UNE APPROCHE CHRONOLOGIQUE DES INDIVISIBLES DE BONAVENTURA CAVALIERI

A chronological approach to the Bonaventura Cavalieri's indivisibles

Héctor Manuel Delgado Fernández
Lycée Français du Koweït
ORCID: 0000-0002-1548-1818

Résumé

L'article a pour but de mener une enquête destinée à déterminer la date de l'apparition du terme indivisible dans l'œuvre de Cavalieri. Quand le terme "indivisible" et l'expression "voie des indivisibles" ont-ils été employés pour la première fois par Cavalieri ? Dans quelle situation et avec quels objectifs ? Nous avons choisi pour répondre à ces questions d'analyser la correspondance de Cavalieri de manière systématique car elle nous donne un accès privilégié à l'apparition et à l'usage du mot "indivisible" dans une échelle diachronique. L'examen des écrits conservés de Cavalieri – notamment de sa correspondance – nous révèle en fait que l'expression "voie des indivisibles", qui donne un rôle central aux indivisibles dans la configuration de sa nouvelle méthode, n'y apparaît pas avant 1632. Quant au terme "indivisible", il n'est pas utilisé avant la mise en circulation des deux manuscrits exposant sa nouvelle démarche mathématique, le manuscrit de la *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libros distributa* et celui du *Planorum et solidorum libri sex*, achevés tous deux en 1627.

Abstract

The aim of this paper is to conduct an investigation to determine the date of the appearance of the term indivisible in Cavalieri's work. When were the term «indivisible» and the expression «way of the indivisibles» first used by Cavalieri? In what situation and with what purpose? To answer these questions, we have chosen to analyse Cavalieri's correspondence systematically because it gives us privileged access to the appearance and use of the word «indivisible.» A chronological examination of Cavalieri's surviving writings – notably his correspondence – reveals that the expression «way of the indivisibles», which gives a central role to the indivisibles in the achievement of his new method, does not appear before 1632. As for the term "indivisible," it was not used until the publication of the two manuscripts setting out his new mathematical approach, the manuscript of the *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libros distributa* and that of the *Planorum et solidorum libri sex*, both completed in 1627.

Recibido: 27/08/2025 – Aceptado: 11/10/2025
https://doi.org/10.47101/llull.2025.48.97.delgado

Mots-clés: Cavalieri, indivisibles, correspondance, méthode, Galilée

Keywords: Cavalieri, indivisibles, correspondence, method, Galileo

1. Introduction

Cet article a pour objectif de fixer une chronologie plus précise de l'évolution des conceptions de Bonaventura Cavalieri[1] sur les indivisibles jusqu'à la parution de la *Geometria indivisibilibus continuorum* de 1635 et de montrer comment l'interaction avec Galilée a été importante pour cette évolution conduisant notamment à l'invention de la méthode des indivisibles. Nous nous intéresserons à la manière dont Cavalieri présente son projet mathématique dans les préfaces de ses différents ouvrages: la *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libros distributa* (1627), le *Specchio Ustorio* (1632) et enfin la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (1635). Mais il convient pour notre projet de ne pas nous limiter aux publications : c'est en effet grâce à la correspondance de Cavalieri que nous allons montrer comment se modifie progressivement le rôle des indivisibles dans sa pensée mathématique. C'est en examinant la correspondance qu'on voit apparaître chez Cavalieri les ébauches d'une nouvelle procédure géométrique avec laquelle il se propose de calculer les aires et les volumes de figures géométriques, d'une manière différente de celle d'Archimède. Cette procédure, on le verra à travers la correspondance, ne semble pas constituer a priori une méthode des indivisibles. C'est seulement au début des années 1627-1632 que Cavalieri commence à employer le mot "indivisible" dans sa correspondance, avant de faire enfin connaître sa méthode publiquement dans le *Specchio Ustorio*, où il utilise sa nouvelle procédure afin de calculer la loi de la chute des corps. Nous n'analyserons pas ici les démonstrations mathématiques que propose Cavalieri.[2] Notre but est seulement de comprendre la manière dont il s'est représenté sa méthode et pour cela l'analyse de ses échanges avec Galilée est particulièrement éclairante.

2. A la recherche des indivisibles : la correspondance entre Galilée et Cavalieri (1621-1626)

La lettre du 15 décembre 1621 est la première dont nous disposons où Cavalieri présente sa nouvelle procédure pour calculer des aires et des volumes. Ayant réussi à démontrer certaines propositions autrement que ne le faisait Archimède "*vado dimostrando alcune*

1. Bonaventura Cavalieri né, au moins selon son disciple et premier biographe Urbano d'Aviso, à Milan en 1598, y entra dans l'ordre des jésuates en 1615, avant d'être transféré l'année suivante à San Girolamo à Pise. C'est là qu'il étudia les mathématiques, avec Benedetto Castelli et fut mis en contact avec Galileo Galilei. Après différentes positions à San Girolamo, Milan, Lodi et Parme, il obtint en 1629 la chaire de mathématiques de l'université de Bologne, avec l'appui de Galilée, tout en étant prieur du couvent jésuate de la ville. Il conserva ces postes jusqu'à sa mort en 1647. Voir http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830900824.html.
2. Pour une présentation d'ensemble de la méthode des indivisibles, voir Giusti [1980], Andersen [1985], Massa-Esteve [1994] et Andersen *et al.* [2015]. Pour la notion d'indivisible, voir Cellini [1966], Terregino [1980] et de Gandt [1991]. Pour l'étude des techniques sur les aires, voir Agostini [1940].

propositioni d'Archimede diversamente da lui" [OG, XIII, p. 81],[3] Cavalieri discute néanmoins de doutes possibles concernant la légitimité qu'il y a à établir un rapport entre deux grandeurs infinies. Cavalieri évoque en effet les concepts de «toutes les lignes» et «tous les plans» d'une figure, comme s'ils relevaient de la définition euclidienne des grandeurs.[4] Mais comme «toutes les lignes» et «tous les plans» sont formés par un nombre infini d'éléments "*pare che tutte le linee d'una data figura sieno infinite*" [OG, XIII, p. 81], il ne va pas de soi de leur appliquer la définition euclidienne des grandeurs proportionnelles "*e però fuor della deffinitione delle grandezze che hano proportione*" [OG, XIII, p. 81]. Faire un rapport entre deux grandeurs infinies semble en effet impossible dans le cadre de la théorie euclidienne des proportions, exposée au livre V des *Éléments*, comme on le comprend à lire la définition 4 du livre V d'Euclide : "Deux grandeurs sont dites avoir un rapport l'une relativement à l'autre quand elles sont capables, étant multipliées, de se dépasser l'une l'autre"[5] [EUCLIDE, 1994, vol. II, p. 38. Traduction B. Vitrac]. Cavalieri suggère cependant dans cette lettre qu'il ne doit pas être impossible d'établir un rapport de proportionnalité entre «toutes les lignes» et «tous les plans» "*pare che non sieno fuori di quella deffinitione*" [OG, XIII, p. 82] en agrandissant les figures, on constate que les lignes augmentent dans le même rapport que celui des figures "*ma perchè poi, se si aggrandise la figura, anco le linee si fanno maggiori, essendovi quella della prima et anco quelle di più che sono nell'eccesso della figura fatta maggiore sopra la data*" [OG, XIII p. 83]. C'est pourquoi on peut imaginer qu'il existe un nombre *n* qui, appliqué à la quantité la plus petite, permette de dépasser la plus grande. Autrement dit, selon Cavalieri, dans le domaine de l'infini se vérifieraient les mêmes genres de rapports que dans celui du fini[6].

Malgré cette première approche du problème, la lettre suivante, expédiée à Galilée le 19 février 1622, manifeste encore les doutes de Cavalieri: "Peut-être jugerez-vous cette pensée de moi bien vaine, car elle est éloignée de tout ce que qu'on peut trouver dans les écrits des autres [mathématiciens]. Elle peut sembler une chose extravagante à ceux qui ne la considèrent pas attentivement" [OG, XIII, p. 84]. Les adjectifs utilisés – éloigné (*lontano)* et

3. L'abréviation OG correspond à GALILEO [1890-1909].
4. "Se in una figura piana s'intenderà tirata una linea retta come si voglia, et in quella poi tirateli parallele tutte le linee possibili a tirarsi, chiamo queste linee così tirate tutte le linee di quella figura; e se in una figura solida s'intenderano tirati tutt'i piani possibili a tirarsi paralleli ad un certo piano, questi piani gli chiamo tutt'i piani di quel solido" [OG, XIII, p. 81].
5. Il y a deux théories des proportions dans les Éléments, l'une au livre V pour les grandeurs géométriques continues et l'autre au livre VII pour les nombres entiers. Pour une analyse de cette distinction entre les livres V et VII, voir les commentaires de B. Vitrac, dans le deuxième volume des Éléments, p. 507. Une autre question est de savoir quelle édition des Éléments a utilisée Cavalieri, la théorie des proportions étant redevable au xviie siècle des modifications introduites par Clavius (1re édition en 1574 et 2e édition en 1589). A ce sujet voir ROMMEVAUX [2005, pp. 9, 51 et 58] Un bref panorama de cette problématique se trouve également dans Vendrix [2011].
6. Dans l'introduction à l'édition italienne de la *Geometria indivisibilibus*, Lombardo-Radice estime qu'il s'agit fondamentalement d'une notion philosophiquement naïve de l'infini: "Bonaventura Cavalieri fu portato, di necessità, ad approfondire l'aspetto filosofico del suo metodo dopo averne già costruito la sostanza geometrica, forse in uno stato di relativa ingenuità filosófica" [CAVALIERI, 1966, note 8, pp. 205-206].

extravagant (*stravagante*) – nous donnent une idée des difficultés que Cavalieri dit ici rencontrer. Il est possible qu'il ait pris conscience entre la première et la deuxième lettre de ces difficultés. Il se pourrait aussi que, dans la lettre du 19 février 1622, Cavalieri ait fait preuve de modestie: il solliciterait l'avis de Galilée, en attendant que ce dernier lui dise que sa méthode n'est pas du tout extravagante. En tout cas, dans la lettre suivante à Galilée, datée du 22 mars 1622, Cavalieri n'hésite pas à affirmer que le fondement de sa procédure, à savoir la possibilité d'établir un rapport entre «toutes les lignes» ou «tous les plans» d'une figure et «toutes les lignes» ou «tous les plans» d'une autre, lui semble facile à démontrer "*il che parmi facile da dimostrare"* [OG, XIII, p. 86]). En un mot, il est légitime, selon Cavalieri, de transférer les propriétés des grandeurs euclidiennes aux propriétés de ces nouvelles grandeurs :

> Car, en multipliant l'une des figures, on multiplie également toutes les lignes de la figure plane et tous les plans du solide ; ainsi, ayant été augmentées, toutes les lignes d'un plan ou tous les plans d'un solide peuvent dépasser toutes les lignes ou tous les plans de l'autre, et elles font donc partie des grandeurs qui ont un rapport de proportionnalité [OG, XIII, p. 86].

Ainsi, le transfert des critères propres à la théorie euclidienne des proportions, basée sur les rapports entre deux grandeurs finies, à des grandeurs en apparence infinies, semble ne pas poser de problème insurmontable à Cavalieri. Il est manifeste en tout cas que, dans un premier temps, il cherche à inscrire son procédé dans le cadre conceptuel de la géométrie euclidienne [Andersen, 1985, p. 304].[7]

Quelques mois plus tard, le 17 août 1622, Cavalieri s'inquiète du silence de Galilée touchant un petit traité qu'il lui a envoyé il y a un certain temps.[8] Il craint que le traité ne soit pas du goût de Galilée, car il a eu la hardiesse de procéder autrement que les mathématiciens grecs en s'écartant du chemin ordinaire de la géométrie "*per uscir de la via ordinaria"* [OG, XIII, p. 96]. Cavalieri fait également allusion à une autre raison possible qui expliquerait le silence de Galilée. Il s'agit du désordre dans lequel il lui a envoyé le manuscrit "*forse per non esser con acuratezza e diligenza da me fatto e ordinato"* [OG, XIII, p. 96]. Quelque soit la raison du silence de Galilée, la suite de la lettre laisse entrevoir qu'en attendant sa réponse, Cavalieri éprouve quelques doutes par rapport à sa façon de procéder, au point d'interpréter le silence de Galilée comme une réponse tacite "*m'hano ben fatto spesso venir in sospetto che'l suo non rispondermi fosse une riposta tacita*" [OG, XIII, p. 97]. Les lettres suivantes confirment que Galilée avait trouvé des difficultés dans la façon de procéder de Cavalieri. Le 9 avril 1623, Cavalieri lui annonce l'envoi d'un nouveau traité, face auquel il pourrait éprouver ces mêmes difficultés d'autant que Cavalieri se sert toujours des mêmes notions "*il quale suppone la cognitione in parte dell'altro sudetto, massime supponendo io in*

7. Andersen [1985] note ainsi que Cavalieri avait les grandeurs grecques à l'esprit lorsqu'il envisagea et développa sa théorie. Voir Giusti [1980].
8. Il semble qu'il s'agisse du traité sur les spirales que Cavalieri avait déjà mentionné dans la lettre du 16 février 1622: "per la presente occasione m'è bisognato farne un compendio presto presto, non havendoli potuto aggiugere alcune cose delle spirali le quali con commodità manderò anco a V.S, quando sappi come li rieschi qusesto poco" [OG, XIII, p. 84].

questo di servirmi dell'istessi nomi deffiniti in quello" [OG, XIII, p. 114]. Le 16 août 1623, Cavalieri affirme avoir répondu à ses objections touchant le fondement de son traité.[9] Malheureusement, ces lettres à sens unique ne nous éclairent pas sur le genre de difficultés qu'a pu éprouver Galilée: on peut toutefois supposer compte tenu des réponses de Cavalieri que Galilée attire son attention sur le fait que l'introduction de nouvelles grandeurs géométriques ne s'opère pas à la légère, et en tout cas, qu'une simple transposition de leur fonctionnement à partir de celui des grandeurs habituelles ne va pas de soi. Mais ce qui nous importe le plus, ici, est que dans ces échanges, et ces premières explications sur la manière nouvelle de calculer des aires ou des volumes, nous n'avons repéré aucune allusion explicite à des indivisibles: Cavalieri se borne à parler de sa nouvelle approche comme d'une procédure pour comparer des rapports.

3. L'EXPOSÉ DE LA "NOUVELLE MÉTHODE" DANS LA *NOVA PLANORUM AC SOLIDORUM SPECULATIO* (1627-1632)[10]

Dans la correspondance dont nous disposons, le terme « indivisible » apparaît pour la première fois le 29 février 1626, mais ce n'est pas à propos d'une méthode de Cavalieri. Cavalieri se réfère tout simplement à une future publication de Galilée concernant les indivisibles "*si ricordi dell'opera sua degli indivisibili che già determinò di comporre*" [OG, XIII, p. 309].[11] Cavalieri, nous le savons [GIUSTI, 1990, p. 49], a fait un séjour à Florence au début de février 1626: il semble que les deux savants se soient entretenus lors de ce séjour, entre autres choses, de la question du continu et que Galilée ait promis à Cavalieri de composer un traité sur les indivisibles. Cavalieri lui écrit en effet: "En ce qui touche l'ouvrage sur les indivisibles, je serais très honoré si vous pouviez vous y appliquer le plus tôt possible, pour que je puisse à mon tour exécuter le mien" [OG, XIII, p. 312].[12] Cavalieri affirme profiter de ce délai pour améliorer son propre ouvrage, afin de lui donner l'exactitude qu'il

---

9. "Scrissi già un pezzo fa a V.S in risposta di quello chi ai fondamenti di quel mio trattato opponea" [OG, XIII, p. 121].
10. Il s'agit de deux exemplaires manuscrits dont l'un fut envoyé à M. Ciampoli, l'autre à B. Castelli. Le *Nova planorum ac solidurom speculatio in sex libros distributa* se trouve à la Bibliothèque Nationale de Florence et appartient au Fondo Conveneti Soppressi, C. 3. 308, tandis que le *Planorum et solidorum libri sex* se trouve à la bibliothèque communale de Cortona. Même si les exemplaires portent un titre différent, il n'y a pas de divergence quant à leur contenu, voir sur ce point le mémoire de master de SESTINI [1996]. Sur l'exemplaire de la bibliothèque de Cortona, voir ARRIGHI [1973].
11. Comme en témoigne la lettre envoyée le 7 mai 1610 à Belisario Vinta, secrétaire du Grand-Duc de Toscane, Galilée s'intéressait aux problèmes du continu depuis longtemps et il avait le projet d'écrire un traité sur le continu *De compositione continui* [OG, X, p. 352].
12. Il est vraisemblable qu'ils ont aussi discuté du problème du mouvement car, dans la suite de la lettre, Cavalieri écrit qu'il a commencé à réfléchir sur le mouvement (ho comminciato a pensare il moto). Une autre référence au problème du mouvement se trouve dans la lettre du 21 mars 1626 où Cavalieri dit avoir écrit quelque chose sur le mouvement (sono intrato ha comporre qualche cosetta sopra il moto) mais être incapable de démontrer la proposition selon laquelle le mobile qui passe du repos au mouvement doit forcément passer par tous les degrés de vitesse intermédiaires [OG, XIII, p. 309].

mérite "*quale fra tanto anderò limando, acciò sia di quella essattezza che conviene che sia*" [OG, XIII, p. 312]. Le traité que Cavalieri a en vue est un ouvrage sur les solides "*attendo di mettere in registro il moi trattato de' solidi*" [OG, XIII, p. 318] et, à la lumière d'une lettre datée le 9 mai 1626, il devient évident que le traité auquel il s'applique n'est autre que le *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libris distribuit* (1627), qui préfigure les six premiers livres de la future *Geometria indivisibilibus continuorum*. Cavalieri écrit qu'il continue à mettre en ordre son traité dont il dit qu'il parle de la parabole, des cylindres, du cercle; ceci coïncide avec les sujets traités dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio*. Cependant, il n'y a pas encore de références à une méthode des indivisibles ou au rapport entre les indivisibles et l'approche de Cavalieri.

La situation reste la même dans une lettre à Galilée du 30 avril 1627, où Cavalieri détaille la liste des six livres qui feront partie de sa *Nova planorum ac solidorum speculatio*:

> J'ai déjà fini un livre sur le cercle et l'ellipse ; un autre sur la parabole et un autre sur l'hyperbole ; et j'ai presque fini un autre sur les hyperboles et les solides que l'on en tire. Il me reste encore à rédiger les livres avec les lemmes qui sont en désordre, pour ensuite finir l'ouvrage [OG, XIII, p. 352].

