

Una metodología Geo-Econométrica para la valoración inmobiliaria

Rafael CANO GUERVÓS & Jorge CHICA OLMO

Profesores Titulares del Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa. Universidad de Granada

RESUMEN: En este artículo se expone una metodología para estimar sobre el plano de una ciudad el precio de la vivienda. La metodología combina elementos propios de la Geoestadística (como es el método de Krigeaje) con los de la Econometría (cual es el método de Regresión). Del engarce de ambos métodos nace lo que podemos denominar como geo-econometría. Una modalidad de Krigeaje denominada Krigeaje Residual Iterativo ha sido adaptada para realizar valoraciones de los bienes urbanos. A modo de ejemplo, en el trabajo se recoge la aplicación de la metodología para estimar el precio de la vivienda en Granada capital.

Descriptores: Precios de la vivienda, Valoraciones, Econometría, Análisis estadístico, Krigeaje.

I. INTRODUCCIÓN

El acceso a la vivienda es un derecho consagrado en el artículo 47 de nuestra carta magna. Sin embargo, su ejercicio efectivo plantea enormes problemas a buena parte de las familias, pues las que se encuentran en la tesitura de adquirirla destinan a esta finalidad en torno a la mitad de su renta disponible (*vide* CONSEJO ECONÓMICO Y SOCIAL, 2003). El análisis del problema puede hacerse, al menos, desde un doble enfoque: el de la renta familiar (demanda) y el del precio de la vivienda (oferta), siendo este último el enfoque que adopta nuestro trabajo. El problema del precio de la vivienda es una cuestión que suscita continuos debates en los medios de comunicación, en los foros políticos y, también, en los círculos científicos ocupados del análisis de la realidad socioeconómica de nuestro país. No obstante, las aportaciones que se han hecho desde el ámbito de las ciencias económicas cuantitativas son generalmente

poco conocidas. Para contribuir a rellenar tal vacío, este trabajo pretende dar a conocer ciertos avances metodológicos que pueden contribuir a aumentar la precisión y la objetividad de las predicciones sobre el precio de la vivienda. Este estudio analiza el mercado de la vivienda desde el punto de vista del precio de oferta de la vivienda por lo que no se han considerado variables de demanda como la renta familiar, la estructura de la población, la tasa de paro, etc.

Siguiendo a DERYCKE (1983) las características que influyen en el precio de los bienes inmuebles se clasifican en constructivas, localizativas y generales. Dentro de las características generales se consideran entre otras el tamaño de la ciudad, el crecimiento urbano, conjuntura económica y factores institucionales. Cuando el análisis se circunscribe al estudio del precio de este tipo de bienes de forma estática y para una determinada ciudad, que es el caso de este trabajo, decae la importancia de estos factores generales. Así, en este artículo se contempla la hipótesis de que el precio de la vivienda está condicionado fundamentalmente por dos tipos de características: constructivas y

localizativas. A partir de esta hipótesis se plantea la estimación sobre el plano urbano del precio de la vivienda, a través de una metodología que necesariamente debe tener en cuenta la influencia de ambos tipos de características. Para lograrlo, la metodología combina dos métodos estadísticos. Por un lado, el método de Krigeaje (*vide* KRIGE, 1951 y MATHERON, 1965), cuyo origen se encuentra en el ámbito de la Geoestadística, y que ha sido adaptado para estimar variables económicas (*vide* CHICA, 1991) y en particular el precio de la vivienda (*vide* CHICA, 1992). