

# EL ESPACIO DE LA MATEMÁTICA Y LA LÓGICA EN LA TEORÍA Y LA PRÁCTICA POLÍTICA DE LEIBNIZ

The Scope of Mathematics and Logic in Leibniz's Political Theory and Practice

MARY SOL DE MORA CHARLES  
Miembro efectivo de la International  
Academy of the History of Science  
ORCID: 0000-0002-1673-969X

## ***Resumen***

Los escritos de Leibniz sobre política se encuentran principalmente reunidos en la edición de los Escritos Políticos de la Akademie de Berlín, que consta de nueve volúmenes. Además, el modo de pensar y de trabajar de Leibniz no permite extraer limpiamente un solo tema que se pueda comentar sin derivaciones o reflexiones externas y sin relacionarlo con los muchos otros con los que resulta tener profundas y sugerentes relaciones. Su formación como jurista también influye profundamente en muchos de los temas relacionados, como la economía, la cultura popular, las relaciones internacionales, etc. Y desde luego las matemáticas deben colaborar en todo. Aquí hemos querido tomar un punto de vista no muy usual para comprender cómo teoría y práctica deben coordinarse en la vida de los ciudadanos para conseguir verdaderos progresos.

## ***Abstract***

Leibniz's writings on politics are mainly collected in the nine-volume of the Berlin's *Akademie* edition of Political Writings. In addition, Leibniz's way of thinking and working does not allow a single theme to be clearly extracted so that can be commented on without derivations or external reflections and without relating it to the many others with which he turns out to have deep and suggestive relationships. His training as a jurist also deeply influences many related topics, such as economics, popular culture, international relations, etc. And of course, mathematics must collaborate in everything. Here we wanted to take an unusual point of view to understand how theory and practice must be coordinated in the lives of citizens to achieve true progress.

*Palabras clave:* Leibniz, matemáticas, lógica, política.

*Key words:* Leibniz, Mathematics, Logic, Politics.

*Recibido:* 14/10/2022 – *Aceptado:* 11/09/2023  
<https://doi.org/10.47101/llull.2023.46.92.Mora>

## 1. INTRODUCCIÓN

Los escritos de Leibniz sobre política se encuentran principalmente reunidos en la edición de la *Akademie Verlag* de Berlín, en la *Reihe 4. Politische Schriften*, que consta de nueve volúmenes, agrupados cronológicamente. Entre ellos podemos encontrar muchos textos que utilizan el apoyo de medios relacionados con cálculos de tipo matemático o lógico. La capacidad de Leibniz para profundizar en numerosos campos del saber es bien conocida. El derecho, la filosofía, la ética, la metafísica, la religión, la matemática en sus diversas modalidades: combinatoria, cálculo o lógica, e incluso la física, no son consideradas por Leibniz como parcelas del saber independientes o separadas unas de otras, sino que todos los saberes deben poder utilizarse como perspectivas diferentes de un único saber. Entre ellos, las matemáticas y la lógica son disciplinas que cultivó durante casi toda su vida adulta. En 1666 publicó su *Dissertatio de Arte Combinatoria*, a los 19 años. Sus estudios universitarios en Derecho le llevan a presentar su tesis en 1667 con el título *De Casibus Perplexis in Jure*. Su pensamiento político y social utiliza con frecuencia esos instrumentos.

## 2. COMENTARIOS NOTABLES SOBRE LA JURISPRUDENCIA. LA PROBABILIDAD

Si observamos el escrito: *Specimen Certitudinis seu Demonstrationum in Jure exhibitum in Doctrina Conditionum* (Ejemplos de certeza o de demostraciones en Derecho mostrados en la Doctrina de las condiciones), 1663-7, podemos encontrar en este estudio tan temprano algunas de las ideas que más tarde se integrarán en la teoría de la probabilidad. En primer lugar, los valores que ésta puede tomar, desde el 1, derecho puro, suceso seguro o condición necesaria, hasta el 0, nulo derecho o imposibilidad, pasando por los valores intermedios, representados aquí por la fracción  $1/2$ , que representan el mundo de lo contingente, es decir, lo propiamente aleatorio, y que habrán de ser estimados.

Correspondientemente, precisa Leibniz que el Derecho es *o nulo, o condicional, o puro*. Los tres se diferencian entre sí, como en los números cero *cyphra*, fracción, y uno *integrum*. Y varían según las causas, que son: Condición Imposible, Contingente, o Necesaria. La fracción está en medio entre el 0 y el 1; así el Derecho condicional está entre el nulo y el puro, de la misma manera que las fracciones varían, de forma que la que está por debajo de  $1/2$  estará más próxima a 0, y la que está por encima, más próxima al 1. Además, Leibniz utiliza el término “probabilidad” en este texto:

El derecho condicional recibe su estimación en razón de lo condicionado, de la probabilidad de la existencia de la condición, y finalmente por sí mismo.

En el escrito titulado: *Remarques considérables sur la Jurisprudence*, de comienzos de 1676, aparecen propuestas de aplicación de las matemáticas a los problemas jurídicos. En este caso, se centran sobre los juicios y los testimonios de los litigantes, basándose también en la teoría de la probabilidad.

Dice Leibniz:

probabilidades son aquellas que vienen ex facto, sin que la persona las invente. Las violencias y engaños manifiestos deben ser impedidos y castigados. Desde ese punto de vista, testigos y litigantes deben ser interrogados de viva voz y se deberían tratar las causas particulares como las públicas, pues es del interés público que se haga justicia.

Leibniz expresa también sus sospechas acerca de la actuación de ciertos jueces y propone diversas reformas.

### 3. THE WAR'S ART. LA COMBINATORIA

Un texto curioso en el que la Combinatoria se aplica a temas de estrategia como la guerra, es su comentario al estudio propuesto por el Señor de Praissac<sup>1</sup>. Ya lo mencionaba Leibniz en su *De Arte Combinatoria* en 1666, tomándolo de G.P. Harsdörffer, pero vuelve sobre ello en 1691, en un artículo del *Acta Eruditorum* titulado: *Sur Du Praissac, La Méthode Pour Résoudre Facilement Toute Question Militaire Proposée*. Se trata de una clasificación en nueve variables de las posibles vicisitudes de un encuentro armado; cada una de ellas contiene seis posibilidades. En principio se comenzará por la decisión primera, acerca de la posibilidad de la guerra, y después se van girando los demás círculos, fijando la primera posibilidad elegida.

El método para resolver gráficamente el recuento y la elección de las diferentes combinaciones consistía usualmente en confeccionar una serie de círculos concéntricos giratorios de cartón o similar, de tamaños diferentes, que al girar unos sobre otros proporcionaban las distintas posibles soluciones y que en este caso nos darían muchísimas posibilidades o variaciones, aunque las que Harsdörffer considera posibles son solamente 216.<sup>2</sup>

En su *De Arte Combinatoria*, Leibniz expresa así la construcción de esa maquinaria ingeniosa:

Se hacen nueve ruedas de papiro, todas concéntricas, y las unas rebasando a las otras, de forma que cualquiera que quede inmóvil pueda ser rotada. Así desplazándola ligeramente, con cada nueva cuestión en la rueda, aparecerá una nueva complexión [combinación].