La *Nova planorum ac solidorum speculatio* sera définitivement achevée en novembre 1627. Dans une lettre à Galilée du 17 décembre 1627, Cavalieri ajoute n'avoir pas modifié son fondement («toutes les lignes» et «tous les plans») qu'il estime "très bien établi par des raisons évidentes et solides" [OG, XIII, p. 381]. Dans une lettre envoyée à la même date à son protecteur le cardinal archevêque de Milan, Federico Borromeo, Cavalieri écrit qu'il a amélioré un ouvrage de géométrie de la manière suivante: "La chose est nouvelle [la matière de l'ouvrage], non seulement en ce qui concerne les choses qu'on y trouve, mais encore en ce qui concerne la méthode employée pour les trouver que nul, que je sache, n'a employée auparavant" [OG, XIII, p. 352]. Deux ans plus tard, dans une lettre du 12 janvier 1629, Cavalieri, afin de présenter sa candidature au poste de lecteur public en mathématiques à Bologne, transmet à Cesare Marsili l'inventaire des sujets qu'il a déjà abordés dans le *Nova planorum ac solidorum speculatio* et il déclare encore une fois proposer une nouvelle voie dans le domaine de la géométrie "*strada nuova in geometría*" [OG, XIII, pp. 52-54] sans pourtant faire allusion aux indivisibles.

D'après la correspondance de la période 1621-1629, c'est donc seulement en 1626, après avoir discuté avec Galilée à Florence, que Cavalieri évoque un livre de ce dernier sur les indivisibles en lien avec sa propre *Nova planorum ac solidorum speculatio*[13]. Nous allons maintenant nous tourner vers cet ouvrage, plus précisément sur sa préface. Comme souligné plus haut, il préfigure plus ou moins les six premiers livres de la *Geometria Indivisibilibus*. Les préfaces des deux ouvrages s'ouvrent d'ailleurs de la même façon, par un aveu de Cavalieri: le point de départ de sa réflexion sur la nouvelle procédure vient de son étonnement devant un phénomène géométrique digne d'admiration "*cuisdam in Geometria rei admiranda*

13. Dans la lettre du 21 mars 1626 adressée à Galilée, Cavalieri écrit: "Quanto all'opera delli indivisibili, havrei molto grato che si applicasse V.S quanto prima, acciò potessi dare ispedittione alla mia, quale fra tanto anderò limando, acciò che sia di quella essatezza che conviene che sia". [OG, XIII, p. 312].

casu in me orta speculationis occasione" [CAVALIERI, 1635, p. IX].[14] Ce fait admirable (*rei admiranda)* tient à la comparaison des rapports entre deux figures planes et les solides correspondants engendrés par la révolution de ces mêmes figures autour d'un axe. Comme Cavalieri lui-même nous le dit, quand on prend deux figures planes dans un rapport déterminé, et qu'on les fait tourner autour d'un axe perpendiculaire à la base, en utilisant des plans sécants pour déterminer leurs rapports, on constate que les rapports entre les solides engendrés par la révolution ne sont pas ceux qu'avaient les figures planes correspondantes.[15] Ainsi, alors que le rapport du parallélogramme au triangle ayant en commun la même base est deux, celui du cylindre généré par la rotation du parallélogramme au cône généré par la rotation du triangle est trois.[16] En outre on constate la même chose lorsqu'on s'intéresse à leurs centres de gravité: "Lorsqu'après avoir fait ces observations, j'ai pris en considération les centres de gravité des figures planes et solides, je suis tombé sur une pareille diversité et ma stupéfaction s'est encore accrue" [CAVALIERI, 1635, p. X].

En dépit de ces différences, Cavalieri se demande s'il n'est pas possible de calculer les rapports des solides à partir de ceux de figures planes en découpant les solides en leurs éléments premiers, c'est-à-dire en l'occurrence les figures planes à partir desquelles ils sont engendrés. Ainsi, le cylindre est, dit-il, constitué par un nombre indéfini de parallélogrammes (*ex indefinitis numero parallelogrammis*) et le cône est constitué par un nombre indéfini de triangles (*ex indefinitis numero triangulis*). Comme le cylindre et le cône inscrits ont la même base commune et se trouvent sur le même axe, Cavalieri, prenant des plans sécants à l'axe, se demande si, une fois calculé le rapport entre figures planes, on n'obtient pas le rapport entre solides:

> Ayant donc porté mon attention plusieurs fois sur une pareille diversité, également présente dans d'autres figures, je m'imaginais que le cylindre, par exemple, était constitué par l'union d'un nombre indéfini des parallélogrammes et que le cône ayant la même base [était constitué] par un nombre indéfini de triangles passant par le même axe ; alors je pensais qu'une fois obtenu le rapport mutuel de ces figures planes, devrait ressortir tout de suite le rapport des solides engendrés à partir de figures planes. Pourtant, étant donné que le rapport des figures planes ne coïncidait pas avec celui des solides engendrés, il me semblait qu'entreprendre de trouver la mesure des figures selon ce rapport, c'était perdre son temps et sa peine et battre le blé quand il ne reste que de la paille [CAVALIERI, 1635, p. X].

14. Nous citerons la *Nova planorum ac solidorum speculatio* à partir de la *Geometria indivisibilibus continuorum* car c'est plus commode pour nous. Pour l'équivalence de deux textes nous renvoyons le lecteur à la note 4 de l'Introduction. La seule différence parmi les deux textes se trouve dans la Préface générale à la *Geometria indivisibilibus*, différence sur laquelle nous reviendrons à la fin de ce chapitre.
15. "Cum ergo solidorum, qua ex revolutione circa axim oriuntur, genesim aliquando meditater, rationem; gignetium planarum figurarum cum geniti solidis compararem, maximè sanè admirabar quod à propriorum paretum conditione adeò nota figure degenerarent, ut alia ominò ab eisdem rationem sequi viderentur" [CAVALIERI, 1635, p. IX].
16. "Cylindrus enim exempli gratia, in eadem basi, circa eundem axim, cum cono constitutus, est eiusdem triplus, cum tamen ex parallelogrammo trianguli dictum conum generantis duplo per revolutionem oriatur" [CAVALIERI, 1635, p. IX]. D'une manière générale, on peut trouver le phénomène auquel se réfère Cavalieri dans les figures planes engendrées par la rotation de segments rectilignes autour d'un point, comme c'est le cas des cercles.

L'échec de cette première approche constaté, Cavalieri ajoute aussitôt: "Après avoir considéré l'affaire (*rem*) un peu plus en profondeur, je suis finalement arrivé à cette opinion: pour cette chose, il ne fallait pas prendre des plans sécants entre eux, mais des plans parallèles" [Cavalieri, 1635, p. X]. Le passage des plans sécants aux plans parallèles permet à Cavalieri de calculer les rapports des solides à partir du rapport des figures. Ayant pris un plan parallèle à la base, il découvre que le cylindre et le cône ont un rapport qui peut s'obtenir en employant ses nouvelles grandeurs – «toutes les lignes» et «tous les plans» – définies au livre II (définitions I et II):

> Ayant donc considéré le cylindre et le cône, dont on a déjà parlé, envisagés non plus par l'axe, mais parallèlement à la base, j'ai trouvé que les grandeurs que j'appelle au livre II «tous les plans» du cylindre et «toutes les plans» du cône, ont le même rapport que celui du cylindre au cône [Cavalieri, 1635, p. X].

C'est ainsi que, pour calculer les rapports de la figure elle-même, Cavalieri procède progressivement :

> Une méthode excellente pour rechercher la mesure des figures était de commencer par établir les rapports des lignes à la place de ceux des plans ; et les rapports des plans à la place de ceux de solides, pour enfin me procurer tout de suite le rapport de la figure elle-même [Cavalieri, 1635, pp. X-XI].

Une fois sa méthode brossée ainsi à grands traits, Cavalieri se consacre à sa justification. Il propose pour cela un parallèle entre l'algèbre, qui recourt à des artifices mathématiques pour résoudre les questions proposées, et sa nouvelle méthode.[17] De même que les algébristes utilisent des racines de nombres imaginaires pour faire leurs calculs, de même il se servirait d'«agrégats des indivisibles» (*indivisibilium congerie*). Bien que Cavalieri ne définisse pas ses «agrégats» à partir du nombre de leurs éléments, il lui suffit de constater visuellement qu'ils ont des limites bien définies, en tant qu'il s'agit d'objets géométriques :

> Ainsi donc, je me suis également servi des agrégats des indivisibles – soit les lignes, soit les plans, pris comme il est expliqué au livre II – pour rechercher la mesure des continus ; bien qu'il ne soit pas possible de prendre [ces agrégats] à partir de leur nombre, lequel est innombrable, absurde et inconnu, il est possible de constater qu'en ce qui concerne leur grandeur, ils sont toutefois renfermés dans des limites bien visibles [Cavalieri, 1635, p. XI].

Cette première référence aux indivisibles en fait donc des artifices purement opératoires. On le voit également au niveau du lexique employé : sans faire allusion au problème touchant la composition du continu, Cavalieri désigne simplement la relation de l'ensemble des indivisibles à la figure par le terme latin *effigiens* que l'on peut rendre en français par représenter ou préfigurer: les indivisibles ne permettent pas de calculer les rapports des figures, ils se bornent à les préfigurer ou les représenter.

Cavalieri ne se contente pas d'établir un parallèle entre les indivisibles et la démarche des algébristes pour justifier sa méthode. Il fait aussi appel à la généralité de ses résultats, car,

---

17. "Artificio autem tali usus sum, quale ad propositas questiones absoluendas Algebratici adhibere solent" [Cavalieri, 1635, p. XI].

nous dit-il, ce que d'autres méthodes ne sont capables d'accomplir que pour un nombre réduit de figures géométriques, sa méthode le fait pour un nombre infini:

> Je ne veux pas passer en revue ici les choses qui sont nouvelles et que personne n'a entrepris jusqu'à présent, puisqu'elles seront facilement repérables au cours de l'ouvrage ; pourtant, entre autres choses, je ne peux pas passer sous silence l'admirable généralité de cette procédure de démonstration, car ce que les autres démontrent pour quelques solides, nous, pourvus de cette procédure, nous le faisons pour un nombre infini [de solides] [ARRIGHI, 1973, p. 145].

