geografía, otro de Óptica, Perspectiva militar, y otro de construcción de puentes y barcos que son los más esenciales» [*Actas*, vol. 1, f. 120 v].

Esa comunicación del Consejo del Colegio indica que el cálculo diferencial e integral ni se daba, ni se consideraba adecuado para el Colegio de Artillería en esas fechas.

Gazzola, que seguía enfermo, se trasladó a Italia en el verano de 1769²². En Piacenza, que era de donde procedía su linaje, permaneció varios meses descansando y arreglando las cuestiones sucesorias, en previsión de su fallecimiento.

Mientras tanto en España, el secretario de Guerra Juan Gregorio Muniaín nombró Primer Profesor de nuevo a Lorenzo Lasso de la Vega. En el *Acta* [vol. 1, f. 128 r] de la reunión del Consejo del Colegio de 14 de octubre de 1769 se informó que:

El comandante presentó al Consejo una copia de la orden del Rey expedida el 12 de septiembre de 1769 en que S. M. nombra para Primer Profesor al capitán Dn Lorenzo Laso, para Segundo el capitán Dn Manuel Rueda y por Tercero al teniente Dn Baltasar Ferrer y profesor de dibujo a Dn Pedro Chenard²³.

El 4 de noviembre de 1769 Lasso²⁴ informó de las materias que se impartían antes de su nombramiento. En primer curso, el más adelantado, se seguían los cursos de la «Academia de ingenieros» completándolo con temas de artillería procedentes del libro de Belidor y del curso de Zini²⁵. Por lo que se cuenta en ese documento la escuela estaba bastante desorganizada. En las conclusiones Lasso decía estar:

Enterado de este desorden y de que desde ahora en adelante deberemos enseñar el curso que se dicta en la Academia Militar del cuerpo de ingenieros²⁶.

Gazzola volvió de Italia durante el verano de 1771 y no le gustó nada la solución que se había encontrado para mantener en funcionamiento el Real Colegio. Intentó que se cambiara el programa, pero sin resultado. En carta al nuevo Secretario de Guerra conde Ricla de 23 de julio de 1772, se quejaba del funcionamiento del Colegio y decía que:

En primer lugar como el principal defecto es la enseñanza de los alumnos y que el actual Primer Profesor no obstante las infinitas amonestaciones que le he hecho antes y después de mi vuelta no he podido lograr se dedicara ni tan sólo a un método regular, sino también despreciando lo que manda S. M. / en su Real Ordenanza de la Academia son nueve meses que no dicta en su primera clase con el pretexto de componer un tratado de aritmética inferior que podía haber hecho en un mes, aun no faltando a su obligación en la clase de su cargo, la que ha dejado al cuidado del Segundo Profesor Dn Cipriano Vimercati²⁷ que dicta la / Algebra sin embargo que compone este difícil tratado que pertenece al primario profesor, de modo que hallando a este más impuesto en su profesión juzgo debe preferirse para primario profesor, dándole al que actualmente lo es otro destino [AGS GM 564].

Finalmente, Lasso de la Vega dejó el cargo de Primer Profesor y fue destinado a las fundiciones de Sevilla. En su lugar fue nombrado Vimercati. Gazzola le escribió a Ricla una carta de 22 de octubre de 1772, titulada «Sobre el arreglo de Profesores

de Matemática en el Colegio Militar de Segovia» [AGS GM 564], en la que le decía que «se ha arreglado el método de los estudios, con los que podrá esperarse un / constante aprovechamiento de los alumnos», lo que en su opinión «nunca había podido lograr por medio del pasado Profesor primario».

CIPRIANO VIMERCATI (1772-1777)

Y LA INTRODUCCIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Natural de Jerez de la Frontera, Vimercati²⁸ era hijo de un oficial de origen italiano y de Ursula Benítez jerezana. Ingresó como cadete en el Regimiento de Artillería en 1754. En 1760 fue ascendido a subteniente y a teniente en 1766. En 1769 participó en una comisión formada para analizar diverso armamento de artillería y en 1770 en una junta que elaboró unas ordenanzas para el Cuerpo de Artillería. No se ha podido saber donde estudió, pero tenía una formación matemática aceptable [NAVARRO LOIDI, 2012].

Vimercati fue nombrado oficialmente Primer Profesor en noviembre de 1772, porque en el acta de la reunión de la Junta de 8 de diciembre de 1772 aparece por primera vez mencionado con ese cargo. De las actas de los meses siguientes se deduce que la enseñanza se fue normalizando, aunque de entrada el programa no abarcaba el cálculo diferencial e integral. Por ejemplo, en los exámenes de los días 5, 6, 8, 9 y 10 de febrero de 1773 en la primera clase se examinaron 13 cadetes del tratado de álgebra completo y 18 de parte de él. Luego, en ese año, los cadetes terminaron sus estudios y pasaron a ser subtenientes sin dar diferenciales e integrales, ni mecánica. Sin embargo, en los años siguientes Vimercati llegó a impartir en sus clases un tratado completo de matemáticas que, según Martín Fernández de Navarrete, comprendía:

El de Vimercati se componía de ocho tratados: el 1º y 2º de aritmética, 3º y 4º de geometría, 5º álgebra, 6º de la aplicación del álgebra a la geometría, 7º del cálculo infinitesimal, y 8º de mecánica. Conserváballo manuscrito el director general que fue de la artillería D. Martín García y Loygorri, y parece que no llegó a imprimirse, según dice Salas²⁹.

Martín García Loygorri estudió en el Colegio de Artillería de Segovia y terminó los estudios de matemáticas en noviembre de 1776, con calificación de sobresaliente [Actas, vol. 2, f. 276v]. Como va a verse a continuación, en el año 1776 ya explicaba Vimercati el cálculo diferencial e integral. En las *Actas* de 1775 también aparece dicha materia como contenido del examen de los cadetes de la primera clase, por lo que el cálculo diferencial e integral se comenzó a enseñar en Segovia en 1775³⁰.

Por otra parte, las relaciones entre el inspector y el primer profesor empeoraron. Gazzola dejó de confiar en Vimercati y pidió en una carta remitida al Consejo del Colegio de 18 de abril de 1775 que:

En la cuarta manda se le remitan todos los fines de mes una relación individual de los tratados que se habían dictado en todas las clases de matemáticas y de Táctica artillera empezando por la del mes pasado de marzo [*Actas*, vol. 2, f. 228v].

A partir de ese mes el secretario del Consejo copió en las *Actas del Consejo* las materias que se habían dado el mes anterior, lo que nos permite conocer con cierto detalle lo que explicaban Vimercati y sus ayudantes en las clases de matemáticas. En los años anteriores, y en los posteriores, sólo al realizarse los exámenes se indican las materias estudiadas en las *Actas*. Eso no quiere decir que Gazzola no conociera qué se explicaba en cada clase. El Primer Profesor debía enviar al director una copia de los «tratados» que iban a dictarse en cada aula. Pero, con esta directriz Gazzola controlaba no sólo lo que debía darse, sino también lo que efectivamente se había explicado cada mes.

De los informes que envió Vimercati, y que aparecen copiados en las *Actas* de las reuniones del Consejo habidas desde marzo de 1775 hasta diciembre de 1776, se puede saber qué se estudió en esos años. En el primer curso, la materia se dividía en dos semestres. En el primero que se terminaba, más o menos, en verano los cadetes estudiaban el álgebra aplicada a la geometría, el cálculo diferencial y el cálculo integral. En el segundo, que abarcaba desde el verano hasta diciembre, siempre aproximadamente, se explicaba la mecánica. Por ejemplo, para el año 1776, el primer semestre empezó a explicarse en noviembre de 1775 porque los exámenes finales y la promoción a oficiales de los cadetes del curso anterior se hicieron a comienzos de noviembre. El nuevo grupo de primer curso estudió ese mes, según aparece en el Acta de la reunión del Consejo del Colegio de 10 de diciembre de 1775, las siguientes materias:

Clase primera Se ha concluido la aplicación del álgebra a la geometría y en ella se ha dictado lo siguiente:

Los métodos de construir los lugares parábola, elipse, círculo, hipérbola, hipérbola equilátera, hipérbola / entre las asíntotas tanto por reducción a la fórmula más simple de estas curvas, como por comparación con la más compuesta.