Menciona Leibniz que G. P. Harsdörffer “construyó él mismo una máquina de 5 ruedas concéntricas, a la que llamó: *Fünffachen Dendring der teutschen Sprache*<sup>3</sup>. En la rueda interior de las cuales hay 48 Vorsilben, [prefijos], en la penúltima 60 Anfange und Rein-Buchstaben, [letras aisladas y comienzos]; en la del medio 12, es decir, vocales o diptongos; en la anterior a la exterior, 120 End-Buchstaben [letras finales]; y en la exterior 24 Nachsilben [sufijos]. Con esto pretende liberar todas las voces germánicas”.

- 
1. El Señor de Breissac o Brissac, militar de carrera, aplicaba la Lógica Inventiva a cuestiones militares y estratégicas.
  2. Georg Philipp Harsdörffer (1607-1658) fue un poeta alemán y traductor. Estudió derecho en Altdorf y Estrasburgo. Publicó dos suplementos (1651, 1652), a la obra *Deliciae Mathematicae et Physicae*, (1636) de Daniel Schwenter (1585-1636), donde trataba numerosas ciencias en forma de preguntas y respuestas.
  3. Los cinco círculos concéntricos del lenguaje alemán: Prefijos. Comienzos y letras puras, Letras medias. Letras finales. Sufijos.

En su *Dissertatio*, Leibniz se muestra perfectamente documentado respecto a la combinatoria práctica y menciona a sus principales autores, como Ramón Llull; y el *Thesaurus artis memorativae*, de Johann Heinrich Alsted, quien, en sus ruedas, como dice Leibniz, añadió la norma del Movimiento, mediante la cual según de qué cosas se tratara, en los lugares Tópicos, se demostraban las cuestiones. Y también a John Davidius S. J<sup>4</sup>, que añadió una cierta Órbita de la Piedad, a su *Veridico Christian*. Basada en el mismo principio de las combinaciones, está la *Rhabdologia* de Neper<sup>5</sup>, y unos ciertos candados colgantes, *die Vorleg-Schlösser*<sup>6</sup>, que se abrían sin llave mediante “un mecanismo admirable”, al que llaman *Mahl-Schlösser*, es decir, que la superficie de la cerradura está protegida por armellas<sup>7</sup> de metal, casi como anillos giratorios, y cada anillo tiene grabada una letra del alfabeto. Entonces, cuando los anillos estén exactamente en esa posición, la cerradura se podrá abrir fácilmente seleccionando las letras adecuadas.

El mecanismo de los círculos concéntricos era fácil de utilizar y de interpretar, pero Leibniz explicaba el sentido de su razonamiento con más detalle. Así, en el caso de la guerra, la primera cuestión es si es conveniente hacer la guerra, y para ello es importante considerar la razón o motivos que haya para la misma. Los motivos que considera pueden ser patrióticos, como el honor, que se ha de conservar; o bien el de proteger a otros; reinstaurar la justicia; castigar a los malvados, etc.

Para Praissac, toda cuestión militar se podría resolver respondiendo a esas preguntas. Este planteamiento es el que interesa a Leibniz por el texto de Praissac, la posibilidad de tomar decisiones políticas mediante combinaciones matemáticas.

En este caso, la combinatoria muestra claramente el papel secundario que jugaba la ética en un conflicto armado, pues el provecho posible y la debilidad de un enemigo juegan un papel importante. La necesidad de obedecer a un soberano o a las leyes, la obligación a la que estamos sujetos por el derecho, o el juramento, la consanguinidad o la alianza. Y también, si es la necesidad la que nos empuja a la guerra, se puede deber a proteger nuestras vidas o la vida de los nuestros, o a la conciencia de la pérdida de nuestros cargos, dignidades o reputación. Pero también puede deberse a la facilidad para resistir a los esfuerzos del enemigo, de usurpar sus derechos, dominarlos en poco tiempo y con poco coste.

- 
4. El libro de Davidius (Jan David) publicado en Antwerpe, 1606, es una especie de bibliomanía, (un tipo de adivinación realizada por medio de la Biblia, donde se leen los pasajes al azar, como en un juego devoto). Cuenta con numerosos grabados.
  5. John Napier (Neper), barón de Merchiston (1550 - 1617), matemático escocés, reconocido por ser el primero en definir los logaritmos. También hizo común el uso del punto decimal en las operaciones aritméticas. En 1617 apareció su obra *Rabdologie seu numerationis per virgulas libri duo: cum appendice expeditissimo multiplicationis promptuario, quibus accessit et arithmetica localis liber unus*, en la que describe el ábaco neperiano.
  6. Se trata de cerraduras o cierres de candado o barrera y de cerraduras con secreto. Se pueden encontrar explicaciones en Thomas Hölzel: *Neuestes Schlosserbuch: oder gründliche Darstellung und Beschreibung der neuesten ... Schlosser-Arbeiten im modernsten Wiener, Pariser und Lond'ner Geschmack ... : nebst allen Combinations- und Sicherheitsschlössern ... ; Ein Handbuch für Baukünstler, Ingenieure ...* Praga, 1835. Se encuentra en el mismo capítulo que *Buchstaben, Ring o Combinatorie Schlösser*.
  7. Un anillo de metal que suele tener una espiga o tornillo para clavarlo en parte sólida.

En consecuencia, se ha de considerar también la actitud de los hombres implicados, si son favorables o no a verse arrastrados al conflicto, así como los medios materiales de que se dispone, el dinero, el favor de los amigos, la posibilidad de aprovecharse de los enemigos y así sucesivamente

Hay implícita en este mecanismo una combinatoria que llamará en un primer momento “complejones” y que se resuelve mecánicamente sin hacer cálculos matemáticos. Leibniz incorporará esos cálculos y calculará la Com2natoria (para dos elementos), Com3natoria, etc. para los sucesivos y definirá asimismo las variaciones de diversos tipos. En su *Arte Combinatoria* tratará de recorrer las innumerables ocasiones en que esta teoría matemática es aplicable a toda suerte de situaciones o materias, desde la filosofía o la teología a las cuestiones jurídicas o sociales.

También es muy interesante el gráfico que construye en forma de árbol para la Consanguinidad y los problemas de herencias, que le permiten establecer fácilmente los grados de parentesco, el orden de la generación y los parentescos homogéneos diferentes en grado.

#### 4. ELIGENDO REGE POLONORUM. LA LÓGICA “MORE GEOMÉTRICO”

Uno de los textos leibnizianos más originales en la aplicación a la política de saberes tan técnicos como la lógica clásica, al modo en que Spinoza escribió su *Ética*, es el titulado *Specimen Demonstrationum Politicarum Pro Eligendo Rege Polonorum*, realizado en 1669 a favor de Neuburg y escrito “more geométrico”. Sabemos que:

Boineburg, patron of Leibniz, commissioned him to draft some political pamphlets, like the one in support of his campaign for the election of Pfalzgraf Philipp Wilhelm von Neuburg to the Polish throne.<sup>8</sup>

Leibniz comienza su trabajo estableciendo algunas de las cualidades que el próximo rey de Polonia debe poseer y sobre todo los posibles aspectos negativos de su situación política y personal.