La réception de la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* ne fut peut-être pas à la hauteur des espérances de Cavalieri et la deuxième portion de la correspondance nous permet de suivre la progression de son travail. Comme l'indique en effet sa lettre à Galilée du 27 mars 1629, Cesare Marsili (1592-1633) trouva la *Nova speculatio* très difficile à suivre: "L'autre jour, j'ai envoyé à Monsieur Cesare [Marsili] mon ouvrage de géométrie divisé en 6 livres. Mais il m'a répondu qu'il s'agissait d'un ouvrage trop difficile et qu'il préfèrerait pour ces principes un ouvrage clair" [OG, XIV, p. 28]. Il faut dire, que, dans la préface de la *Nova planorum ac solidorum speculatio*, Cavalieri déclarait attendre de son lecteur de grandes compétences mathématiques:[18]

> Que personne n'aborde les choses [exposées dans cet ouvrage] sans avoir vu au moins les six [premiers] livres des *Éléments* d'Euclide ainsi que le onzième. [Il faut] également au moins connaître les définitions d'Apollonius sur les coniques et d'Archimède sur les spirales [ARRIGHI, 1973 p. 146].

Il est possible également que la démarche cavalierienne ait posé des problèmes particuliers à Cesare Marsili. En tout cas, Cavalieri indique à Galilée dans la même lettre du 27 mars 1629 qu'il vient justement de finir un discours sur les sections coniques qu'il pense envoyer à Cesare Marsili: "Cette semaine j'ai composé un bref discours sur les sections coniques et leur utilité particulière dans le cas des miroirs" [OG, XIV, p. 27].[19]

L'ouvrage en question n'est autre que *Lo Specchio Ustorio* (publié finalement en 1632) où Cavalieri se sert de la procédure géométrique qu'il a établie dans sa *Nova planorum ac solidorum speculatio* pour établir la loi de la chute des corps. Marsili était un personnage important de la vie scientifique et culturelle de Bologne et le besoin de lui présenter un ouvrage plus accessible peut être mis en relation avec le désir de Cavalieri de postuler au poste de lecteur public en mathématiques à Bologne. Non seulement Cavalieri rédige alors le *Specchio Ustorio*, qu'il disait avoir déjà fini vers la fin de 1629, mais il met aussi en chantier ce qui constituera le livre VII de la *Geometria indivisibilibus*. Il écrit en effet:

> Finalement j'ai mon livre de Géométrie dont je crois, pour l'imprimer, qu'il me faudrait l'élargir dans le peu d'espace que j'aurai. Et je crois qu'il me faudra faire comme dans ce pays où l'on marie la belle fille pour recevoir la dot, dont on se sert ensuite pour marier aussi les laides [OG, XIV, p. 59].

---

18. Cavalieri avait pensé à cette difficulté, voir la lettre du 20 février 1629 [OG, XIV, p. 20].
19. Une autre allusion à la composition du Specchio Ustorio dela lettre du 15 décembre 1629 adressée également à Galilée: "Tengo poi già fatta un'operetta sopra li specchi, ellittici, parabolici et iperbolici, e loro proprietà" [OG, XIV, p. 59].

La métaphore est claire: Cavalieri envisage d'élargir son ouvrage, c'est-à-dire d'ajouter un autre livre où il exposera une approche plus accessible, la deuxième méthode des indivisibles – la belle fille – afin d'obtenir ainsi le consensus des mathématiciens – recevoir la dot – dont il se servira pour montrer la légitimité de sa première méthode – la fille laide.[20] Cette comparaison révèle que Cavalieri est conscient de certains des problèmes de la démarche qu'il présente dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio*. Pour l'instant, nous allons nous tourner vers *Lo Specchio Ustorio.*

4. *Lo Specchio Ustorio* et la question du mouvement (1632-1635)

La correspondance postérieure à 1630 révèle que les activités liées au poste de Bologne ne laissaient à Cavalieri que peu de temps pour s'occuper de son ouvrage de géométrie.[21] Le 3 décembre 1630, Cavalieri écrit à Galilée que malheureusement son ouvrage de géométrie dort "*l'opera mia di geometria dorme*" [OG, XIV, p. 171]. Entre autres obligations, il devait publier un travail à caractère pratique. Ainsi, il entreprit la rédaction d'un ouvrage rassemblant une série des tables trigonométriques (*la stampa della mia Trigonometria* [OG, XIV, p. 171]). Pourtant, en dépit du temps qu'il devait réserver au calcul et à l'élaboration des tables trigonométriques, sa correspondance des années trente laisse également entrevoir un intérêt croissant pour les questions cosmologiques et pour les problèmes liés au mouvement.[22] Ainsi, dans cette même lettre du 3 décembre 1630, Cavalieri écrit:

> Je me réjouis énormément du fait que vous ayez repris les réflexions sur le mouvement. Une matière vraiment digne de vous et qui me semble extraordinaire, puisqu'on voit de quelle manière avec une pareille science, couplée aux mathématiques, on peut, en effet, s'adonner aux spéculations touchant les choses naturelles en étant très sûr d'atteindre la connaissance souhaitée [OG, XIV, p. 171].

Cet intérêt accru de Cavalieri pour la question du mouvement se confirme avec la publication de *Lo Specchio Ustorio* en 1632. Comme l'on a vu plus haut, sa correspondance permet de penser qu'il avait déjà entrepris la rédaction de *Lo Specchio Ustorio* pendant l'année 1629, mais il faut cependant attendre le 31 août 1632 pour qu'il annonce à Galilée l'envoi de son livre: "Je n'oublierai pas de vous faire parvenir l'un de mes livres déjà imprimés. Je l'ai intitulé *Specchio Ustorio* et vous y verrez ma pensée concernant le miroir d'Archimède" [OG, XIV, p. 378]. Cavalieri donne également à Galilée un aperçu détaillé des sujets traités dans son livre, lequel, écrit-il, est consacré au traitement universel des sections coniques et au

20. Que la méthode de Cavalieri soit double est bien connu, voir par exemple Andersen [1985].
21. Voir les lettres adressées à Galilée du 23 février 1630 [OG, XIV, pp. 82-83] et du 2 avril 1630 [OG, XIV, pp. 88-89]. Cavalieri était obligé de demander tous les deux ans le renouvellement de son poste et pour cela il devait présenter ses travaux au "Regimento" de Bologne sous la forme d'un ouvrage publié. La lettre du 28 octobre 1631 représente un bon exemple de cette procédure. Cavalieri écrit : "Quest'anno finisse la mia condotta, e bisognerà ch'io chieda la conferma, e la dimanderò prensentando i Logarithmi, quali dedico all'Illmo. Regimento" [OG, XIV, p. 304]. Il s'agit du *Directorium generale uranometricum* (1632).
22. Voir les lettres du 17 décembre 1630 [OG, XIV, pp. 192-193], du 16 février 1631 [OG, XIV, pp. 211-213] et du 18 mars 1631 [OG, XIV, pp. 226-232].

problème des projectiles.[23] Mais Cavalieri n'oublie pas de souligner que tout ce qu'il a appris sur le mouvement, il le doit à Galilée. Toutefois, il entend apporter une autre explication (*ragione)* pour démontrer le principe touchant la loi de la chute des corps: "Je reconnais avoir appris de vous en grande partie ce qui touche à cette matière, mais j'ajoute moi aussi une explication à ce principe" [OG, XIV, p. 378]. Cette autre explication se trouve dans le chapitre intitulé "Sur les mouvements des graves", dans lequel Cavalieri déduit la loi de la chute des graves autrement que Galilée ne le fait dans ses *Dialogues,* en appliquant l'approche qu'il avait développée dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio.*[24] Pourtant, même si *Lo Specchio Ustorio* comporte la première démonstration utilisant cette approche, Cavalieri ne parle toujours pas d'indivisible. Comme il le dira dans sa lettre à Galilée du 31 août 1632, il s'agit simplement d'arriver autrement à la loi de la chute des corps: "Après avoir entendu cette même conclusion de la bouche de Galilée, je me suis efforcé d'y arriver par une autre voie" [CAVALIERI, 1632, p. 158].

Cette voie dont parle Cavalieri consiste à faire correspondre des cercles aux diverses degrés de vitesse que le corps acquiert lors de son mouvement:

> Je considère dans un cercle les degrés de la vitesse qui augmentent progressivement à commencer du repos jusqu'au maximum de ce même cercle. Le centre représente le degré nul de vitesse, c'est-à-dire le repos, et les circonférences qu'il est possible de décrire autour de ce même centre les degrés des différentes vitesses [CAVALIERI, 1632, p. 159].