El método de construir las ecuaciones determinadas de grados superiores.

El de construir las curvas que se definen por ecuaciones indeterminadas de grados superiores [*Actas*, vol. II, f. 253].

En el mes de diciembre se estudió en primero, según se dijo en la reunión del Consejo de 11 de enero de 1776:

Se ha dictado la continuación de la ecuación de 5º, 6º y demás grados superiores.

Se ha dado noticia sobre la invención de este cálculo.

Artículo 1º Principios del cálculo diferencial. Reglas del cálculo diferencial. Ejemplos de diferenciar cualquier expresión algebraica.

Artículo 2º uso del cálculo diferencial para determinar las subtangentes, tangentes, normales &c. y demás rectas de las curvas; varios ejemplos de este método.

Uso del cálculo diferencial para tirar las asíntotas de las curvas. Varios ejemplos de este método.
Método de determinar las tangentes, normales &c. En las curvas en que el ángulo de las coordenadas no es recto [*Actas*, vol. II, f. 256r].

En enero se explicó, según se dijo en la reunión del 22 de febrero de 1776:

Clase primera ... En esta clase se ha dictado la idea general de las cuestiones de máximos y mínimos y principios para resolver estas cuestiones, infiriendo de aquí la regla para hallar la mayor y menor ordenada de una curva algebraica. Aplicación de la regla anterior a varios ejemplos. Otras varias cuestiones de máximos y mínimos.

Uso del cálculo diferencial para hallar el punto de inflexión contraria y punto de regreso en las curvas algebraicas, y varias reglas y principios para proceder en estos métodos sobre las diferencias segundas de las ordenadas de las curvas y aplicación de los métodos a varios ejemplos.

Idea general de las diferencias del 2º y 3º y demás órdenes / y las reglas para diferenciar cualquier diferencial dada la fórmula general para determinar el punto de inflexión o de regreso en las curvas cuyas ordenadas parten de un punto³¹ y aplicación de esta fórmula a varios ejemplos.

Idea general de la envolvente, evoluta y varios principios que aquí nacen. Fórmula general para determinar el radio osculador de la evoluta en las curvas tanto en las de ordenadas paralelas como en las que parten de un punto. Uso de esta curva [*Actas*, vol. II, f. 259].

En febrero, se estudió, según se dijo en la reunión del Consejo de 14 de marzo de 1776:

Se ha continuado en el mismo mes arriba dicho [febrero] el cálculo diferencial, y se han dictado las materias siguientes

Se han concluido la doctrina de los radios osculadores y evolutos.

Se ha dado un conocimiento preparatorio de las funciones en general.

Se han dictado las diferenciales logarítmicas, las de las cantidades exponenciales y las de senos y cosenos.

Se ha dado principio al calculo integral y se ha explicado la regla fundamental de este cálculo y su aplicación a integrar las diferenciales monomias y algunas de las binomias que son susceptibles de integrarse [*Actas*, vol. 2, f. 260v].

En la reunión del Consejo de 18 de abril de 1776 se dijo que:

En el mes de marzo se ha continuado el cálculo integral y se han dictado las materias siguientes:

Se han explicado algunas transformaciones que tiene uso en este cálculo

El teorema regla general para la determinación de la constante.

Aplicación al cálculo integral de la cuadratura de curvas.

El método de cuadrar por aproximación aplicado a algunos ejemplos.

El teorema de las series infinitas tanto de las que nacen por división como las que proceden de funciones irracionales [*Actas*, vol. 2, f. 265r].

Los exámenes del cálculo diferencial e integral fueron a finales de abril y en ese mes no se dieron nuevos contenidos. En mayo comenzaron los cadetes de primero

con la física. En la reunión de junio se dijo respecto a lo dado en mayo que en la «Clase Primera Se sigue dictando la mechanica y en el mes de mayo se han dictado... » [Actas, vol. II, f. 268v].

Parece indiscutible que, desde 1775, se explicó cálculo diferencial e integral con cierta amplitud, aunque no parece que se estudiaran ecuaciones diferenciales o se trabajara con expresiones con más de dos variables. No se han encontrado para corroborarlo los apuntes de algún alumno que hubiera asistido al curso de Vimercati. Pero consta que se explicaban unas matemáticas avanzadas, por su contenido, por los métodos que se proponían y por los libros que se recomendaban para aclarar aspectos o ampliar conocimientos, que son obras como la Aritmética de Newton, el Álgebra de MacLaurin, o de Reyneau o los tratados de matemáticas generales de Bosovich o Wolff [NAVARRO LOIDI, 2012].

Las discrepancias entre Vimercati y Gazzola llevaron a la separación del primero de su cargo de Primer Profesor de Segovia. A diferencia de lo que sucedió con Lasso de la Vega, en este caso el inspector no expresó públicamente sus críticas. Las desavenencias se pueden conocer por la correspondencia que Gazzola mantuvo con el marqués Luigi Viviani de la Robbia representante del rey de Nápoles en Florencia [LANUZA, 1966]. En una carta de 19 de junio de 1774, por ejemplo, Gazzola, que escribía desde Madrid, le decía:

Para Primer Profesor de Matemáticas he reemplazado el jesuita que ejercía ese cargo —Eximeno—, y que fue expulsado con sus compañeros de orden, con un oficial que cubre la necesidad pero no bien. Mi empeño es encontrar un sujeto capaz de conseguir que cuando los cadetes salgan y se hagan oficiales, se apliquen a las ciencias para el Ministerio de la Artillería [...] y no como se ha hecho hasta ahora con una desdichada práctica que ha originado malísimas consecuencias [LANUZA, 1966, p. 69].

Es decir Gazzola encontraba insuficiente el curso de Vimercati. Pero no especifica qué más debería explicar. En los documentos que se han consultado, Gazzola no dice nunca cuál debía ser el programa de matemáticas del Colegio. Lo que insiste es en que se debe de estudiar la física. Por ejemplo a Luigi Viviani le explicaba que: «La base de la teoría que necesita la Artillería es la Física, apoyada en la experiencia sobre las pólvoras, sobre los metales, sobre las maderas, etc.» [LANUZA, 1966, p. 69].

También se debieron de dar enfrentamientos personales, porque en otra carta a Viviani de 29 de agosto de 1774 Gazzola le decía:

Conviene que le diga que soporto todo esto, incómodo y costoso, para vengarme de un Oficial de Artillería, español, que le escogieron para Maestro de Teórica, el cual no quiere trabajar y casi se burla de mi [LANUZA, 1966, p. 70].

Gazzola buscó un sucesor a Vimercati y lo encontró en la persona de Pietro Giannini, un matemático toscano que había publicado *Opuscula Mathematica* (Parma, 1773).

PEDRO GIANNINI (1776-1803) Y LA CONSOLIDACIÓN DEL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Italiano, discípulo de Vincenzo Riccati, no cabe ninguna duda de que Giannini³² dominaba las matemáticas y, en particular, el cálculo diferencial. Su libro *Opuscula Mathematica* (Parma, 1773) es una obra de investigación que contiene tres trabajos independientes. El primero, titulado «De Hydraulica» estudia el desagüe del líquido de un recipiente a través de un orificio que se encuentra en su fondo. Este problema, ya había sido tratado por Isaac Newton en los *Principios matemáticos* [NEWTON, 1987, p. 389]. Pero Giannini lo estudia aplicando las teorías de Johan Bernoulli. En el segundo trabajo se investiga la cicloide alargada y acortada. Giannini dice que desea completar un libro de Boscovich sobre la cicloide; pero conoce también la obra de otros autores que la habían estudiado, como Galileo, Torricelli, Pascal, o Huyghens y simplifica varios desarrollos utilizando diferenciales. La tercera parte «De sectione determinata» es la más larga y está dedicada a la reconstrucción del libro *Secciones Determinadas* de Apolonio de Pérgamo (s. III a.C.), utilizando los métodos geométricos propios de la Antigua Grecia.