El esquema se basa en sesenta proposiciones, algunas de ellas con corolarios y extensos comentarios de las razones de dichas proposiciones, que actúan como demostraciones de la pertinencia de las mismas, y termina con las cuatro conclusiones que eliminan a tres de los candidatos y señalan a uno de ellos como el adecuado.

La idea básica es la de la capacidad de Polonia de bastarse por sí misma.

*\*Cuando se encuentra debilitada sabe reponerse sola.*

*\*Los límites de los derechos del estado son la libertad de la nobleza y no debe haber límites a la misma. El gobierno polaco quiere la igualdad de los nobles, de forma que puedan sentirse orgullosos.*

8. sí señala María Rosa Antognaza [2009, p. 115-120] en su biografía.

\*El gobierno polaco es correcto conocedor de los asuntos militares y de sus peligrosos enemigos, turcos, tártaros, rusos. La relación de los príncipes polacos con el ejército es buena.

\*También coinciden los límites de los príncipes polacos con el Orbe Cristiano.

En cuanto a los peligros, los enumera así: Libertad y seguridad son importantes para Polonia y las guerras intestinas son muy peligrosas. Además, el desacuerdo de Polonia con otras gentes es peligroso. La deshonestidad es peligrosa pues todo lo deshonesto disminuye el honor. Y a largo plazo, un interregno en Polonia es peligroso. El ejercicio de la democracia no ha decaído en Polonia. Pero la aristocracia polaca es peligrosa respecto a un interregno.

Luego el rey de Polonia ha de ser elegido, no por sorteo, sino de forma racional. La elección se ha de hacer entre los pares.

Pasa a establecer las condiciones que debe cumplir el candidato, por ejemplo, no ha de ser un niño, ni demasiado viejo, ha de conocer la lengua polaca, ser prudente, paciente y modesto, pacífico y no provenir de familia turbulenta, no ser un disidente religioso que provoque conflictos internos, y llegue a establecer un gobierno despótico, etc.

Los candidatos propuestos eran:

Condé: Charles-Paris d'Orléans-Lomgueville (1649-1672) era candidato al trono de Polonia cuando murió en el paso del Rin, cerca de Tolhuis.

Moschus: Zarévich Alexéi Alexéyevich (1654-1670), hijo del zar Alexis I de Rusia (1629-76)

Lotharingus: Karl Lothringen (1643- 1690), V Duque de Lorena, cuñado del Emperador Leopoldo I, llegó a Gobernador del Tirolo y los dominios de Habsburgo Occidental. en 1679.

Neoburgicus: Johann Wilhelm II, Elector Palatine. Duque de Neuburg (1658-1716)

Las cuatro conclusiones de este documento deberían ser:

*Conclusio I. Moschus utiliter non eligitur.*

*Conclusio II. Condaeus utiliter non eligitur.*

*Conclusio III. Lotharingus utiliter non eligitur.*

*Conclusio IV. Neoburgicus utiliter eligitur.*

Todos serán descartados como no elegibles, salvo Neuburg. El candidato francés, Condé, era el más temido. No obstante, ninguno de estos candidatos logró llegar al trono; el elegido como rey de Polonia fue Michael Korybut Wiśniowiecki, que será nombrado rey en 1669.

## 5. LA POBLACIÓN. MORTALIDAD Y ESPERANZA DE VIDA. LA ESTADÍSTICA

Los razonamientos de tipo matemático comenzaron pronto a aplicarse a un gran número de cuestiones relacionadas con la política en sentido amplio. A finales del siglo XVI, diversos países de Europa habían prohibido los seguros de vida, que no son sino una apuesta sobre las

posibilidades de supervivencia de una persona, asunto que se consideraba competencia exclusiva de la Providencia. Sin embargo, el sistema de rentas vitalicias era conocido y practicado desde la antigüedad, con mayor o menor acierto. Lo esencial para calcular uno de estos sistemas es disponer de una tabla de supervivencia de una determinada población, lo más completa posible y, además, para hacerlo con precisión, es necesario contar con ciertas herramientas matemáticas. En el siglo XVII, con el desarrollo de la teoría de la probabilidad, era posible por primera vez calcular la duración probable de la vida humana, pero antes de esa fecha los cálculos empleados eran proverbialmente inexactos y conducían con frecuencia a la ruina del estado o del prestamista particular.

Cuando Leibniz publicó en 1665 su trabajo *De conditionibus*, en el que utilizaba números para representar lo que él llamaba “grados de probabilidad”, sólo tenía 19 años. Ya en ese primer texto, como hemos dicho más arriba, aparecía una cuantificación de la probabilidad entre dos valores límites: 0 y 1, que corresponden al *jus nullum* y al *jus purum* respectivamente, pero le faltaban los valores intermedios para el *jus conditionale*; cuando una condición es necesaria (*necesari*), Leibniz la denota por la cifra 1, cuando es imposible, utiliza la cifra 0, cuando es incierta (*incerta*), como la llama en la primera versión de su escrito (1665), o contingente (*contingens*), como la llama en la versión de 1672, habrá que denotarla por una fracción; y esa fracción será el “grado de prueba” en el caso de la ley, o el “grado de probabilidad” en general. Está por lo tanto en condiciones de considerar las diferencias cualitativas de los grados de probabilidad y también la existencia de diferencias cuantitativas, pero no puede asignarles los valores numéricos que les corresponden; Leibniz hablaba de un Continuo de posibilidades, es decir, de valores o Grados de probabilidad, y esperaba que Jacques Bernoulli, consiguiese realizar esa cuantificación. Las verdades contingentes, sobre todo las referentes al espacio y al tiempo, son para él series continuas que conducen al infinito.

En el *De casibus*, lo que después sería la Teoría de la Probabilidad, debía ser una “jurisprudencia natural”. La probabilidad numérica era para Leibniz una noción primordialmente epistemológica, a diferencia de Pascal, Fermat y los demás, para quienes el cálculo de las “chances” era fundamentalmente aleatorio. La doctrina de las “chances” no trata para Leibniz acerca de las características físicas de una situación de juego, sino acerca de nuestro conocimiento de esas situaciones.

A Leibniz le interesaba más la aplicación de la probabilidad al *Ars Inveniendi*, y su influencia sobre las probabilidades en matemáticas es muy grande en el campo de la conceptualización, aunque no en el puramente técnico. Es precisamente la mirada de Leibniz la que puede hacer del libro de Huygens *De Ratiociniis in Ludo Alea* (1657) (que trata enteramente de juegos de azar, con escasas perspectivas sobre otros campos), “*un elegante ejemplo de razonamiento sobre los Grados de Probabilidad*”.