D'après Cavalieri, si l'on veut déterminer les degrés de vitesse, il suffit de prendre en considération «tous les cercles» décrits autour du centre [BLAY et FESTA, 1998] En ajoutant leurs circonférences respectives, on est en mesure de calculer tous les degrés de vitesse qui apparaissent progressivement entre le repos et la fin du mouvement. Du reste, il nous dit avoir déjà établi dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio* le théorème selon lequel «toutes les circonférences» ont le même rapport que celui que les cercles ont entre eux: "Ayant déjà démontré dans ma Géométrie que toutes les circonférences suivent le même rapport que celui des cercles entre eux" [CAVALIERI, 1632, p. 159]. Une fois de plus, et alors même qu'il avait déjà entrepris la rédaction du livre VII de la future *Geometria indivisibilibus,* Cavalieri se limite à rapporter une procédure géométrique sans corrélation explicite avec la problématique des indivisibles. De ce point de vue, il est plausible d'imaginer qu'il s'est produit quelque chose entre 1632 et 1635 qui ait décidé Cavalieri à ajouter le terme «indivisible» au titre de son ouvrage. Pour répondre à la question il nous faut nous référer à sa correspondance de cette période.

Lorsque l'on se penche sur sa correspondance à partir de l'année 1632, ce qui frappe au premier abord c'est le recours à l'expression «voie des indivisibles». Ainsi, dans la lettre du 22

23. "Tratto però universalmente delle settioni coniche, considerando alcuni effetti di natura, ne' quali hanno chef are. Ho toccato qualche cossetta del amoto de' proietti, mostrando che dovria essere per una parabola, escluso l'impedimento dell'ambiente, supposto il suo principio de' gravi" [OG, XIV, p. 374]. Pour une présentation générale de *Lo Specchio Ustorio,* voir BARONCELLI [1983].
24. Pour le traitement de la loi du mouvement dans le *Specchio Ustorio*, voir PALMERINO [2010] et BOULIER [2010].

juin 1632, adressée à Muzzio Odio, Cavalieri écrit: “Ce livre de Géométrie, où je procède selon la voie des indivisibles, est encore enseveli” [Baroncelli, 1987, p. 73]. C'est la première fois, à notre connaissance, que Cavalieri fait usage de cette expression dans sa correspondance. Cette première référence épistolaire est d'autant plus significative que Cavalieri multiplie les allusions à partir de cette date. Ainsi, à l'occasion de la future publication des *Discorsi et dimostrazione matematiche intorno a due nuove scienze*, Cavalieri profite de sa lettre à Galilée du 10 janvier 1634 pour faire la demande suivante: “Si cela vous convient, je vous prie d'ajouter aussi quelque chose de relatif à la doctrine des indivisibles en faveur de ma Géométrie, comme vous l'aviez déjà pensé il y a quelques années” [OG, XVI, p. 15]. Cette lettre confirme que Cavalieri et Galilée avaient déjà échangé sur les indivisibles, ou plus précisément du lien entre les indivisibles et les ouvrages en cours de Cavalieri: comme on l'a vu, ceci a vraisemblablement eu lieu lors du court séjour de Cavalieri à Florence en 1626. Ce que Cavalieri attend ici, c'est que Galilée donne une démonstration recourant à l'approche de Cavalieri, en tant qu'elle suit une «voie des indivisibles», ce qui reviendrait à promouvoir la géométrie de Cavalieri. Il est donc bien clair qu'à partir de ce moment, pour Galilée comme surtout pour Cavalieri, la méthode de ce dernier est une méthode qui est liée aux indivisibles. C'est ce que confirme une lettre de Cavalieri adressée à Galilée le 11 avril 1634: “J'aimerais que vous puissiez la voir [la Géométrie] avant la publication de votre doctrine du mouvement, afin que vous sachiez encore mieux ce qu'il serait convenable d'aborder à propos des indivisibles” [OG, XVI, p. 78]. On trouve la même remarque dans la lettre du 16 juin 1634 : “Mon désir serait que vous voyiez l'ouvrage avant la publication de votre doctrine du mouvement. Ainsi, si vous en avez l'occasion et que vous êtes d'accord, vous pourriez toucher quelque chose concernant les indivisibles” [OG, XVI, p. 104].

Ce qui intéresse Cavalieri est de faire parvenir son ouvrage géométrique à Galilée pour que ce dernier puisse le promouvoir en traitant des indivisibles. Pour bien saisir le changement qui se produit chez Cavalieri, rappelons-nous que, dans le *Specchio Ustorio*, Cavalieri a abordé le problème du mouvement sans faire appel à une méthode des indivisibles, du moins d'une manière explicite: il se limitait à y rapporter une procédure géométrique reposant sur les notions de «tous les cercles» et «toutes les circonférences». Par contre dans la correspondance postérieure à 1632, année de la publication de *Lo Specchio Ustorio*, le problème du mouvement est lié aux indivisibles. Qu'est-il survenu pour conduire à ce changement d'avis concernant les indivisibles? La correspondance laisse entendre que les indivisibles sont avant tout l'affaire de Galilée et que Cavalieri, en indiquant que son approche suit la voie des indivisibles, établit une jonction, un point de contact entre son propre travail et les recherches de Galilée.

Au niveau technique, c'est la procédure géométrique employée par Cavalieri dans *Lo Specchio Ustorio* pour la doctrine du mouvement qui établit ce point de contact. En effet, Galilée se sert d'une procédure similaire dans ses *Discorsi* où la partie consacrée aux lois du mouvement repose sur une certaine conception de la composition du continu au moyen des indivisibles. A notre avis, même si cela reste une hypothèse, Galilée a pu d'ailleurs évoquer, dans l'une de lettres perdues de la période 1632-1634, l'importance de ces procédures pour la description du mouvement. A la représentation opératoire de la démarche cavalierienne vient alors se juxtaposer une nouvelle représentation, issue de Galilée, pour qui la «voie des indivisibles» constitue un outil d'une grande utilité pour la déduction des lois de la chute des graves. A la différence de Cavalieri, Galilée pense que le mouvement doit être analysé comme un continu composé d'indivisibles [CLAVELIN, 1996, p. 317]. Ce qui prend corps chez Galilée, c'est le fait de pouvoir fonder physiquement au moyen des indivisibles la possibilité d'une expression géométrique du phénomène du mouvement. S'agit-il d'une pure coïncidence si Galilée, dans les *Discorsi*, rend hommage à *Lo Specchio Ustorio* et non pas à un ouvrage géométrique de Cavalieri? A notre avis, cela indique que Galilée a vu pour la première fois la potentialité de la procédure cavalierienne dans le *Specchio Ustorio*. Si l'analyse de la correspondance a suggéré des réticences initiales de Galilée à l'égard de la technique proposée par Cavalieri, la démonstration de la loi de la chute dans *Lo Specchio Ustorio* semble avoir fait basculer son opinion à cet égard et du même coup celle de Cavalieri lui-même à propos d'une liaison possible entre sa procédure et les indivisibles.

5. LA *NOVA SCIENZA* DU MOUVEMENT ET LA MÉTHODE DE CAVALIERI

Or, pour fonder l'étude mathématique du mouvement sur la procédure de Cavalieri, il ne suffisait pas de se borner à souligner le caractère opératoire des agrégats nommés «toutes les lignes» et «tous les plans». En même temps, il fallait justifier – du point de vue de Galilée – leur emploi sur la base d'une conception du mouvement en accord avec une certaine vision du continu. En d'autres termes, il fallait donner une raison du pourquoi des indivisibles et du coup il faillait expliquer comment il était possible que la procédure employée par Cavalieri pour la première fois dans le *Specchio Ustorio* permette d'arriver à une déduction des lois du mouvement. C'est pourquoi, au caractère opératoire des indivisibles se juxtapose chez Galilée, nous y reviendrons dans le chapitre suivant, la vision d'un certain atomisme mathématique dont le concept fondamental est celui d'indivisible.

Pour réussir dans son projet concernant la mathématisation du mouvement, Galilée devait impérativement s'assurer que la méthode de Cavalieri était un outil efficace et bien fondé. En ce sens, il est normal que Galilée, avant la publication de ses *Discorsi* fasse parvenir à Cavalieri le paradoxe du bol (*scodella*), pour lequel Cavalieri, dans sa lettre du 2 octobre 1634, dit avoir trouvé une explication:[25]

> Pourtant, il me semble tout à fait possible de donner une réponse convenable aux objections que l'on puisse faire contre [les indivisibles]. Par exemple, l'on peut faire la [même] objection que vous faites, laquelle est vraiment belle et à laquelle il me semble pouvoir répondre [OG, XVI, p. 136].

Pour Cavalieri, le paradoxe tient fondamentalement au fait que Galilée a utilisé des indivisibles des divers genres dont la dimension est en conséquence différente:

> Pour enlever des parts égales à des entiers égaux, il convient, si l'on doit croire égal ce qui reste (*i rimanenti*), que ce que l'on enlève (*le detratte)* et ce que l'on laisse soient du même genre, car les

25. Un examen détaillé du paradoxe se trouve au chapitre II. Le problème du bol a été amplement étudié dans PALMERINO [2000], SELLES [2006] et l'article classique de DRABKIN [1950] cf. SCHMITT [1976]

> parties d'espèces différentes ne sont pas comparables entre elles, comme vous le savez bien [OG, XVI, p. 137].

Cavalieri avait très bien vu pourquoi l'argumentation de Galilée ne mettait pas en défaut sa propre approche. Pour que l'on puisse parler d'égalité, il faudrait que les parties subsistantes (*i rimanenti)* et les parties enlevées (*le detratte*) fussent de même espèce. Autrement dit, il suffit de tenir présent à l'esprit le principe selon lequel les quantités continues que l'on compare doivent être impérativement du même genre: "En définitive, il me semble que [dans le paradoxe du bol] les dernières extractions ne sont nullement du même genre de celles que l'on a soustraites" [OG, XVI, p. 137]. De cette façon, on ne pourrait pas imputer à la procédure des indivisibles d'arriver à ce résultat paradoxal où le point est égal à une ligne, et la ligne à un plan :

> Or, dans votre exemple, les indivisibles sont des plans et de ces plans restent toujours des parts égales lorsqu'on enlève des parts égales du cône et du bol. De manière que pour arriver à la dernière extraction [du cône et du bol], c'est-à-dire, à la suppression des plans, pour ainsi dire, il suffit de leur enlever une dimension. C'est à cette condition, que l'on peut dire raisonnablement que les dernières extractions sont égales, bien que d'une manière plutôt négative que positive [OG, XVI, p. 137].