A Gazzola le pareció un matemático bien preparado que podía mejorar las matemáticas explicadas en el Colegio de Artillería de Segovia. Le hizo venir a España e intrigó en la Corte hasta conseguir que fuera nombrado profesor del Colegio de Artillería a las órdenes de Vimercati³³. En enero de 1777, Vimercati dejó el Real Colegio de Caballeros Cadetes de Artillería de Segovia porque fue nombrado teniente de navío, y director de la Academia de Guardia Marinas del departamento de Ferrol. Gazzola, por su parte, consiguió que Pedro Giannini fuera nombrado Primer Profesor del Colegio el 30 de octubre de 1777.

En los siguientes apartados se va a mostrar que la enseñanza del cálculo diferencial e integral no fue una cuestión transitoria. Al contrario, esa materia siguió impartándose y aumentó su importancia con Giannini. Para demostrarlo, se van a comentar las materias que se enseñaban en esa asignatura con el nuevo Primer Profesor.

Cuando Pedro Giannini dejó el Colegio en 1803 el cálculo diferencial estaba completamente aceptado en la enseñanza de los oficiales de artillería, y en la nueva ordenanza, *Reglamento de nueva constitución en el Colegio Militar* (1804) aparece recogido en el programa:

El estudio del tercer año³⁴ consistirá en los Cálculos diferencial é integral, Mecánica y Dibujo [*Reglamento*, 1804, p. 111].

En su larga etapa como Primer Profesor Giannini normalizó las enseñanzas del Colegio de Segovia. El programa, en líneas generales continuó siendo el que había seguido Vimercati; pero se estabilizó y amplió. Publicó un manual titulado *Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería* (4 vols., 1779-1803), que completó con un tomo de *Prácticas de Geometría*

y *Trigonometría con las tablas* (1784). Se nombraron ayudantes para las clases más numerosas, y se dotó el Colegio de una rica biblioteca y de numerosos aparatos de geometría y física. El Colegio pasó a ser un centro de enseñanza con un funcionamiento regular y efectivo del que salían anualmente entre quince y veinticinco subtenientes.

Para saber cómo se enseñó el cálculo diferencial e integral con Giannini se puede acudir al libro de *Actas* del Consejo del Colegio, en el que se comprueba que se continuó estudiando, al menos hasta 1787 año en el que termina el libro. También sirven para evidenciar que se daba el cálculo diferencial e integral las discusiones que se plantearon sobre la extensión del programa en el Consejo del Colegio en 1782³⁵. Igualmente, aunque en menor medida, sirven las controversias que se produjeron sobre la adaptación del programa, cuando la mala evolución de una contienda obligaba a la Secretaria de Guerra a pedir que se acortaran los estudios, como sucedió en 1783, por la guerra contra Inglaterra³⁶, o en 1794 por la Guerra de la Convención³⁷. También se suscitó la cuestión de la necesidad del cálculo infinitesimal alguna de las veces en que Giannini pidió un cargo o un aumento de sueldo³⁸.

Para conocer el programa que se seguía en los cursos de matemáticas con Giannini, se pueden analizar los temas que entraban en los exámenes semestrales. Cuando pasó a ser Primer Profesor, dejaron de transcribirse las listas de temas dados en clase en las *Actas* del Colegio. Los listados se mandaban directamente a Gazzola³⁹. En las actas de los consejos extraordinarios en los que se evaluaban los cadetes, se seguían apuntando las materias de las que se examinaban en cada grupo. Considerando lo que se dice en los exámenes realizados de 1777 a 1780 las materias que se estudiaron con Giannini fueron:

En la «Clase de preparación» o supernumeraria se explicaba la aritmética⁴⁰.

En la «Clase tercera» se daba en el primer semestre los libros I al VI de los *Elementos* de Euclides, y en el segundo los libros XI y XII, junto con la trigonometría y las cónicas [*Actas*, vol. 2, f. 334r].

En la «Clase segunda» se explicaba el tratado de álgebra. En el primer semestre se revisaban potencias y radicales de números, y la fórmula del binomio, generalizándola para series infinitas. Se continuaba con las ecuaciones, viendo la resolución de las de primer y segundo grado, y los sistemas lineales de ecuaciones. En el segundo semestre se daban «los últimos métodos del álgebra abstracta y de las aplicaciones del álgebra a la geometría elemental y sublime» [*Actas*, vol. 2, f. 295v].

En la «Clase primera» se impartía durante el primer semestre, «todo el tratado de los cálculos diferencial e integral» [*Actas*, vol. 2, f. 306r] y durante el segundo semestre la estática y la mecánica⁴¹.

Observando lo que se dice en el libro de *Actas* en esos cursos y en los posteriores⁴², las materias dadas en cada curso se estabilizaron bastante, aunque a veces había

algún tema que se daba al comienzo de un curso porque no se había podido terminar en el anterior. El cálculo diferencial e integral se continuó dando de forma ininterrumpida en el primer semestre del primer curso.

Para conocer lo que se enseñaba con Giannini dentro del «tratado de los cálculos diferencial e integral» hay, al menos, dos buenas fuentes. La primera es el tomo III del *Curso Matemático* (1795) que trata de esas materias. Entre las obligaciones del Primer Profesor estaba el escribir unos tratados con las materias que debían explicarse en cada clase y enviarlos al Inspector⁴³. Los inspectores, desde la apertura del Colegio, pidieron que esos tratados se prepararan para poder ser publicados. Giannini fue el primero en hacerlo. Los tomos se fueron publicando según los acababa Giannini, si había dinero para ello.

La segunda fuente para conocer el contenido del curso son los apuntes que tomó en clase el año 1781 el cadete Tomás Eslava, que encuadernados y con el título *Elementos de los cálculos diferencial e integral* se conservan en la biblioteca municipal de Tudela. Este manuscrito sirve, además, para conocer las diferencias que se daban entre lo que traían los manuales y lo que se explicaba, de hecho, en clase.

No sólo se impartió el cálculo diferencial e integral. El principal mérito de este Colegio, en lo que respecta a la enseñanza de dichos cálculos, reside en los muchos cadetes que lo aprendieron en Segovia. Como dice Giannini en una petición de subida de sueldo el año 1796 «que las partes más dificultosas de las matemáticas, como son los cálculos superiores y la mecánica los han aprendido de él más de 300 caballeros cadetes» [AGS GM leg. 5759].

EL TOMO III DEL CURSO MATEMÁTICO DE GIANNINI

El *Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería* era el manual de clase que debían comprar todos los cadetes. No se vendía fuera del Colegio. Comprendía varios volúmenes. El *Tomo I* (Madrid, Ibarra, 1779) contiene los libros I a VI, XI y XII de los *Elementos* de Euclides, la trigonometría plana, y las cónicas, estudiadas con métodos puramente geométricos. En el *Tomo II* (Segovia, Espinosa, 1782) se estudia el álgebra, las ecuaciones, hasta las de cuarto grado, y sus representaciones gráficas, para acabar con un apartado dedicado a problemas de álgebra y de geometría elemental. El siguiente en publicarse fue el de *Prácticas de Geometría y Trigonometría* (Segovia, Espinosa, 1784) en el que se explica cómo medir en el terreno distancias y ángulos, cómo dibujar mapas, cómo medir áreas, volúmenes y desniveles y cómo utilizar las tablas de logaritmos, senos y tangentes, y las de equivalencias de «pesos, medidas y millas de las principales villas», tablas que ocupan más de la mitad del volumen. El tomo cuarto trata de mecánica y el tercero, que se va a comentar a continuación, de cálculo diferencial e integral.

El tomo tercero está dividido en cuatro partes, o libros. En el primero se comienza con los «Lemas Newtonianos de las razones primeras y últimas, que contienen los principios geométricos de los Cálculos diferencial e integral» [GIANNINI, 1795, p. 1]. Ese apartado proviene del «Libro I El movimiento de los cuerpos. Sección primera: Sobre el método de las primeras y últimas razones de cantidades, mediante el cual se demuestran las proposiciones siguientes» [NEWTON, 1987, pp. 61-73] de los *Principia* de Newton. Giannini añade varios ejemplos, utilizando curvas sencillas, en cada lema para mejorar la comprensión. No se incluye, sin embargo los tres últimos lemas del libro de Newton porque la curvatura se introduce más adelante.

A continuación se definen diferenciales e integrales:

Las diferencias menores que cualquier cantidad dada, o las diferencias evanescentes de las cantidades variables, se llaman Diferenciales, Elementos Infinitésimos, y también Fluxiones de las mismas cantidades variables; y dichas cantidades variables se llaman Sumas, Integrales, y también Fluents respecto a las cantidades evanescentes [GIANNINI, 1795, p. 35].

En el resto del libro el autor se olvida de fluxiones y fluentes y cantidades que «se aproximan continuamente», para hacer un desarrollo basado en infinitésimos, que se supone que tienen una realidad geométrica y a los que se aplican las leyes de las matemáticas como a objetos reales.

Se continúa estudiando la diferenciación e integración de las expresiones algebraicas, logarítmicas y exponenciales, y trigonométricas. Los resultados obtenidos se aplican al cálculo de longitudes de curvas, áreas, o volúmenes de cuerpos de revolución. Se utilizan coordenadas ortogonales, oblicuas o polares, según convenga. Por ejemplo, se utilizan las coordenadas polares para encontrar que el área dentro de la espiral de Arquímedes es un tercio de la del círculo que tiene como radio el radio vector del extremo del arco considerado. A través de las áreas limitadas por las hipérbolas se definen el seno y el coseno hiperbólico, lo que resulta bastante insólito en un curso general de matemáticas. El siguiente tema que se aborda es el estudio de las tangentes, subtangentes, normales y subnormales de las curvas. En esta sección se introducen algunos problemas clásicos. Por ejemplo, hallar las curvas que tienen la tangente constante o la subtangente constante. Para la primera condición se halla que es la tractriz de Leibniz, y para la segunda una curva logarítmica. Se prosigue con la obtención de máximos y mínimos, resolviéndose gran número de problemas de aplicación. Finalmente se trata de las asíntotas, los puntos de inflexión, la forma de hallar los radios de curvatura y las evolutas. En los últimos ejemplos se hallan las evolutas de las parábolas, elipses e hipérbolas, y de la cisoide.

En el libro segundo de este tomo se estudian algunas integrales de una variable. Se comienza viendo como se integran las expresiones racionales, es decir cocientes de polinomios con una incógnita. Se parte de los casos más sencillos y se llega hasta el más general en la «Proposición X», en la que se pide:

347. Hallar la integral de la fracción racional:

$$\frac{(h + jx + kx^2 + lx^3 + \&c.)dx}{(a + x)\&c.(c + x^2)\&c.(e + fx + x^2)\&c.(g + x)^m\&c.(p + x^2)^n\&c.(b + qx + x^2)^r\&c.}$$

[GIANNINI, 1795, p. 335].

Las siguientes proposiciones tratan de la integración de expresiones irracionales con una variable. Se comienza con la integración de expresiones del tipo $y^m \cdot dy \cdot (2ry - y^2)^{n/2}$ con m y n enteros, para seguir integrando expresiones con la parte irracional cada vez más complicada. Así, se integran expresiones en las que dentro de la raíz figuran polinomios de tercer grado o cuarto grado y, en las últimas proposiciones, se integran raíces cúbicas, cuartas y sextas.

En el libro tercero se estudian las ecuaciones diferenciales de primer orden. Como trabaja con ecuaciones en las que hay más de dos variables, el autor necesita completar las definiciones del libro primero con una para las diferenciales o integrales parciales:

408 Si las diferenciales e integrales de las cantidades dadas por las variables x , y , z & c. se toman, de modo que en ellas se supongan, la x variable y las demás constantes, se notarán dichas diferenciales e integrales d' D' S.; y si se suponen la y variable y las demás constantes, se señalarán con las letras d'', D'', S'', y así sucesivamente [GIANNINI, 1795, p. 391].

En este libro no se resuelven las ecuaciones en variables separables porque ya se habían estudiado en el libro primero. Se comienza con las ecuaciones homogéneas. Para resolverlas se introducen los factores integradores, y las soluciones hipotéticas con uno o más parámetros, que se trata de fijar para hallar una solución válida. Se estudian las ecuaciones del tipo trinomio $aMdx + bNy^{n+1}dx + gy^ndy = 0$ y se explica el método de J. Bernoulli. También las del tipo $ax^m dx + by^2x^n \cdot dx = dy$ y se da el procedimiento de resolución de J. Riccati. Sólo contiene tres proposiciones sobre ecuaciones en diferenciales parciales de las que la segunda dice que si la fórmula a integral es

del tipo $Mdx + Ndy$ debe ser $\frac{d''M}{dy} = \frac{d'N}{dx}$ para que se puede hallar su integral. En escritura moderna equivale a que $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, es decir al criterio de exactitud, necesario para que haya una integral exacta.

El libro cuarto trata de las ecuaciones diferenciales de órdenes superiores. Son sólo catorce proposiciones. Se trata de una colección de tipos de ecuaciones con la forma en que se puede resolver cada una. Los métodos propuestos, generalmente, son cambios de variable. Por ejemplo, en la segunda proposición se estudian las ecuaciones $xM = aN$ donde M y N son dos expresiones en dx y dy que tienen el mismo grado. Se propone el cambio $dy = t dx$ para obtener soluciones paramétricas. En las proposiciones tercera y decimotercera se dice que el método indicado había sido encontrado por Vincenzo Riccati.

ELEMENTOS DE LOS CÁLCULOS DIFERENCIAL È INTEGRAL

Este manuscrito encuadernado contiene los apuntes que tomó el cadete Tomás Eslava⁴⁴ en sus clases en el Colegio de Artillería de Segovia el año 1781. Aunque en la primera página aparece como título «Elementos de los cálculos diferencial è integral», en ese volumen va encuadernado, junto con ese tratado, los apuntes de mecánica del segundo semestre.

Los apuntes no tienen firma; pero las veinticinco láminas que tiene están firmadas por Tomás Eslava, que estudió ese curso, justamente, en ese año.

El grupo de Tomás Eslava se examinó de la última parte del álgebra los días 22 y 23 de diciembre de 1780. Las clases de cálculo diferencial e integral duraron hasta los exámenes, que fueron los días 19, 20, 21, 23 y 24 de julio de 1781, por lo tanto, la materia fue explicada durante seis meses y medio. Por otra parte ese año las clases se dieron con bastante normalidad⁴⁵. Además, el cadete que tomó estos apuntes fue un buen alumno que, al acabar sus estudios, obtuvo sobresaliente en el examen de esta materia [*Actas*, vol. 2, f. 361r] y fue propuesto para ser profesor ayudante [*Actas*, vol. 2, f. 375v]. Por todo ello se puede considerar que estas notas dan una buena idea de lo que se enseñaba en Segovia en el curso de cálculo diferencial e integral.

Los apuntes comienzan con los lemas de Newton, lo mismo que el tomo III del *Curso Matemático*. Por ejemplo el primer punto es:

Lema 1º

Las magnitudes, y las razones de ellas que continua y constantemente se aproximan de modo que su diferencia venga a ser menor a cualquier otra asignable diferencia dada; finalmente son formalmente iguales⁴⁶.

Este enunciado es igual al que figura en el libro publicado catorce años más tarde. Hasta la introducción de los diferenciales los apuntes y el tomo impreso son prácticamente iguales. Esta primera parte se dio en clase en 1781 con minuciosidad.

La definición de diferencial es también literalmente igual. Sin embargo en los apuntes no aparece la definición de función que sí está en el libro.