Aunque los cálculos efectivos de Leibniz respecto al tema de la demografía y de los seguros no son reconocidos por todos los historiadores, no cabe duda de que su presencia es determinante para el desarrollo de gran parte de estas teorías; sus aportaciones teóricas a la teoría de la probabilidad y a los temas de aritmética política y de anualidades no son en absoluto desdeñables.

Uno de los más relevantes autores actuales sobre temas de historia y filosofía de la ciencia, Ian Hacking, reconoce en su libro *The emergence of probability* (Cambridge, 1975), que Leibniz es el testigo filosófico del surgimiento de la probabilidad, alrededor de 1660. El nombre de Leibniz aparece en toda la obra. Pero en otro de sus libros, *The taming of chance* (Cambridge, 1990), añade que Leibniz fue también influyente en el terreno de los seguros y las rentas y recuerda que fue el padrino filosófico de las estadísticas oficiales prusianas, poco tiempo después de la proposición de William Petty en el mismo sentido, en Inglaterra.

En sus textos, Leibniz supone que, dados 81 niños recién nacidos, éstos morirán uniformemente; es decir que morirá uno cada año en los 81 años siguientes. Esta es una hipótesis arbitraria, por supuesto, que no se basa en la experiencia de la época, y Leibniz debería saberlo, pero considera que se puede realizar tal simplificación sin falsear sustancialmente los resultados. Para Leibniz pues, la población es estacionaria y en este tipo de poblaciones el número de supervivientes decrece en progresión aritmética, siendo la tasa de mortalidad la inversa de la esperanza de vida. Sin embargo, parece ser que Leibniz había visitado a Hudde en noviembre de 1676 y en enero había escrito algunas observaciones acerca de un problema de mortalidad planteado por Roannez. Por otra parte, Hudde había discutido con De Witt acerca de que las anualidades deberían calcularse sobre la base de la mortalidad uniforme y Leibniz pudo dar por supuesto que los datos empíricos confirmaban tal hipótesis; el caso es que los cálculos posteriores de Halley y de Moivre van a darle la razón, en un nuevo ejemplo, como dice Hacking “*de la irritante habilidad de Leibniz para obtener la respuesta correcta mediante una inferencia injustificada realizada sobre datos erróneos*”. En resumen, Graunt simplemente supuso la mortalidad uniforme, Petty trató de corregirle, De Witt supuso que la mortalidad era uniforme sólo en los primeros años de la vida y que la tasa aumentaba después de los 54. Hudde, como hemos dicho, sostenía que debería suponerse la tasa uniforme para calcular las anualidades y Leibniz comenzó criticando la uniformidad y más tarde la aceptó. Leibniz además establece en sus escritos al menos cinco cálculos fundamentales para estas teorías: la duración media de la vida humana, la esperanza de vida a una edad determinada, las tasas de mortalidad en función de la edad, las características de una población estacionaria y la tasa bruta de mortalidad, todos ellos de importancia.

De hecho, Leibniz está utilizando la fórmula de la esperanza de vida en el momento del nacimiento. Este cálculo resulta correcto dado que partimos de una población estacionaria, en la cual la vida media o esperanza de vida en el nacimiento y la vida mediana o duración probable de la vida, son iguales.

Como vemos, además de la lógica y la combinatoria, también la aritmética y la probabilidad se pueden aplicar a la política y a la economía en temas como los estudios de población y las condiciones de vida de la misma. Las rentas y seguros, así como la protección de los más pobres mediante Montes de Piedad y otras instituciones, son analizados y propuestos por Leibniz a los poderosos de su tiempo.

En cuanto a las tablas de mortalidad utilizadas para calcular las rentas, aunque eran generalmente datos reservados, podemos suponer que proporcionaban un conocimiento muy aproximado de la esperanza de vida, pues observamos que John Graunt, que señalaba la ne-



cesidad de conocer, para cada año, el número de los miembros de la población, su género y la edad que tenían al morir, sin embargo no pudo contar para sus cálculos ni con la edad en el momento de la muerte, ni con el número de los habitantes de Londres, aunque a pesar de ello consiguió realizar excelentes conjeturas. Los primeros cálculos, que pronto recibieron el acertado nombre de Aritmética Política con William Petty (libro escrito en 1671-2 y publicado póstumamente en 1690), habían sido realizados efectivamente por John Graunt en su famoso libro *Observaciones Naturales y Políticas... realizadas sobre los Boletines de Mortalidad, con referencia al gobierno, religión, comercio, crecimiento, aire, enfermedades y diversos cambios en dicha ciudad*, y se enviaron 50 copias del mismo a la Royal Society en 1661.

Huygens había recibido una copia del libro de Graunt en 1662 y su hermano Ludwig Huygens, que estaba interesado en estos temas, le propuso calcular la esperanza de vida de un recién nacido (o más bien recién concebido) basándose en las tablas de Graunt. Esta esperanza de vida es de hecho la duración media de la vida, pero no la duración probable (o mediana). Como señala Hacking, en nuestros días, debido a la baja mortalidad infantil, ambos conceptos están muy próximos, pero en la época de Graunt la media de edad era de 18,2 años, en cambio la mediana era solamente de 11 años y en todas las familias había muchos hijos que no llegaban a la edad adulta.

Hasta que Graunt publicó su libro, nadie había utilizado los datos que, sin embargo, ya existían en diversos países, aunque estaban reservados para el cálculo de las rentas vitalicias. Su amigo William Petty hizo una reseña del libro de Graunt en el *Journal des Sçavans* de 1666 y además, tras la caída en desgracia de Graunt por su conversión al catolicismo, asumió su papel y publicó numerosos textos sobre lo que llamó *Aritmética Política*.

Como decimos, Graunt supone implícitamente que la proporción de defunciones es uniforme a partir de los 6 años de edad, idea que va a ser adoptada también por los hermanos Huygens y por Leibniz y ésta es una suposición sorprendente pero que, ante las tablas disponibles, resulta razonable, dado que la mortalidad infantil era terrible en los primeros años de la vida.

Petty sin embargo rechazaba la hipótesis de Graunt de que la tasa de mortalidad es uniforme y suponía que después de los 16 años aumenta con la edad. Para disponer de unos datos estadísticos buenos acerca de los fallecimientos por edades hubo que esperar a Neumann en 1692, para la ciudad de Breslau y a Maitland en 1739 para la de Londres.

Debemos recordar que, según los cálculos actuales, *The life expectancy*, esperanza de vida al nacer, es una estimación del promedio de años que vivirá un grupo de personas nacidas el mismo año, si los movimientos en la *Mortality Rate* de la región evaluada se mantuvieran constantes. Es uno de los indicadores de la calidad de vida más comunes, aunque resulta difícil de medir. Algunos economistas han propuesto usarlo para medir el *Retorno de la Inversión* en el *Capital Humano* de una región para organismos o instituciones internacionales.