Le but principal de Cavalieri est de pouvoir expliquer le paradoxe du bol et il reste ferme dans son propos de montrer que l'erreur possible perçue par Galilée tient fondamentalement au fait qu'il a mélangé deux types indivisibles dont les genres ne sont en fait pas les mêmes. Pourtant, une fois que Cavalieri a réussi à donner une explication plausible du paradoxe, un autre problème se lève sous ses yeux: il s'agit de la manière dont il faut balayer deux figures à partir d'une droite (*transitus*) qui varie par rapport à son inclination. Afin d'éviter ce genre de problème, Cavalieri soutient qu'il faut absolument distinguer entre transit rectiligne et transit oblique:

> En ce qui touche les cercles concentriques de la circonférence, je dis que pour me libérer des arguments que l'on peut faire à propos des lignes droites ou courbes – qui forment l'ensemble de toutes le lignes ou tous les plans d'une figure- j'ai distingué les points de transit rectiligne de ceux de transit oblique, et il me semble qu'on ne peut pas prendre les uns pour les autres [OG, XVI, p. 137].

Pour Cavalieri, comme il le dira dans le livre II de sa *Geometria Indivisibilibus*, une fois que l'on établit les rapports entre deux agrégats rien ne nous interdit de supposer que le rapport entre deux figures est égal à celui qu'ont entre eux les agrégats pris par une même règle (*regula*) ou proportion fixe. L'objectif est d'établir un rapport entre deux figures grâce à une comparaison des lignes ou des plans découpés sur ces figures par un plan parallèle ou incliné qui reçoit le nom de règle. C'est déjà exactement le même point de vue que Cavalieri expose dans la lettre à Galilée du 2 octobre 1634 lorsqu'il écrit:

> Pour mesurer le continu j'ai pris : pour les lignes les points de transit rectiligne, et pour les plans les lignes de transit rectiligne (ce que j'entends par le point et la ligne de transit rectiligne, se trouve dans la première définition du livre II et dans l'appendice qui le suit [OG, XVI, p. 137].[26]

26. Cavalieri fait allusion au livre II de la future *Geometria indivisibilibus continuorum* dont il a déjà rédigé les six premiers livres.

Du coup Cavalieri insiste sur l'importance de maintenir cette distinction pour ne pas mélanger les deux types des transits lorsqu'on procède à comparer deux lignes :

> Que la différence des transits soit importante est claire; quand une ligne est coupée obliquement par rapport à sa parallèle il y aura beaucoup plus d'espace entre les parallèles et il sera maximum [l'espace] lorsqu'on la coupe perpendiculairement, c'est-à-dire, au moyen d'un transit droit [OG, XVI, pp. 137-138].

Ici le besoin de bien distinguer entre les deux transits est fondamentalement rapporté aux cercles concentriques d'une circonférence (*quanto alle circonferenze de' cerchi concentrici*) ce qui laisse supposer que Galilée, dans la lettre perdue à laquelle répond Cavalieri par celle du 2 octobre 1634, avait fait, en quelque sorte, allusion à la manière dont Cavalieri utilise sa procédure dans le *Specchio Ustorio*. Il ne s'agit pas d'une heureuse coïncidence. Galilée, dont le but était de trouver une technique (un artifice) mathématique suffisamment puissant pour calculer les lois du mouvement, soumet à Cavalieri les objections possibles que l'on pouvait faire à sa procédure. Et ainsi, afin de trouver une explication plausible aux paradoxes auxquels amènerait l'emploi incontrôlé de cette procédure, Cavalieri fait appel à la distinction entre transit rectiligne et transit oblique: sans cette distinction, on pourrait déduire que deux lignes inégales (le coté d'un triangle et sa diagonale, par exemple) sont pourtant égales: "Que pour cela on est en droit de dire qu'une ligne – quand la ligne est composée de points – est plus longue qu'une autre, j'affirme que c'est une conséquence de la différence des transits [que l'on emploie]" [OG, XVI, p. 138]. Si on ne fait pas appel à une telle distinction des transits on pourrait facilement conclure que les points d'une ligne soient plus «espacés» (*diradati*) que ceux d'une autre ligne: "On pourrait croire que ces points soient plus espacés dans la ligne oblique que dans la perpendiculaire" [OG, XVI, p. 138]. Après avoir donné sa réponse dans la lettre du 2 octobre 1634, Cavalieri adressera à Galilée une autre lettre le 19 décembre 1634, dans laquelle il souligne que pour donner une réponse encore plus satisfaisante au paradoxe du bol, il faudrait également envisager le début et la fin du mouvement dont fait usage Galilée pour déterminer l'égalité entre un point et un cercle. En effet, Galilée, s'appuyant sur un principe de Cavalieri, estime que si toutes les lignes de deux surfaces égales sont égales, et qu'on les diminue également – voici comment le mouvement intervient-, alors les restes finaux de ces surfaces devraient encore être égaux. Cavalieri, de son côté, note que dans le principe mobilisé par Galilée, on ne doit pas inclure les extrémités: "En ce qui touche les concepts de toutes les lignes et tous les plans, on ne peut pas, si l'on suit mes définitions, inclure les extrémités, bien qu'ils semblent du même genre" [OG, XVI, p. 175]. Il est ainsi puisque, selon Cavalieri, le début et la fin du mouvement ne sont pas en eux-mêmes mouvement: "Or, étant donné que le début de la fin d'un mouvement n'est pas un mouvement, on ne doit pas tenir compte des tangents extrêmes [qui conforment la fin et le début de l'agrégat] de toutes les lignes" [OG, XVI, p. 175].

Le recours à un nouvel argument pour expliquer le paradoxe du bol montre bien que Cavalieri n'était pas complètement satisfait avec la réponse ébauchée en octobre 1634, et que la discussion épistolaire avec Galilée l'oblige à affiner sa vision et sa présentation de ses techniques. Il revient sur le paradoxe du bol et quelques mois après sa première explication, il décide d'en ajouter une autre où il insiste sur le fait que le début et la fin du mouvement n'est pas un mouvement. En conséquence, le début et la fin d'un mouvement ne font pas partie en toute rigueur de la définition de toutes les lignes et tous les plans utilisés par Galilée dans sa démonstration, car dans la notion d'agrégats selon Cavalieri s'incluent uniquement le nombre d'éléments balayés par le transit – soit rectiligne, soit oblique – pendant son *mouvement*. Cependant, le début et la fin ne sont pas à proprement parler un mouvement e*rgo* ils ne rentrent pas dans la définition d'agrégats. Au-delà du problème du bol, la correspondance révèle d'ailleurs un fait fondamental: si lors des premières mentions par Cavalieri de sa procédure, dans le contexte des déterminations de surfaces ou de volumes, Galilée ne semblait pas trop s'intéresser à la procédure de Cavalieri, il lui porte une attention particulière à partir de la publication de *Lo Specchio Ustorio* et ses questions amènent Cavalieri à préciser plusieurs aspects de sa démarche.

6. La Préface de la *Geometria* et son livre VII (1635)

Il nous faut maintenant arriver à la *Geometria indivisibilibus* que Cavalieri était en train d'élaborer à partir de la *Nova Planorum solidorum speculatio*. Comme nous l'avons vu, dans les années vingt, l'exposé des premiers résultats de Cavalieri avaient laissé Galilée et Marsili perplexes, pour des raisons d'ailleurs sans doute différentes. Le livre VII de la *Geometria* est comme nous l'avons vu une forme de la réaction de Cavalieri à cette perplexité encore une fois, la correspondance nous permet de mieux comprendre ce qui était en question.

La première référence à l'élaboration de ce livre de la *Geometria* apparaît, nous l'avons dit, dans une lettre à Galilée du 15 décembre 1629 où Cavalieri écrit qu'avant d'envisager la publication de sa géométrie il veut l'élargir, c'est-à-dire qu'il espère faire un ajout aux six premiers livres qui font partie du manuscrit intitulé *Nova Planorum solidorum speculatio* [OG, XIV, p. 55]. C'est seulement vers le début de l'année 1634 que Cavalieri reprend la publication de son ouvrage géométrique et qu'il envisage l'ajout d'un septième livre. D'un côté, comme nous l'avons noté plus haut et pendant cinq ans à peu près (1629-1634), Cavalieri doit se consacrer aux charges propres à son poste de lecteur public des mathématiques à Bologne; il occupe la plupart du temps à la préparation des cours, l'approfondissement des matières astronomiques et l'élaboration de travaux mathématiques à caractère pratique [Baroncelli, 1992, pp. 67-101]. De l'autre côté Cavalieri, ayant reçu une copie manuscrite du *Dialogo sopra i due massimi sisteme del mondo*,[27] se consacre lui-même à l'étude du mouvement: en 1632 apparait *Lo Specchio Ustorio*. Après ces années pleines d'occupations c'est seulement au début de 1634, dans une lettre adressée à Galilée le 22 juillet, que Cavalieri fait allusion au septième livre de sa *Geometria* qu'il a entrepris dans le but de chasser de ses