En las proposiciones posteriores dedicadas al cálculo de las diferenciales e integrales de expresiones algebraicas, logarítmicas, exponenciales, y trigonométricas la similitud sigue siendo muy grande, pero en los apuntes comienza a simplificarse algunas cuestiones. Por ejemplo la demostración de que la diferencial del seno es el coseno en el libro está hecha de dos formas y en clase sólo la vieron de una.

En la sección dedicada a las longitudes, áreas y volúmenes de curvas se tratan los mismos temas y en el mismo orden, pero en los apuntes de una forma más breve. Si en el libro son ocho las proposiciones que tiene esta parte en los apuntes son sólo cinco. Los ejemplos más difíciles, en general no se incluyen.

La misma tendencia se observa en la sección que trata de tangentes, normales, máximos y mínimos, asíntotas, radio de curvatura y evolutas de una curva. En clase se dieron muchos ejercicios, por ejemplo de máximos y mínimos tiene ocho, pero los más difíciles del libro no están en los apuntes. No dejaron de darse temas enteros ni dejó de estudiarse ningún método de resolución de problemas. Pero se simplificaron los ejemplos y las demostraciones. Por ejemplo, en las notas se utilizan menos que en el libro las coordenadas oblicuas y polares, pero no dejaron de hallar el radio de curvatura de la espiral de Arquímedes utilizando coordenadas polares.

Giannini en 1781 explicó, como en el tomo impreso, el desarrollo en serie de una función:

$$F.(x + dx) = F.(x) + dx F' x + \frac{dx^2 \cdot F'' x}{2} + \frac{dx^3 \cdot F''' x}{2 \cdot 3} + \&c.$$

Usando ese resultado para hallar los puntos de inflexión de una curva.

En los apuntes se acaba el libro primero con un resumen de tres páginas con las fórmulas de las derivadas, e integrales de las principales expresiones, y las de los procedimientos para hallar áreas, volúmenes de revolución, longitudes de curvas y otras cuestiones estudiadas en este primer libro. Son unas sesenta fórmulas. Ese resumen en el tomo impreso no está. Sin embargo, tablas de este tipo todavía se usan y siempre han sido muy útiles.

Respecto al libro segundo, al comparar los apuntes de clase con el tomo impreso, se observa que las diferencias que hay son parecidas a las que se dan en las últimas partes del primer libro. En los apuntes de Eslava, figuran todos los tipos de integrales que expone Giannini en su tomo, pero no aparecen los casos más generales. Estudiaron la descomposición en fracciones simples de cualquier fracción racional. Se integraron expresiones con raíces imaginarias en el denominador. Por ejemplo en la proposición séptima se integra $\frac{x^n}{(x^2 + fa)^m}$. También las expresiones con denominadores con varias raíces reales repetidas. Por ejemplo en la proposición undécima se pide la integral de $\frac{(h + kx + kx^2 + lx^3 \&c.)dx}{(a + x)^m (b + x)^n (c + x)^p \&c}$. Pero no vieron las expresiones generales con raíces reales e imaginarias mezcladas con todo tipo de multiplicidad en el denominador, que se integran en el volumen impreso.

Para las expresiones irracionales, igualmente, lo explicado en clase es una versión simplificada de lo que fue publicado en el tomo III del *Curso* de Giannini. De la proposición 13 a la 41 se van estudiando la forma de integrar una larga serie de expresiones irracionales que van desde la integral de $\frac{x^n dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, que sólo se resuelve para $n = -1, 0$ y 1 , hasta expresiones más complicadas como $\frac{dz}{z^2 \sqrt{a + bz^2} \sqrt{f + gz^2}}$.

Aunque no dieran todo lo que aparece en el libro segundo del tomo III de Gianini, se puede asegurar que en el año 1781 los cadetes dieron un curso de cálculo integral muy completo.

En la clase de Eslava no se explicó ni el libro tercero, ni el cuarto del *Curso matemático* (vol. III), lo que no parece extraño, dada la materia de la que tratan y la edad que tenían los cadetes.

En general la materia explicada en 1781 es menor que la que contiene el libro. El texto impreso y los apuntes están divididos en párrafos numerados, cada uno corresponde a una definición, una proposición, un ejemplo o un escolio. En el libro son 501 puntos, en los apuntes sólo 265. La reducción es importante; pero la diferencia es sobre todo en las ecuaciones diferenciales, en 1781 los cadetes estudiaron todos los temas planteados en los dos primeros libros del tomo III.

Esta parte de los apuntes termina con la anotación «Fin del cálculo integral Día 3 de julio de 81». Los apuntes siguen con la mecánica, que, tiene dos partes: «Elementos de Estática» y «Elementos de dinámica». Esta segunda sección es algo más corta. Se va a dejar de lado porque no trata principalmente de la materia que se estudia aquí, aunque la cantidad de veces que se utilizan diferenciales e integrales en temas de mecánica no deja de tener interés para entender el por qué del empeño que pusieron Gazzola y sus sucesores en que se explicara el cálculo diferencial a los cadetes.

NOTAS

- 1 Sobre esta cuestión véase HORMIGÓN [1994, pp. 48-52].
- 2 Por ejemplo COBOS y FERNÁNDEZ-DAZA [1997], AUSEJO y MEDRANO [2010] o BLANCO [2012].
- 3 Para conocer más sobre el Colegio en esta época véase HERRERO [1990].
- 4 Se conservan en la Biblioteca de la Academia de Artillería de Segovia dos volúmenes manuscritos con las *Actas* de las reuniones del Consejo de 1765 a 1787, que es una buena fuente de información para conocer lo que se hizo y se discutió en el Colegio.
- 5 Felice Gazzola nació en Piacenza en 1698, y era hijo del capitán general de la artillería de Parma. Entró al servicio del futuro rey Carlos III, cuando éste fue nombrado Señor de Parma. En 1734 participó en la conquista de Nápoles. Más tarde estuvo en la Guerra del Segundo Pacto de Familia (1741-1748). Cuando Carlos III subió al trono de España lo trajo consigo colocándolo al frente de la artillería española. Además de ser un militar activo fue un personaje culto. Dirigió, entre 1745 y 1750, las excavaciones de las ruinas greco-romanas de Paestum, cerca de Salerno y colaboró con Sabatini en la renovación urbanística de Nápoles. En España dirigió la artillería en la guerra contra Portugal de 1762. También siguió con sus inquietudes artísticas y se encargó, por ejemplo, de la decoración del Salón del Trono del Palacio Real de Madrid. En España aparece a menudo escrito «Gazola». Para saber más sobre Gazzola véase PÉREZ VILLANUEVA [1987].
- 6 Sobre Eximeno véase OTAÑO [1943] o PARDO [1987].
- 7 Su correligionario Tomas Cerdá publicó el tratado *Lección de Artillería* (Barcelona, 1764), dedicado a Gazzola, en el que se estudia la artillería desde un punto de vista matemático. En ese libro, de orientación newtoniana, se utilizan las diferenciales e integrales en algunos cálculos (p. 91, 92, 114 y 131) [NAVARRO LOIDI, 2008].