The *Mortality Rate*, o *Death Rate*, es una medida del número de muertes (en general o debido a una causa específica) en una población particular, puesta a la escala del tamaño de esa población, por unidad de tiempo. La Tasa de Mortalidad se expresa típicamente en uni-

dades de muertos por cada 1.000 individuos por año; así, una tasa de mortalidad de 9.5 (por cada 1,000) en una población de 1,000 significará 9.5 muertes por año en esa entera población, o del 0,95% del total. Es distinto de la “morbilidad”, un término utilizado para referirse a la prevalencia o incidencia de una enfermedad.

Leibniz propone 56 categorías para evaluar a un Estado desde este punto de vista, entre las que se encuentran ya las más importantes de las actualmente manejadas. El estado prusiano comenzó a aplicar estas ideas a partir del *memorandum* de Leibniz presentado en 1700 al príncipe Federico de Prusia, pero en 1733 estos datos se consideraron secreto de estado y se prohibió su publicación. No había que revelar tanta información a los enemigos.

Leibniz hace, en el texto: *Essay de quelques raisonnements nouveaux sur la vie humaine* / *Neue Überlegungen über das menschliche Leben* (1680-83), una analogía entre las tiradas de un dado y la mortalidad humana, introduciendo así la hipótesis de equiprobabilidad de todos los fallecimientos. Establece los límites de la vida humana, utilizando los comentarios de la Biblia, entre setenta y ochenta años. La hipótesis de trabajo, que todos los hombres poseen una vitalidad semejante y que todos los años de la vida son igualmente fatales, es por lo tanto una hipótesis de tipo probabilista, una esperanza matemática. El conjunto de casos (igualmente) posibles es 81. Evidentemente, al pasar los años, la probabilidad de morir aumenta, pero Leibniz supone que de 81 personas y con una edad límite de 81 años, sólo una morirá a cada edad. La longitud media de la vida humana es lo que Leibniz llama *vida futura media y presuntiva*, y el valor que encuentra para la esperanza de vida es de 40 años. En función de las hipótesis utilizadas, la vida media y la vida probable son idénticas.

Para él esta investigación podía tener una utilidad considerable en la política; por un lado para hacer un juicio de la fuerza del estado y del número de personas vivas respecto al número de muertos, que se podía ver en las listas de los registros mortuorios que era costumbre realizar al final de cada año, y por otro lado, para estimar la longitud (duración) media de la vida de una persona, con el fin de dar su justo valor a las rentas vitalicias que, como subrayaba Leibniz, son de una gran utilidad en el estado. Como consecuencia de estas ideas, preconizaba la creación de una Oficina Central de Registro de los bautizos, matrimonios y entierros.

De hecho, Leibniz está utilizando la fórmula de la esperanza de vida en el momento del nacimiento. Este cálculo resulta correcto, dado que partimos de una población estacionaria en la cual la vida media o esperanza de vida en el nacimiento y la vida mediana o duración probable de la vida, son iguales. De esta forma tenemos un esbozo de la intensa actividad de Leibniz referente a estas teorías matemáticas, aunque en el total de su obra no representen una parte muy grande. Pero eso realmente en el caso de Leibniz, cuya obra es monumental, no tiene gran importancia.

Por otro lado, aunque los cálculos efectivos de Leibniz respecto al tema de la demografía y de los seguros no son reconocidos por todos los historiadores, no cabe duda de que su presencia es determinante para el desarrollo de gran parte de estas teorías, sus aportaciones teóricas a estas ramas de la que podríamos llamar “matemática aplicada” no son en absoluto desdeñables.

## 6. LAS RENTAS VITALICIAS Y OTRAS PENSIONES PERSONALES. LOS SEGUROS

Leibniz comenta en el texto *De redivibus ad vitam aliisque pensionibus singularibus, specimen inquisitionis Mathematicae in negotio politico*. (1680), algunos puntos de interés acerca del origen y de la situación actual de estas rentas. Otros textos de este mismo año tratan de rentas de diverso tipo, seguros y pensiones.

Evidentemente, los cálculos de las rentas vitalicias o de las rentas de una duración determinada están estrechamente ligados a las consideraciones de la esperanza de vida de la población. Medias y esperanzas matemáticas son de rigor, así como la probabilidad, que Leibniz llamaba “*apariencia*”, y también cobran importancia los intereses legalmente regulados, como se comenta por ejemplo en el escrito *De Interusurio* (1680-3), comentando el derecho sajón, y efectuando numerosos cálculos, para los préstamos a diversos años y las condiciones de devolución de los mismos. Los estados sacan un gran partido de esas operaciones y por lo tanto Leibniz subraya la necesidad de tener disponibles unos cálculos muy bien estudiados para obtener el mayor beneficio posible respetando las reglas de justicia y equidad que siempre defendía.

Para ello, comienza revisando la situación actual y los precedentes, no solamente en Alemania, sino también en otros países europeos. El cálculo de estas instituciones comerciales, siempre reguladas por la ley, es bastante complicado y por esa razón, es necesario documentarse y tratar de perfeccionar los cálculos para estimar los gastos y beneficios que se pueden obtener.

Comienza pues mencionando: “Las rentas llamadas de por vida o pensiones vitalicias, en alemán *leibrenten* y en francés *rentes à vie, pension viagère*”, que son conceptos relativamente recientes. No obstante, dice: “hace largo tiempo que, siguiendo el ejemplo de la contabilidad, de la banca pública, de los montes de piedad y de otras instituciones comerciales análogas, estas rentas fueron inventadas inicialmente por los italianos y luego desarrolladas por los holandeses”.

Las rentas ordinarias perpetuas (las rentas ordinarias son perpetuas por su origen, ya que sólo la denuncia del contrato puede ponerles un término), denominadas en inglés *lease* y en holandés *losrenten*, han sido establecidas en primer lugar por los lasianos. Estos campesinos libres han recibido de su antiguo señor un arrendamiento enfitéutico, es decir, la concesión perpetua de un terreno bajo la condición de un pago anual perpetuo determinado; de hecho, esas rentas sobrepasan la vida humana y se prolongan a lo largo de numerosos siglos, sobre todo cuando se incorporan a un bien raíz u otro bien inmueble y son establecidas en una comarca que todavía no ha sufrido revoluciones frecuentes.

Las rentas también pueden pertenecer a este tipo de contratos, aunque inventariadas entre los bienes inmobiliarios, a partir del momento en que son adquiridas por una suma fija. En principio son indefinidas, aunque luego puedan terminar accidentalmente, sea a causa de la ruina o por ruptura del compromiso por parte de un vendedor que se reservó el derecho de recomprarlas.

Leibniz las define de esta manera:

Hay dos modos de consumir los bienes propios, el primero cuando alguien convierte en dinero o en alimentos precisos para la existencia aquellos bienes que posee, además de sus bienes mobiliarios, para continuar viviendo; el segundo cuando confía sus bienes o su dinero a un tercero bajo la condición de recibir alimentos indefinidamente o una pensión anual que se tiene que prolongar hasta que termine su existencia.

Leibniz estudia las muy numerosas variantes que este tipo de rentas pueden presentar y dedica muchas reflexiones y cálculos al tema, que se enumeran en gran parte en los textos que se mencionan en la bibliografía. Subraya además que estos procedimientos pueden implicar a las ciudades, y también a los imperios, los reinos y las provincias, así como las iglesias, los órdenes religiosos o militares, los monasterios y las grandes sociedades (*“como la Sociedad Holandesa de las Indias Orientales, cuyo privilegio se renovaba antes anualmente, y por ello tenía una existencia precaria, pero que ahora respira con mayor libertad”*). Pero también consideraba a las familias, y no sólo las familias patricias o nobles, fundadas en base a una prerrogativa de administración civil o a una encomienda militar, sino también a todas las que están basadas en recursos estables.

Evidentemente, el cálculo de esas rentas vitalicias debía tener muy en cuenta lo que él llama “vida presuntiva” de un grupo de hombres. Ésta es la aportación de Leibniz a la cuestión, basada en la esperanza matemática de vida. También subraya la importancia de definir y fijar el interés como renta del dinero, que ha de estar adaptado a las necesidades de las transacciones comerciales e industriales. Y a la eventual amortización de dichas rentas.

Como vemos, el componente matemático de estas rentas es muy importante y contiene los cálculos del interés simple y compuesto, de las probabilidades estimadas matemáticamente etc., que le obligan a remitirse a los cálculos anteriores de mortalidad y esperanza de vida y a la interpretación y los razonamientos que se han de aplicar al sistema de las leyes.

No menos interesante es aquí el tema de la creación y pertenencia a ciertas compañías a las que la gente se podría incorporar con la intención de invertir su fortuna con el mínimo riesgo posible, en lugar de tenerlo depositado en alguna caja fuerte. Las denominadas por Leibniz *Compagnies du Bonheur*. En este caso, entra en detalles acerca de las cantidades de dinero que debe aportar cada asociado, el papel del rey, las cajas de reserva y otros puntos estatutarios.

Por otra parte, una de las fuentes de ingresos de los estados, sobre todo en la época actual, se dirige hacia las personas que no poseen un capital suficiente para invertir o bien que prefieren correr riesgos con la esperanza de fuertes ganancias. Son las loterías, que ya tenían mucha aceptación en Holanda e Inglaterra y que empezaban a ser reguladas por la ley.

Una práctica que ya se realizaba en la época es lo que los franceses llamaban una *Tontine*, que proviene al parecer de un cierto Abé Donti, de la época de Mazarino y que proponía un híbrido entre el azar y la inversión en función de la edad de los inversores. Consiste todavía en poner un fondo entre varias personas para repartirlo en un momento dado, con sus intereses, solamente entre los asociados que han sobrevivido. Aunque su legalidad ha sido últimamente contestada.

## 7. DEL ESTABLECIMIENTO DE LOS MONTES DE PIEDAD

Leibniz hace un alegato a favor de la constitución y protección oficial de los Montes de Piedad, oficinas en las que los pobres pudieran empeñar sus pertenencias, recuperándolas con un módico interés, reservado para la conservación y gastos del propio Monte. Cita numerosas obras del derecho canónico y los ejemplos de otros países que ya habían establecido estos centros, que tendrían una larga vida como instituciones del estado antes de pasar a ser establecimientos privados en casi todo el mundo, y que en principio no actúan con ánimo de lucro:

Dice Leibniz: “Se les llama Montes de Piedad porque su objetivo es la abolición de la usura”. Como decimos al principio, son lugares en los que se pueden empeñar los bienes y recuperarlos eventualmente con un interés que no esté por encima del tipo principal, el que sea necesario para la indemnidad del Monte y para proveer a los gastos requeridos para su mantenimiento. En caso de no ser recuperados esos bienes, podrían pasar a pública subasta.

Estos Montes en principio estaban fundados mediante donaciones piadosas y gratuitas o también con dineros tomados en préstamos y puestos en renta. Su objetivo era en principio “remediar la pobreza o incomodidad del pueblo devorado por los usureros o lombardos, que estaban excomulgados y sin embargo eran soportados por necesidad”. El problema de los intereses abusivos era general en la sociedad.

Cita Leibniz en sus papeles numerosos autores que aprobaron los Montes de Piedad en sus escritos, proporcionando con toda exactitud los textos que se pueden consultar. Asimismo, menciona otros países como España, Italia o Flandes que han establecido dichas instituciones. Rebate además Leibniz varias de las posibles objeciones que se planteaban contra la creación o mantenimiento de estos Montes de Piedad, mostrando su absoluta aprobación de los mismos, y rebatiendo también diversas objeciones que se le hacían a estos organismos desde el punto de vista de los que podríamos llamar poderes económicos:

Se dice que los Montes impedirían el comercio porque las personas encontrarían ahí un medio mejor de emplear su dinero. Pero es como si se dijese que la lluvia secaría la nube. Los particulares que puedan encontrar dinero y no estén arruinados por la usura estarán mejor situados para ganarse la vida; la pobreza impide a la gente hacer bien las cosas.

Algunos de los objetores partían del punto de vista contrario, tratando de eliminar la usura diciendo que era desorbitada o inmoral “pero ¿cuál es el medio de exterminarla sin aportar un remedio? Es como decirle a un enfermo: “esté usted bien”. La constitución de las rentas sólo se consigue tras largos periodos de tiempo y la obligación de no sacar provecho de ellas las hace difíciles. Lo que es voluntario, como el interés que se paga a esos montes, es mucho más inocente”.

## 8. BIBLIOTECAS Y SOCIEDADES CIENTÍFICAS. LA CIENCIA GENERAL

El proyecto de establecer, a niveles nacionales o estatales, organismos públicos como las Bibliotecas y las Sociedades Científicas, es una de las iniciativas más queridas por Leibniz. Muchos de sus escritos se dedican a establecer los temas que deberían estar a disposición en

las bibliotecas nacionales al más alto nivel. Dichos temas abarcan tanto las artes como las ciencias, así como los aspectos jurídicos y legales y las instituciones políticas.

Encontramos, desde 1667, escritos agrupados en la AA. IV, bajo el epígrafe X titulado *Künste und Wissenschaften, Arte y Ciencia*, núms. 42 a 48. Entre ellos, uno de los primeros escritos que podemos consultar es *Bedenken von Aufrichtung einer Akademie oder Societät*, de 1671, Consideraciones sobre la Organización de una Academia o Sociedad, en las que repasa numerosos datos de otros países como Italia, Francia e Inglaterra, que ya establecieron instituciones semejantes. También encontramos otros diversos escritos sobre sociedades, como el titulado *Societas Philadelphica*, con sus características legales y organizativas, en torno a 1669; la *Societas Confessionum Conciliatrix*, sociedad para conciliar las confesiones religiosas, en 1671; *Societät und Wirtschaft, Sociedad y Economía*, y la “*Rélation de l'état présent de La République des Lettres*, Estado presente de la República de las Letras, en 1671, entre otros.

Más tarde se pueden seguir encontrando escritos acerca de estos temas. Uno de ellos, titulado *Einrichtung einer Bibliothek, el Enriquecimiento de una Biblioteca*, de 1680, comienza exponiendo sus puntos de vista generales, que dicen así: “*Una biblioteca debe ser un inventario general, un alivio para la memoria y una detallada explicación de los menores aspectos de todas las artes, ciencias y actividades, en la cual cada profesión pudiera encontrar posibilidades de perfeccionamiento*”. Se trataba prácticamente de una enciclopedia o ciencia universal, que era otra de sus más queridas aspiraciones, establecida materialmente en un lugar público. Por supuesto se incluirían aquí aspectos políticos, legales y también económicos.

Enumera asimismo los aspectos y sectores sociales y organizativos como la policía, la milicia, sin olvidar lo que llama *les affaires du temps*, es decir la historia política de los diversos países, orígenes de sus familias, mapas, tratados etc. que deberían también estar disponibles en las bibliotecas.

Y no deja de mencionar los libros de medicina, aunque lamenta que muchos médicos mantienen en secreto sus procedimientos, y tampoco las matemáticas y la química. Reconoce que los libros de esta biblioteca no son para ser leídos, pues únicamente deben servir de inventario, de archivo.

En 1697, encontramos unas reflexiones dedicadas a los soberanos y otros grandes monarcas como el de la China, los tártaros o los Abisinios, pero especialmente al Zar Pedro Alexiewicz, basándose en la historia política de ese reino; pero en esta ocasión afirma que no quiere hablar del Estado, la Guerra el Comercio y la Navegación, sino sobre algo mucho más importante para todos esos puntos, como el avance de las Ciencias y las Artes.

No solamente tiene el convencimiento de la conveniencia para cualquier estado de promover estas actividades, sino que también ha pensado en los pasos que se deben seguir para implantarlas en Rusia: (1) Formar una Institución General para las Ciencias y las Artes. (2) Atraer extranjeros eminentes (3) Hacer venir del extranjero los objetos que lo merezcan. (4) Hacer viajar a los delegados con las precauciones que sean convenientes. (5) Instruir a los pueblos en sus regiones. (6) Establecer informaciones exactas acerca del país, para conocer sus necesidades. (7) Proporcionarles lo que les falte.

Uno de los proyectos más desarrollados por Leibniz fue la Sociedad de Ciencias de Berlín, y participó en su puesta en marcha. El texto más extenso sobre ella es la Instrucción General, *General Instruction der Chur Brandenburgischen Societaet der Wissenschaften*. Compuesta entre junio y julio de 1700, que fue fundada oficialmente el 11 de julio de 1700. Leibniz estaba en Berlín y asistió a la boda entre Friedrichs von Hessen-Kassel y Luise Dorothea Sophie von Brandenburg. Leibniz fue nombrado director de la Academia, aunque sin paga... Desde Berlín escribía a la princesa Sofía de Hannover acerca de esta boda y de la Academia que tanto le importaba y la princesa comentaba con ironía su ausencia de remuneración.

En ese mismo paquete de documentos aparece la *Note sur le Renouvellement de L'Académie des Sciences de Paris*. (1699), estudios acerca de la *Académie des Sciences de Paris*, donde menciona a Colbert como quien presidió su establecimiento en 1666.

## 9. CONCLUSIONES

Estas pocas muestras de las preocupaciones de Leibniz acerca de las posibilidades de organizar desde el ámbito de la política las cuestiones económicas y sociales, nos dan una idea de la claridad de sus análisis y de su posición avanzada para su tiempo y sus frecuentes intentos de modernizar el estado convenciendo a los príncipes alemanes a los que servía.

Bajo una rúbrica diferente se pueden descubrir algunas consideraciones sobre actividades recreativas más o menos oficiales, como el caso del texto: *Seria ex Ludo*, dirigido al káiser Leopoldo I, "Otro concepto de una Casa de Juegos, de la cual derive un banco y de ese modo tanto sus socios como el público consigan ganancias".

No menos interesante es el texto titulado: *Discussion d'une Question utile et curieuse* (1687), "A saber, si hay que admitir la introducción de los instrumentos que abrevien el trabajo y por medio de los cuales un solo hombre puede hacer tanto como varios de ellos". Se refiere a las máquinas y útiles de la época, pero no cabe duda, estamos en una discusión muy actual. Por supuesto, Leibniz se declara a favor de las máquinas que faciliten el trabajo.

Y como compendio de las inquietudes de Leibniz respecto a la consideración de todas las ramas posibles del conocimiento, se podría observar el texto *Drôle de pensée*, escrito en 1675, como una elucubración privada y que, desde un punto de vista actual, se aproxima al concepto de parque de atracciones, en el sentido de que se ofrece a todos los ciudadanos y pretende satisfacer todas sus inquietudes, deseos de conocimiento y de disfrute, pero un parque que abarcaría todas las posibilidades tanto lúdicas como intelectuales, un poco como precedente de sus bibliotecas nacionales y sociedades científicas que proyectaría más tarde. Tras contemplar una representación que se hizo en París en septiembre de 1675, en la rivera del Sena, se le ocurre la idea de crear otras representaciones mucho más espectaculares y amplias en todos los ámbitos, no solamente en los recreativos sino también en los artísticos y científicos, en las cuales participarían como personal contratado no solo pintores, escultores, carpinteros o relojeros, sino también matemáticos, arquitectos, ingenieros, músicos, poetas, librerías, tipógrafos, grabadores y muchos otros. Sería algo parecido a un gran museo de la ciencia interactivo, como lo son en la actualidad muchos de ellos. Pone mucho énfasis en los espectáculos lumi-



nosos, observaciones de los astros, linternas mágicas, laboratorios y teatros anatómicos, etc. etc. Sin olvidar las experiencias científicas, menciona el teatro, las marionetas e incluso la ópera y reserva un lugar importante para los juegos. Pretende atraer al público en general, incluidas las mujeres. En este proyecto imaginario se nos revela la forma de pensar de Leibniz, que no renuncia a reunir todos los conocimientos y actividades, lúdicas o no, en cualquier actividad humana y que, entre otras cosas, serviría para el avance de las ciencias. Por supuesto nunca se organizó este macro espectáculo popular, pero nos da una idea de lo que para Leibniz habría sido un mundo mejor.