27. Cavalieri décrit la lecture du manuscrit galiléen en ces termes: "Hora lo viddi, anzi lo devorai, per dir così, con gli occhi ; et invero sento in me, in più volte ch'ho ripresso la lettura di quello, l'effetto che mi ricordo havere esperimentato nel leggere il Furioso, che dovunque io dia principio a leggere, non posso ritrovarne la fine" [OG, XIV, p. 336]. L'allusion de Cavalieri à l'Orlando furioso de Ludovico Arioste est significative dans la mesure où Galilée partage le même gout pour l'écrivain italien, au détriment de Torquato Tasso pour lequel il a une aversion profonde. Pour l'attitude esthétique de Galilée, voir Koyre [1996, pp. 275-288].

démonstrations le concept des lignes et des plans infinis, c'est-à-dire la notion d'agrégats.[28] Le fait que les agrégats qu'il désigne par «toutes les lignes» et «tous les plans» sont liés à la question de l'infini est, d'après Cavalieri, à l'origine des difficultés éprouvées envers sa première procédure. C'est pourquoi, comme il le précise dans la lettre du 2 octobre 1634, il estime qu'il est mieux d'élaborer une deuxième méthode où il se passera de cette infinité:

> J'étais bien conscient du fait que ma nouvelle manière de faire (*nuovo modo*) pouvait déranger pas mal de gens. C'est pourquoi, ne me contentant pas d'arriver aux mêmes conclusions, dont la véracité a été déjà démontrée par d'autres, j'ai voulu ajouter le livre VII, dans lequel je démontre les mêmes choses par une autre voie (*per altra via*) et sans recourir à l'infini, comme vous pourrez le voir [OG, XVI, p. 136].

Pourtant, ajoute-il, il estime nécessaire de conserver la première manière dans le corpus de la *Geometria* afin de connaître l'avis des savants[29]. Il est possible que les réflexions de Galilée sur l'infini aient eu sur ce point une influence sur Cavalieri. D'après ce que Galilée écrira dans la première journée des *Discorsi,* Galilée montrera en effet qu'on tombe dans plusieurs paradoxes si l'on compare deux infinis en leur appliquant des attributs finis tels que «plus petit», «plus grand» ou «égal» [OG, VIII, p. 79].[30] Il est donc possible que ce soit pour répondre aux objections de Galilée fondées sur le recours à l'infini que Cavalieri se soit efforcé de trouver une autre voie arrivant aux mêmes résultats.

La préface de la *Geometria indivisibilibus* confirme que l'ajout du livre VII, présentant ce que les historiens appellent couramment la méthode distributive [Andersen, 1985], avait pour objectif d'en finir avec les hésitations venues de l'usage de l'infini:

> Enfin, dans le livre VII, on conduit au port notre bateau, lequel a parcouru l'océan infini des indivisibles, en instaurant une autre méthode, afin que toute incertitude qu'on pourrait craindre dans les écueils de cette infinité soit cependant supprimée [Cavalieri, 1635, p. XII].

Cavalieri fait allusion aux discussions philosophiques sur la composition du continu et l'infini, et il indique clairement que ce genre de débats est un obstacle pour la compréhension des concepts de «toutes le lignes» et «tous les plans»:

> Je n'ignore pas du tout qu'autour de la composition du continu et de l'infini beaucoup de choses ont été discutées par les philosophes. Ces discussions constituent peut-être pour la plupart d'entre eux des obstacles [à la compréhension] de mes principes. Ils hésitent car le concept de toutes les lignes ou tous les plans leur semble insaisissable et plus obscur que les ténèbres cimmériennes [Cavalieri, 1635, p. 482].

Même si Cavalieri insiste à plusieurs reprises dans la préface au livre VII qu'il n'a jamais eu l'intention de traiter ses agrégats (toutes les lignes et tous les plans) en vertu du

28. "E perche dubito che a molti sia forsi per dar fastidio quel concetto delle infinite linee o piani, perciò ho poi volsuto (*sic*) fare il settimo libro, nel quale dimostro per altra via, differente anche da Archimede, le medesime cose" [OG, XVI, p. 113].
29. "E quest'altro metodo l'ho lasciato per sentirne il parere de'studiosi" [OG, XVI, p. 136].
30. Cavalieri, à la différence de Galilée et plus tard de Torricelli, n'envisage pas de réélaborer la théorie euclidienne des proportions. Cette question touchant la réception de la théorie euclidienne des proportions au XVIIe siècle a été traitée par Giusti [1993]. Sur la position galiléenne à l'égard de la théorie euclidienne voir pp. 41-44, 78-83.

nombre des éléments qui les composent, il se voit pourtant dans l'obligation d'enlever complètement ses agrégats qui apparaissent comme le nœud gordien de sa géométrie. C'est pourquoi il écrit:

> On n'a donc pas traité les agrégats d'indivisibles, dont on a déjà parlé, comme si ceux-ci étaient marqués par une essence infinie (*infinitatis rationem*), liée au nombre infini de leurs lignes et de leurs plans, mais plutôt à partir de leur aspect fini, qui découle de leur condition et de leur nature, puisqu'ils peuvent augmenter et diminuer, comme on l'a déjà montré [Cavalieri, 1635, p. 483].

Outre l'ajout de considérations sur le livre VII, une autre modification dans la préface de 1635 par rapport à celle de la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* est l'ajout d'un long extrait sur l'*Astronomia Nova* (1609) de Kepler.[31] Pourquoi Cavalieri se donne-t-il la peine d'inclure cet extrait sur Kepler dans la *Geometria indivisibilibus*? On peut y voir une tentative de doter sa méthode d'une légitimation supplémentaire par rapport à celle que l'on trouve dans la préface de 1627, où Cavalieri faisait état seulement du caractère artificiel des indivisibles et de la généralité de sa procédure. La filiation que Cavalieri établit entre son approche et la démarche keplérienne lui permet de présenter sa méthode comme constituant le corollaire nécessaire d'une démarche entamée par Kepler:

> Ayant découvert la méthode nouvelle pour mesurer les figures que j'ai déjà exposée, qui, si je peux me permettre, est très féconde, je me croyais très chanceux car j'ai été abondamment fourni de ces solides [de la *Stereometria doliorum*], auxquels il fallait ajouter ceux d'Archimède, sur lesquels il m'était possible de tester la force et l'énergie [de ma méthode] […] Je me mis à étudier certains d'entre eux [des nouveaux solides] selon un raisonnement plus sûr, si je ne me trompe pas, [que celui de Kepler] [Cavalieri, 1635, p. XII].

Après avoir passé en revue les résultats introduits par Kepler dans son *Astronomia Nova,* Cavalieri conclut que sa propre méthode a une plus grande portée que celle de Kepler: "À partir de cet unique exemple, le savant comprendra combien le champ de la géométrie a été rendu par-là plus fertile et plus large; c'est pourquoi nous poursuivrons sans interruption une telle universalité en ce qui concerne presque tous les solides analysés [dans l'ouvrage]" [Cavalieri, 1635, p. XII]. En revanche, le parallèle ébauché entre les indivisibles et les artifices des algébristes n'est pas conservé dans l'édition de 1635. De même, Cavalieri préfère désigner l'union des indivisibles dans une figure non pas comme une composition ou une somme, mais tout simplement comme une sorte d'«union» (*veluti compactum).* On notera également que Cavalieri préfère alors l'utilisation du terme «indéfini» à celui d'«infini», dont les implications philosophiques étaient nombreuses et qui, comme s'efforçait de montrer le livre VII, n'était pas nécessairement lié à la méthode des indivisibles.[32]

---

31. Il n'y a pas un lien précis entre le VIIe livre et Kepler. L'insertion de cet extrait répond plutôt à une prévention contre le mauvais usage des indivisibles. Cavalieri – comme l'a noté François de Gandt – "parle ici du chapitre 40 de l'*Astronomia Nova*, un exemple célèbre d'utilisation hardie (et erronée) des indivisibles" en de Gandt [1992, p. 173].
32. Paul Guldin a souligné la préférence de Cavalieri pour le terme «indéfini» à la place d'«infini». Ainsi, il écrit: "[…] in quo concipiantur esse lineae indefinitae (abhorret enim a vocabulo infiniti)" dans Guldin [1635-1641, p. 342].

7. CONCLUSION

L'analyse de la correspondance de Cavalieri et des préfaces de ses ouvrages (1621-1635) nous a livré des indices qui font ressurgir le long cheminement de sa pensée. Les historiens ont parfois pu, contre les données des textes, imputer à Cavalieri la création *ab initio* d'une «méthode des indivisibles», sans peut-être faire suffisamment attention à l'évolution de sa pensée. Il semble que la méthode des indivisibles ne fut pas le fruit d'une réflexion de Cavalieri sur la possibilité d'établir une procédure mathématique sur la base des indivisibles. L'analyse chronologique suggère au contraire que la méthode des indivisibles, en tant que méthode, n'a pas été inventée immédiatement. Il serait en effet imprudent de rechercher dans la période 1621-1627 une «méthode des indivisibles» et la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* (1627) montre que la démarche de Cavalieri était initialement une simple procédure sans rapport explicite aux indivisibles. C'est à partir de 1632 que Cavalieri commence à faire référence à sa procédure en termes de «voie des indivisibles». Deux aspects doivent être ici soulignés: d'abord, le passage d'une procédure à une méthode des indivisibles à part entière, d'autre part, le rôle de Galilée dans ce passage, à diverses échelles.