- 8 No menciona las obras de Belidor y Blondel a las que se refiere. Sin duda una es BLONDEL [1683], libro muy conocido por ser pionero en la aplicación de la dinámica galileana a la trayectoria de los proyectiles.
- 9 En la balística exterior se había seguido en el siglo XVI las teorías de Tartaglia, que eran una adaptación de los ímpetus medievales; en el XVII las doctrinas galileanas defendidas por Blondel y en el siglo XVIII la dinámica newtoniana desarrollada por Robbins. Sobre la cuestión véase HEINE BARNETT [2009], STEELE [1994] o, en castellano, HIDALGO [1995].
- 10 Eximeno así lo dice en una carta al P. Martínez desde Segovia el 18-V-764 (Academia de Historia Jesuitas legajo 11-11-2/54), tomado de OTAÑO [1943, pp. VIII-IX]. La *Oración* se publicó el mismo año 1764.
- 11 Solo se ha encontrado un manuscrito con notas de lo impartido en el segundo curso titulado *Elementos mathematicos* (1764-1765). Se conserva en la Biblioteca de la Academia de Artillería de Segovia y tiene las notas tomadas por un cadete desconocido en el segundo curso que impartía Lorenzo Lasso de la Vega. Pero, Lasso debía seguir el tratado preparado por el Primer Profesor, que era Eximeno. Estos *Elementos mathematicos* que tratan de aritmética y algo de álgebra, acaban diciendo «Y lo dicho basta para el manejo del cálculo que se necesita en el tratado siguiente de la geometría». Es decir, debían continuar estudiando geometría. Parece difícil que en el curso siguiente, último de matemáticas, pudiera darse cálculo diferencial e integral. Sin embargo, en el prólogo se aconseja seguir el método de Newton: «El método que se debe seguir es adelantar por un lado en la pura matemática. por otro en las observaciones y experimentos, y combinar después estos conocimientos con otros. Así lo hizo casi el primero el gran genio de la naturaleza Isaac Newton, a cuya memoria se ofrecerán eternos inciensos en el templo de la verdad. Así lo hacen a su imitación los más filósofos que nos enriquecen / hoy de nuevos descubrimientos y a este método debe sus progresos el arte de la guerra en especial el arma de artillería».
- 12 Por ejemplo, el 12 de junio de 1766 un cadete «demostrará una proposición de geometría llana y otra de sublima» [*Actas*, vol. 1, f. 20r], o el 17 de junio siguiente, en el examen ordinario, los cadetes tuvieron que responder a dos cuestiones «una de geometría llana y otra sublime» [*Actas*, vol. 1, f. 29v].
- 13 Está en los «Fondos Barbieri» de la Biblioteca Nacional de España, en los «Papeles referentes al P. Antonio Eximeno», Mss 14028 110-132.
- 14 Sobre la Sociedad Matemática Militar véase CUESTA DUTARI [1985, capítulo 15, pp. 188-240].
- 15 En la hoja de servicio cerrada en 1783 el inspector dice de él: «Este oficial tiene mucha instrucción tino y práctica en el ramo de fundiciones y sirve bien al Rey en esta parte. Lacy» [AGS GM leg. 411]. En Barcelona publicó un libro sobre la fundición de cañones.
- 16 Tomado de HIDALGO [1990, p. 21], que dice haberlo tomado de la carta de «El conde de Gazzola a D. Lorenzo Lasso de la Vega; Segovia 18 de septiembre de 1767» [AGS GM 563].
- 17 El programa que se seguía en la Academia de Matemáticas Militares, o academia de los ingenieros, de Barcelona se puede ver en CAPEL [1988]. Una crítica al curso de matemáticas está en MASSA-ESTEVE & MORA [2008]. El programa oficial está en *Ordenanzas* [1739].
- 18 Parece que Lasso alegaba que tenía fatigada la cabeza [HIDALGO, 1990, p. 21]. El permiso le fue concedido, en su hoja de servicio cerrada en 1789 se dice «Usó tres meses de R^l Licencia en el año 1767 en tiempo de paz» [AGS GM 411, fol. 23].
- 19 HIDALGO [1990, p. 21] dice que Gazzola contactó con Buenaventura L'Abat que daba clases en Marsella pero murió antes de poder contratarlo. Es posible que Gazzola pensara en él, pero no parece que pudiera hacer ninguna propuesta, pues debió morir antes de la expulsión de los jesuitas. Bonaventura Abat (Cardona - Marsella, 1766) era un matemático y físico catalán preocupado por la óptica. Fraile de la orden de los Menores Franciscanos, se trasladó a Marsella por desavenencias con sus correligionarios de Barcelona. Publicó ABAT [1763] sobre cuestiones científicas, principalmente de física y matemáticas. En ese libro muestra conocer los autores contemporáneos. Por ejemplo en el «Amusement VII» [ABAT, 1763, p. 415] discute la compatibilidad de la atracción de Newton con los torbellinos de Descartes.

- 20 Sobre Tomás Morla véase HERRERO [1992].
- 21 Morla era partidario de explicar sólo las matemáticas necesarias para servir en la artillería, dejando para estudios posteriores el cálculo diferencial y su aplicación a la mecánica. Su postura se puede conocer por las opiniones que defiende en la polémica sobre el programa del Colegio de 1782 [*Actas*, vol. 2, f. 373r ss]. También por lo que explica en su tratado de artillería [MORLA, 1786-1792], en el que cita a Euler, Robins y otros, pero no explica sus obras, sólo las conclusiones a las que llegaron en cuestiones de artillería práctica. En el prólogo Morla dice que no se va a extender en teorías porque el objeto de su libro es «dar a los jóvenes para quienes se escribe una sencilla y clara instrucción» [MORLA, 1786, p. XXVI].
- 22 Según PÉREZ VILLANUEVA [1987] aprovechó su estancia en París para comprar varias obras de Leibniz y un tratado de relojería.
- 23 Lasso y Chenard ya habían estado con Eximeno. Rueda había estudiado en la Academia de Artillería de Cádiz y había formado parte de la Sociedad de Matemática Militar de Madrid, en la que se encargó de la aritmética. Luego volvió a dar clases a Cádiz. Había publicado un tratado sobre el grabado calcográfico. Baltasar Ferrer era más joven. No se ha encontrado donde estudió, pero en 1760 era ya subteniente por lo que no fue en Segovia.
- 24 «Segovia 4 de noviembre de 1769. Sobre la materia que se va a dar», documento adjunto a la carta de Lasso a Juan Gregorio Muniain Secretario de Guerra, informando del comienzo del curso [AGS GM 563].
- 25 Ese Zini, probablemente sea Antonio Zini que fue tercer profesor de la Academia de Cádiz en 1751, luego fue primer profesor de esa academia y en 1754 pasó a ser primer profesor de la de Barcelona. Aunque también puede ser su ayudante, y probablemente hermano Carlos Zini que le acompañó en Barcelona. De este se sabe más por su hoja de servicios [AGM GS 408]. Nació en Gerona en 1722. Se incorporó al ejército en el arma de artillería en 1739. Estudió matemáticas en la Academia de Orán, sucursal de la de ingenieros de Barcelona. Ascendió a Comisario delineador en 1747 y a comisario ordinario en 1752. No dice a qué libro de Belidor se refiere.
- 26 Todas las citas son del documento sin firma adjunto a la carta de Lasso de 4 de noviembre de 1769 [AGS GM 563].
- 27 Cipriano Vimercati había sido nombrado segundo profesor en lugar de Manuel Rueda, que desde julio estaba ausente por enfermedad y murió el 24 de septiembre de 1771 en Madrid [AGS GM 564].
- 28 Sobre Vimercati véase FRAGA [2008].
- 29 La cita está tomada de FERNÁNDEZ DE NAVARRETE [1851, vol. 1, p. 277], que a su vez la tomó de SALAS [1831, p. 198]. Esta información parece exacta y está corroborada por las *Actas* del Consejo. Sin embargo, esa referencia de Fernández de Navarrete contiene varios errores. Así afirma que Vimercati «fue primer profesor del colegio de artillería de Segovia desde su fundación», o que las matemáticas se estudiaron por sus apuntes hasta 1782. Pese a ello, el apartado sobre Vimercati de FERNÁNDEZ DE NAVARRETE [1851, vol. 1, pp. 277-279] es interesante porque da bastante información correcta sobre dicho profesor.
- 30 La primera mención que se ha anotado es «Clase Primera Se ha continuado el Calculo Diferencial» [*Actas*, vol. II, f. 229r] que aparece en el acta de la reunión del mes de abril al dar los temas explicados en cada grupo en el mes de marzo de 1775. En el Consejo celebrado los días 8, 9, 10, 12, 13, 16, 17, 18, 19, 20, y 22 de mayo de dicho año para examinar a los cadetes del primer semestre la materia fue «Primera clase De la aplicación del álgebra a la geometría, cálculo diferencial».
- 31 Se refiere a las coordenadas que ahora se llaman polares.
- 32 Sobre Giannini véase ARRIGI [1995], o en internet en *Divulgamat*: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=12731&directory=67 (15-III-2012)
- 33 En la carta que escribió a Ricla ofreciendo los servicios de Giannini el 3 de febrero de 1776 Gazzola le decía: «Este sujeto que ha escrito e impreso obras de álgebra con aplauso de las Academias de Italia se unirá y admitirá las advertencias de dicho Vimercati Profesor Primario para / concurrir unidos al