## BIBLIOGRAFÍA

- ANTOGNAZZA, María Rosa (2009) *Leibniz. An Intellectual Biography*, Cambridge U.P.
- BERNOULLI, Johan (1713) N. Bernoulli (ed.). *Ars Conjectandi*, Bâle, Gebt.Thurneisen. Reediting Bruxelles, Culture et Civilisation, 1968. Reproduced in *Die Werke*, tome 3: Bâle, Birkhäuser, 1975. pp. 107-286.
- GRAUNT, John (1662) *Natural and Political observations mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality*, London, Ed. W.F. Wilcox. Baltimore, 1939. Also reed. in Petty (1899), vol. II. Harvard U. Press.
- HACKING, Ian (1975) *The emergence of Probability*, Cambridge U.P., 1975.
- HACKING, Ian (1990) *The Taming of Chance*, Cambridge U.P., 1990.
- HALLEY, Edmond (1690-1) "An estimate of the degree of mortality of mankind, drawn from curious tables of births and funerals at the city of Breslau: with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives". In, *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 17, 596-610; 654-6.
- HUYGENS (Hugenius), Christiaan (1657) *De ratiociniis in ludo alea*, in *Oeuvres Complètes*, ed. D. Bierens de Haan et a., Nijhoff, La Haya, 22 Vols., 1888-1950. Société Hollandaise des Sciences. XIV, pp. 1-179,
- HUYGENS (Hugenius), Christiaan (1654) *De circuli magnitudine inventa*, In *Oeuvres*, 12, 65.
- HUYGENS (Hugenius), Christiaan (1673) *Horologium oscillatorium*, Leiden.
- KNOBLOCH, Eberhard (1972) "Die entscheidende Abhandlung von Leibniz zur Theorie linearer Gleichungssysteme", *Studia Leibnitiana* 4 ,163-180.
- KNOBLOCH, Eberhard (1973) "Die mathematischen Studien von G.W. Leibniz zur Kombinatorik", *Studia Leibnitiana Supplementa*, Band XI, F. Steiner Verlag, Wiesbaden.
- KNOBLOCH, Eberhard (1974) "The mathematical studies of G.W. Leibniz on combinatorics", in *Historia Mathematica*, 409-430.
- KNOBLOCH, Eberhard (1976) "G.W. Leibniz. Die mathematischen Studien zur Kombinatorik. Textband", (*Stud. Leibn. Suppl.* Band. XVI).
- KNOBLOCH, Eberhard (2000) *G.W. Leibniz, Hauptschriften zur Versicherungsmathematik*, (hrsg. v. E. Knobloch und J. Matthias Graf von der Schulenburg), A. Preussische Akademie der Wissenschaften, DDR: Akademie Verlag. Berlin.
- LANSIUS (LANSS), Thomas. *Orationes seu consultatio de principatu inter provincias Europae*, Tübingen, 1613.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1663-67) *Disputatio juridica de conditionibus* Lipsae, Typis Johannis Wittigau.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1663) *Disputatio Inauguralis De casibus perplexis in Jure* 1666, Altdorf: Typis Viduae Georg I Hagen Universitatis Typogr.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. *Specimen Certitudinis seu Demonstrationum in jure exhibitum in Doctrina Conditionum* de 1663-7, AA.IV, 1, 369, ss.



- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1666) *Dissertatio De Arte Combinatoria*. AA, VI, Philosophische chriften, I. (1663-1672), 165-230.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1667-76) *Künste und Wissens-* BERNOULLI, Nicolas (14 juillet 1709): *Dissertatio Inauguralis Mathematico-Juridica de Usu Artis Conjectandi in Jure*, Basel.
- COUMET, Ernest (1968) "Un texte du XVIIe siècle sur les cadenas à combinaison", In *Mathématiques et sciences humaines*, 22, 33-37.
- DUPAQUIER, Jacques (1996) *Invention de la Table de Mortalité*, Paris, PUF.
- haften, AA. IV. 1. X. Nums. 42-48.
- DUPAQUIER, Jacques (1669) *Specimen Demonstrationum Politicarum Pro Eligendo Rege Polonorum*. AA IV. I. n°1. 3-98.
- DUPAQUIER, Jacques (1674) *De Tonti et de la Tontine*, AA. IV. Vi, 107.
- DUPAQUIER, Jacques (1679) *Bedenken von Aufrichtung einer Akademie oder Societät*. AA IV.I. n°44.
- DUPAQUIER, Jacques (1675) *Drôle de Pensée*. AA. IV .I. 49.
- DUPAQUIER, Jacques (1676) *Remarques considérables sur la Jurisprudence*. AA IV. I. n° 51. 572-7.
- DUPAQUIER, Jacques (1676) *Copie annotée du Statut d'une Compagnie du Bonheur*. AA IV. VI. n° 646.
- DUPAQUIER, Jacques (1680) *De re ditibus ad vitam aliisque pensionibus singularibus, specimen inquisitionis Mathematicae in negotio politico*. A. IV. III, 439-446. Y también los escritos de este mismo año, n° 49 a 54.
- DUPAQUIER, Jacques (1680) *Einrichtung einer Bibliothek*. AAIV III. 30.
- DUPAQUIER, Jacques (1680-1683) *Essay de quelques raisonnements nouveaux sur la vie humaine/ Neue Überlegungen über das menschliche Leben*. A. (2000). 428-45. En francés y alemán. También AA IV. 3. 57. y 62. Y en IV. iv. el Suplemento VII. *Statistik, Lebensversicherungen, Renten*. En alemán y latín
- DUPAQUIER, Jacques (1683) "G.G.L. Meditatio Juridico-Mathematica de Interusurio simplice", *Act. Erud.*, m. Oct., 425-32. También AA IV.III. 59.
- DUPAQUIER, Jacques (1688-9) *Seria ex Ludo*. AA. IV. iv, 12. Bajo el epígrafe I.: Politik Kaiser Leopolds I.
- DUPAQUIER, Jacques (1691) "Sur Du Praissac, La Méthode Pour Résoudre Facilement Toute Question Militaire Proposée". *Acta Eruditorum*.
- DUPAQUIER, Jacques (1697) *Sur l'avancement des sciences et des Arts en Russie*. AA. IV. 6. N°40
- DUPAQUIER, Jacques (1700) AA IV. viii. VI. / VI. Bibliothek, Literatur, Sozietät, Bildung. Donde se recogen los textos acerca de la Academia de Berlín y otros relacionados.
- MOIVRE, Abraham de (1725) *Annuities upon Lives*, London. Existe una segunda edición, corregida, (1730). London and Dublin.
- MORA CHARLES, Mary Sol de (1989) "Premières applications des Mathématiques à la décision de quelques problèmes religieux et éthiques" in *Science and Religion*, A. Bäumer & M. Büttner (eds.), Bochum.
- MORA CHARLES, Mary Sol de (2014-2015) (Ed.) *Escritos Matemáticos de Leibniz*. Sociedad Española Leibniz. Proyecto Leibniz en español. Vols 7A, 7B. Granada, Comares.
- PARMENTIER, Marc (1995) *L'estime des apparences*, VRIN, Paris. French-Latin edition.
- PEARSON, Karl (1978) *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*, London, Griffin, 1978. Sus cursos impartidos entre 1921-1933.
- PETTY, William (1666) "Review of Graunt..." In *Le Journal des Sçavans*, 2, aout 359-70.
- PETTY, William (1683) *Another Essay in Political Arithmetic, concerning the Growth of the City of London*, London.
- WITT, Jan de (1671) *Waerdye van hof-renten naer proportie van los-renten*, La Haya, S'Gravenhague.