Il est inutile de revenir sur l'importance du mot «méthode» dans la structuration du savoir à l'époque moderne.[33] L'insistance sur les techniques d'invention a, comme l'a montré Lisa JARDINE [1974], fait passer ce mot du registre de l'enregistrement ordonné de connaissances déjà établies, voire scolaires, au registre de la découverte, de la manière de trouver de nouveaux résultats ou d'arriver de manière plus sûre et plus fiable à des résultats concrets. Le *Discours de la Méthode* de René Descartes et ses traités d'application ne sont qu'une version particulièrement célèbre de cette nouvelle perspective. La méthode (ou *via et ordo*, la voie, dans une de ses variantes) rassemble des procédures, qui peuvent varier légèrement selon l'objet où elles s'appliquent, et a pour objectif de résoudre des problèmes d'un ou de plusieurs types bien définis. Son statut cognitif, mais aussi social et culturel, est plus élevé que celui des règles, des procédures et des exemples auxquels elle peut s'appliquer. Cavalieri au début des années 1620 dispose d'une technique qu'il présente comme nouvelle pour arriver à la solution de certains problèmes, analogues à ceux traités ordinairement par la procédure d'exhaustion. Mais peu à peu on le voit dans la correspondance et surtout après 1632, parler de « voie » et de méthode. En même temps, les questions qu'il aborde se diversifient puisqu'il devient capable de traiter par exemple celles concernant le mouvement. On est alors bien dans le cadre d'une méthode, associée à des familles types de questions.

Il est probable, comme le suggère l'étude de la correspondance, que ce changement doit quelque chose à Galilée, même si Cavalieri s'écarte néanmoins de la vision galiléenne touchant la possibilité de constituer le continu au moyen des indivisibles. Même quand il parlera d'indivisibles, Cavalieri continuera à voir ses « agrégats » de manière opératoire,

33. Pour une discussion sur la méthode à l'époque moderne, voir GILBERT [1960], DESAN [1987], VERIN et DUBOUG-CLATIGNY [2008]. Pour un exemple de méthode et de ses variantes selon la nature des problèmes, voir CIFOLETTI [1990]; voir aussi pour le cas spécifique d'une méthode de preuve GOLDSTEIN [1993].

comme des outils permettant des calculs efficaces. Quelle que soit la solution que reçoive le problème du continu, le sort de sa méthode ne risque pas d'être mis en cause. Mais l'influence de Galilée et la problématique du mouvement qu'il a contribué à rendre importante pour Cavalieri aussi expliqueraient qu'à la différence des six premiers livres de sa *Geometria indivisibilibus,* Cavalieri se félicite dans la préface du livre VII d'avoir correctement appelé sa méthode «méthode des indivisibles». Renommer ainsi la procédure des six premiers livres prend sens parce qu'entre temps, entre la première version de son livre et la version finalement publiée en 1635, a eu lieu la réutilisation de la procédure dans la déduction des lois de mouvement et l'élargissement des ambitions de la résolution de quelques problèmes à une méthode susceptible d'un plus vaste champ d'applications. Les échanges avec Galilée semblent donc jouer un double rôle. D'abord en agrandissant la gamme de questions, ce qui permet à la démarche de Cavalieri d'acquérir un vrai statut de méthode et ensuite en faisant cristalliser sur le concept d'indivisible le ressort de cette démarche, même si son idée d'indivisible n'a pas forcément chez lui le même statut conceptuel que chez Galilée.

Bibliographie

Agostini, Angelo (1940) "I baricentri di gravi non omogenei e la formola generale per il loro calcolo determinati da Bonaventura Cavalieri". *Bolletino Matematica Italiana*, *2*, 147-171.

Andersen, Kirsti (1985) "Cavalieri's method of indivisibles". *Archive for History of Exact Sciences*, *31*, 292-367.

Andersen, Kirsti (1986) "The method of indivisibles: changing understandings". *Studia Leibnitiana,* Sonderheft, *14*, 14-25.

Andersen, Kirsti; Giusti, Enrico et Jullien, Vincent (2015) "Cavalieri's indivisibles". En: Vincent Jullien (ed.) *Seventeenth Century indivisibles Revisited.* Birkhaüser, Springer, 31-56.

Arrighi, Gino (1973) "La Geometria indivisibilibus continuorum di Bonaventura Cavalieri nelle ritrovata stesura del 1627". *Physis*, *15*, 133-147.

Baroncelli, Giovanna (1983) "Lo Specchio Ustorio di Bonaventura Cavalieri". *Giornale Critico della filosofia italiana*, *3*, 153-172.

Baroncelli, Giovanna (1987) *Bonaventura Cavalieri.Carteggio*. Florence, Leo S. Olschki.

Baroncelli, Giovanna (1992) "Bonaventura Cavalieri: tra matematica e física". En: Marco Bucciantini et Maurizio Torrini (eds.) *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana*. Florence, Nuncius, 67-101.

Boulier, Pierre (2010) "Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavalerienne". *Early Science and Medicine, 15*, 371-409.

Cavalieri, Bonaventura (1627) *Nova Planorum ac solidorum speculatio*. Le manuscrit se trouve à la Bibliothèque Nationale de Florence et appartient au Fondo Conventi Soppressi, C. 3. 308.

Cavalieri, Bonaventura (1632) *Lo Specchio Ustorio*. Bologne, Clemente Ferroni.

Cavalieri, Bonaventura (1635) *Geometria indivisibilibus continuorum.* Bologne, Clemente Ferroni.

Cavalieri, Bonaventura (1647) *Exercitationes Geometricae Six.* Bologne, Jacobi Monti.

Cavalieri, Bonaventura (1966). *Geometria degli indivisibili*. Editado por Lombardo Radice, Turin, U.T.E.T.

Cellini, Giovanni (1966a) "Gli indivisibili nel pensiero matematico e filosofico di Bonaventura Cavalieri". *Periodico di matematiche, 44*, 1-21.

Cellini, Giovanni (1966b) "Le dimostrazioni di Cavalieri del suo principio". *Periodico di matematiche, 44*, 85-105.

CLAVELIN, Maurice (1996). *La philosophie naturelle de Galilée.* Paris, Albin Michel.

DE GANDT, François (1991) "Cavalieri's indivisibles and Euclid's canons". En: Patrick Barker y Robert Ariew (eds.) *Revolution and Continuity. Essays in the History and Philosophy of Early Modern Science.* Washington, Catholic University Press, 157-182.

DE GANDT, François (1992) "L'évolution de la théorie des indivisibles". En: Marco Bucciantini et Maurizio Torrini (eds) *Atomismo nella Scuola Galileiana.* Florence, Nuncius, 103-118.

DESAN, Philippe (1987) *Naissance de la méthode.* Paris, A.G. Nizet.

DRABKIN, Israel (1950) "Aristotle's wheel: notes on the history of a paradox". *Osiris, 9,* 162-198.

GALILEO, Galilei (1890-1909) *Opere di Galileo Galilei* (OG). Edizione Nazionale a cura di Favaro, A. Florence, Barberà.

GILBERT, Neal Ward (1960) *The Renaissance Concepts of Method*. New York, Cambridge University Press.

GIUSTI, Enrico (1980) *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles.* Bolonia, Cremonese.

GIUSTI, Enrico (1990) "Galilei e le leggi del motto". En: *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla mecanica ed i movimenti locali.* Turin, Einaudi.

GIUSTI, Enrico (1993) *Euclides Reformatus: la teoria delle proporzione nella scuola galileiana*. Turin, Bollati Boringhieri.

GOLDSTEIN, Catherine (1993) "Descente infinie et analyse diophantienne". *Cahier du Séminaire d'histoire et de philosophie des mathématiques*, 2e série, *3,* 25-49.

JARDINE, Lisa (1974) *Francis Bacon and the Art of Discourse*. Cambridge, Cambridge University Press.

KOYRE, Alexandre (1996) *Études d'histoire de la pensée scientifique*. Paris, P.U.F.

MASSA-ESTEVE, Maria Rosa (1994) "El mètode dels indivisibles de Bonaventura Cavalieri". *Bulletí de la Societat Catalana de Matemàtiques*, *9*, 68-100.

PALMERINO, Carla Rita (2000) "Una nuova scienza della materia per la Scienza Nova del moto. La discussione dei paradosi dell'infinito nella prima giornata dei Discorso Galileiani". En: Egidio Festa et Romano Gatto (eds.) *Atomismo e continuo nel XVII secolo.* Naples, Olsheski, 275-319.

PALMERINO, Carla Rita (2010) "The Geometrization of Motion: Galileo's Triangle of Speed and its Various Transformation". *Early Science and Medicine, 15*, 410-447.

ROMMEVAUX, Sabine (2005) *Clavius une clé pour Euclide au XVI^e^ siècle*. Paris, Vrin.

SCHMITT, Mark (1976) "Galileo's theory of indivisibles: revolution or compromise?". *Journal of the History of Ideas, 37*, 571-588.

SELLES, Manuel (2006) "La paradoja de Galileo". *Asclepio, 58*, 113-148.

SESTINI, Gabriele (1996) *L'infinito arginato ovvero tutti gli indivisibili del continuo: evoluzione del programma di ricerca matematico di Bonaventura Cavalieri.* Perugia, Università degli studi di Perugia.

TERREGINO, Giuseppe (1980) "Sul principio di Cavalieri". *Archimede*, *32*, 59-65.

VENDRIX Philippe et ROMMEVAUX Sabine (2011) *Proportions: science, musique, peinture et architecture*. Bruxelles, Turnhout Brepols.

VERIN, Hélène et DUBOUG-CLATIGNY, Pascal (2008) *Réduire en art*. Paris, Maison des sciences de l'homme.