- bien del Real Servicio» [AGS GM 565]. Gazzola le había advertido a Giannini, antes de venir a España, de las dificultades que iba a encontrar. En una carta a Viviani de 11 de octubre de 1774 le pedía que avisara a Giannini que «Necesitará sin embargo tener paciencia y / no pretender correr, porque yo necesitaré mucha prudencia y trabajo para iniciarle en dar lecciones en mi Colegio de Segovia ya que allí todo está en batería para alejar a los extranjeros, y pretenden ensalzar el talento de los nacionales para demostrar que no carecen de nada» [LANUZA, 1966, pp. 72-73].
- 34 El tercer año del nuevo *Reglamento* de 1804 era equivalente al primero de la *Ordenanza* de 1768.
 - 35 La polémica está en *Actas* [vol. 2, f. 372r-374v]. Sobre esa discusión se puede ampliar en GARCÍA HOURCADE [2008].
 - 36 En esta guerra las dificultades fueron sobre todo por la falta de profesores [*Actas*, vol. 2, f. 391v]. El conde Lacy el 17 agosto de 1783 dijo en el Consejo, que se iba a terminar la guerra y podía dedicarse más tiempo a los estudios [*Actas*, vol. 2, f. 400r-402r] y surgió una discusión sobre qué materias debían darse antes y después.
 - 37 La documentación sobre la discusión está en [AGS GM 5759].
 - 38 Por ejemplo en las críticas que los generales Autran y Morla le hicieron en 1796, cuando Giannini pidió un aumento de sueldo y el inspector, conde de Colomera, les solicitó un informe sobre el trabajo del italiano [AGS GM 5759]. Está comentado en HIDALGO [1995, pp. 541-542].
 - 39 Por ejemplo, el 11 de agosto de 1777 se dice en el Acta que: «Asimismo se presentaron en el Consejo las relaciones del estudio de las clases de Matemáticas correspondientes al mes pasado y hasta el día que se ha dado punto a los estudios, cuyas copias se remitieron al Exmo. Sr. Director» [*Actas*, vol. 2, f. 308v].
 - 40 «Clase de preparación En esta clase se ha concluido con la aritmética» [*Actas*, vol. 2, f. 306v]. Este grupo era el de los cadetes recién incorporados y de los aspirantes que todavía no habían conseguido el ingreso.
 - 41 La cita del cálculo diferencial corresponde al Consejo de evaluación celebrado «en los días 9 de mayo, 27 de junio 7 y 9 de julio» de 1778. Para la mecánica, por ejemplo, en el examen de diciembre de 1780 la materia fue: «Clase primera se han examinado de la Mecánica» [*Actas*, vol. 2, f. 350v].
 - 42 En algunos exámenes las materias podían cambiar algo por ejemplo el 1, 8, 12 y 15 de julio de 1779 fue de «los últimos artículos del álgebra que tratan de la teoría de las series, de la resolución de las ecuaciones en general, del uso del álgebra para resolver problemas aritméticos y geométricos y de los principios del cálculo diferencial» [*Actas*, vol. 2, f. 323v]. Pero lo más normal es que se repitiera la materia: Por ejemplo en diciembre de 1781 se dice: «Clase Primera se han examinado del Tratado de Mecánica» [*Actas*, vol. 2, f. 369r] o en agosto de 1782 «Clase primera del Cálculo diferencial e integral» [*Actas*, vol. 2, f. 381v] o en julio de 1784 «Clase Primera de los Cálculos diferencial e integral» [*Actas*, vol. 2, f. 415v]. Así aparecen en las actas de los exámenes de julio o agosto y de diciembre el cálculo como materia del primer semestre y la mecánica del segundo, hasta el último año del que se conservan las actas. En él, igualmente, en el Consejo celebrado los días 13, 16, 17, y 18 de julio de 1787 se examinaron: «Clase Primera de los cálculos diferencial e integral» [*Actas*, vol. 2, f. 469v] y en el celebrado los días 14, 15, 16, y 18 de diciembre de 1787 «Clase Primera Sobre el tratado de Mecánica» [*Actas*, vol. 2, f. 476r]. También aparecen algunas actas de exámenes en documentos de años posteriores a 1787 que se pueden consultar en [AGS GM leg. 5759, 5760 y 5761]. No se han anotado de forma sistemática las materias examinadas porque se seguían repitiendo, salvo alguna excepción. Por ejemplo, en el legajo 5759 está el acta del Consejo celebrado los días 1, 19 y 21 de Julio de 1794, en el que los cadetes de primero se examinaron de «Clase primera de los cálculos diferencial e integral», como otros años. Pero en el mismo legajo está el acta de otro examen extraordinario celebrado a finales de agosto de 1794 porque se necesitaban oficiales por la Guerra contra la Convención, y los cadetes del último curso se examinaron de la «mayor parte de la estática y el artículo de minas» antes de incorporarse al ejército. En el legajo 5760 están, al menos, los resultados de los exámenes de enero de 1798 y en el legajo 5761 las notas obtenidas en el Consejo de los 17, 19 y 20 de julio de 1799, en el que los cadetes de primero se examinaron de «cálculos».

- 43 Es posible que los tratados enviados al inspector, y las notas tomadas en clase por algunos alumnos, se guardaran en el Alcázar. Pero el 6 de marzo de 1862 se incendió el edificio y se perdió la mayoría de los documentos archivados.
- 44 Tomás Eslava nació en Tudela al rededor de 1763. Estudió en el Colegio de Artillería de Segovia y fue nombrado subteniente a finales de 1781. Le propusieron para un puesto de profesor ayudante en la reunión del Consejo del Colegio de 3 de febrero de 1782. Fue profesor sustituto y ayudante de Tomás Morla en la asignatura de artillería hasta el año 1785. Luego estuvo destinado en Pamplona y en Barcelona colaborando en las fundiciones. En 1808 estaba retirado en su Tudela natal. Debí de colaborar con Palafox, y la administración afrancesada de Navarra le hizo la vida imposible. Probablemente murió antes de acabar la Guerra de la Independencia.
- 45 Ese año el rey de España estaba en guerra contra el de Inglaterra. Gálvez tomó Pensacola y expulsó a los ingleses de Florida. Sin embargo, los combates no tenían la intensidad que tuvieron el año siguiente con la toma de Menorca, y las clases pudieron darse con normalidad.
- 46 El manuscrito tiene las páginas sin numerar. En total son 287 páginas, 170 de cálculo diferencial e integral, 110 de mecánica y las restantes de separación o con titulares. Además tiene 10 láminas de cálculo y 15 de mecánica. Ese párrafo es el primero de los apuntes.

BIBLIOGRAFIA

Manuscritos

- Actas del Colegio Militar de Caballeros Cadetes del Real Cuerpo de Artillería 1765-1787* (2 vols.). Biblioteca de la Academia de Artillería de Segovia, Signatura R - 8514.
- (1764-1765) *Elementos mathematicos para el uso de la Real Academia de Caballeros Oficiales y Cadetes del Rl. Cuerpo de Artillería*. Biblioteca de la Academia de Artillería de Segovia. Signatura: R - 31082
- AGS GM: ARCHIVO GENERAL DE SIMANCAS, GUERRA MODERNA, Legajos 408, 411, 563, 564, 565, 5759, 5760, 5761.
- BNE: BIBLIOTECA NACIONAL DE ESPAÑA, «Fondos Barbieri», Mss 14028 110-132.
- ESLAVA, T. (1781) *Elementos de los cálculos diferencial e integral*. Tudela, Biblioteca Pública Yanguas y Miranda, Signatura F. A. 35/537.

Impresos

- Ordenanza de S.M. para el Real Colegio Militar de Caballeros Cadetes de Segovia*. Madrid, Joachin Ibarra, 1768.
- Ordenanza, e instrucción para la enseñanza de las Mathematicas en la Real, y Militar Academia, que se ha establecido en Barcelona*. Madrid, Antonio Marín, 1739.
- Reglamento de nueva constitución en el Colegio Militar de Caballeros Cadetes del Real Cuerpo de Artillería establecido en Segovia*. Madrid, Imprenta Real, 1804.
- Reglamento del nuevo pie en que Su Majestad manda se establezca el Real Cuerpo de Artillería*. Madrid, Antonio Marín, 1762.
- ABAT, B. (1763) *Amusements philosophiques*. Amsterdam / Marsella, Jean Mossy.
- ARRIGHI, G. (1995) «Pietro Giannini (sec. XVIII) matematico di Pescia». En: *Atti del Convegno su personaggi nella storia della Valdinievole: Buggiano Castello, 25 giugno 1994*. Buggiano, Associazione culturale Buggiano Castello, 145-162.

- AUSEJO, E. y MEDRANO, F.J. (2010) «Construyendo la modernidad: nuevos datos y enfoques sobre la introducción del Cálculo Infinitesimal en España (1717-1787)». *Llull*, 33(71), 25-56.
- BLANCO, M. (2012) «El Método de las fluxiones en la Academia de Matemáticas del Cuartel de Guardias de Corps: una revisión sobre el Curso Militar. de Matemáticas de Pedro Padilla (1753-1756)». En: J.M. Urkia (ed.) *XI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. 8-10 septiembre 2011. II Encuentro Internacional Europeo-Americano*. Donostia, RSBAP, 385-396.
- BLONDEL, N.F. (1683) *L'art de jetter les bombes*. Paris, Nicolas Langlois.
- CAPEL, H.; SÁNCHEZ, J.E. y MONCADA, O. (1988) *De Palas a Minerva. La formación científica y la estructura institucional de los ingenieros militares del siglo XVIII*. Barcelona, Serbal/CSIC.
- COBOS, J.M. y FERNÁNDEZ-DAZA, C. (1997) *El Calculo infinitesimal en los ilustrados españoles: Francisco de Villalpando y Juan Justo García*. Cáceres, Universidad de Extremadura.
- CUESTA DUTARI, N. (1985) *Historia de la invención del Análisis Infinitesimal y de su introducción en España*. Salamanca, Universidad de Salamanca.
- EXIMENO, A. (1764) *Oracion qve en la abertvra de la Real Academia de Caballeros Cadetes del Real Cuerpo de Artillería [...] dixo El Padre Antonio Eximeno*. Madrid, Sánchez.
- FERNÁNDEZ DE NAVARRETE, M. (1851) *Biblioteca Marítima Española, obra póstuma*. Madrid. Viuda de Calero, 2 vols.
- FRAGA, X.A. (2008) «Vimercati, un matemático no Ferrol da ilustración». *Ferrol Análisis*, 23, 20-23.
- GARCÍA HOURCADE, J.L. (2008) «Las academias de ingenieros y artilleros en el siglo XVIII. Fuentes para la historia de la ciencia y la técnica en el IHCM». En: E. Martínez Ruiz y M. de Pazzis, *Ilustración, ciencia y técnica en el siglo XVIII*. Valencia, Universitat de Valencia, 259-278.
- GIANNINI, P. (1773) *Opuscula Mathematica dedicata regiae celsitudine Petri Leopoldi Archiducis Austriae, Principis Realis Hungriae ac Bohemiae Magnis Ducis Heturiae*. Parma, Typographia Regia.
- GIANNINI, P. (1795) *Curso Matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería. Por Don Pedro Giannini, Comisario de Guerra de los Reales Ejércitos, Profesor Primero de dicho Colegio, Socio de la Academia del Instituto de Bolonia, de la Real Academia de Ciencias de Lisboa & c Tomo III*. Segovia, Antonio de Espinosa.
- HEINE BARNETT, J. (2009) «Mathematics goes ballistic: Benjamin Robins, Leonhard Euler, and the mathematical education of military engineers». *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics*, 24(2), 92-104.
- HERRERO, M.D. (1990) *La enseñanza militar ilustrada El Real Colegio de Artillería de Segovia*. Segovia, Academia de Artillería.
- HERRERO, M.D. (1992) *Ciencia y milicia en el siglo XVIII. Tomás Morla artillero ilustrado*. Segovia, Patronato Alcázar de Segovia.
- HIDALGO, E. (1990) «La etapa fundacional de la Academia de Artillería de Segovia: 1764-1779». En: J. Fernández Pérez & I. González Tascón (eds.) *Ciencia, técnica y estado en la España ilustrada*. Zaragoza, MEC / SEHCYT, 13-29.
- HIDALGO, E. (1995) «Esplendor geométrico y sentido común en la artillería del siglo XVIII». En: E. Balaguer y E. Jiménez (eds.) *Ejército, ciencia y sociedad en la España del antiguo régimen*. Alicante, Juan Gil-Albert, 533-542.

- HORMIGÓN, M. (1994) *Las Matemáticas en el siglo XVIII*. Madrid, Akal.
- LANUZA, F. DE (1966) «Para la historia del Colegio de Artillería de Segovia». *Estudios Segovianos*, XVIII(52), 61-76.
- MASSA-ESTEVE, M.R. y MORA, M.S. DE (2008) «On Pedro de Lucuce's Mathematical Course: Sources and Influences». En: H. Hunger, F. Seebacher, G. Holzer (eds.) *Styles of Thinking in Science and Technology. Proceedings of the 3rd International Conference of the ESHS*. Vienna, OAW / ESHS, 835-844 [E-book].
- MORLA, T. (1786-1792) *Tratado de Artillería para el uso de la Academia de caballeros cadetes: dividido en quatro tomos: que tratan de las principales funciones de los oficiales de este cuerpo en paz, y en guerra*. Segovia, Antonio Espinosa, 3 vols. [Posteriormente se publicó un cuarto tomo con las láminas].
- NAVARRO LOIDI, J. (2008) «The Lección de Artillería of Tomás Cerdá and the renovation of the Spanish artillery». En: H. Hunger, F. Seebacher, G. Holzer (eds.) *Styles of Thinking in Science and Technology. Proceedings of the 3rd International Conference of the ESHS*. Viena, OAW / ESHS, 879-890 [E-book].
- NAVARRO LOIDI, J. (2012) «La enseñanza del álgebra en el Real Colegio de Caballeros Cadetes de Artillería de Segovia en la etapa de Cipriano Vimercati (1772-1777)». En: J.M. Urkia (ed.) *XI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. 8-10 septiembre 2011. II Encuentro Internacional Europeo-Americano*. Donostia, RS-BAP, 397-410
- NEWTON, I. (1987) *Principios matemáticos de la Filosofía natural (Estudio preliminar, traducción y notas de Antonio Escobotado)*. Madrid, Tecnos [1ª ed. en latín 1687].
- OTANO, N. (1943) *El P. Antonio Eximeno. Estudio de su personalidad a la luz de nuevos documentos*. Madrid, Talleres Farga.
- PARDO, E. (1987) *El padre Eximeno Profesor Primario del Real Colegio de Artillería de Segovia*. Segovia, Patronato Alcázar de Segovia.
- PÉREZ VILLANUEVA, J. (1987) *El Conde Félix Gazzola, primer director del Real Colegio de Artillería: un italiano en la Ilustración española*. Segovia, Patronato Alcázar de Segovia.
- ROBINS, B. (1742) *New Principles in Gunnery*. Londres, J. Nourse.
- SALAS, R. (1831) *Memorial histórico de la Artillería española*. Madrid, Imprenta que fue de García.
- STEELE, B.D. (1994) «Muskets and Pendulums: Benjamin Robins, Leonhard Euler, and the Ballistics Revolution». *Technology and Culture*, 35(2), 348-382.
- UDÍAS, A. (2005) «Los libros y manuscritos de los profesores de matemáticas del Colegio Imperial». *Archivum Historicum Societatis Iesu*, 74, 369-448.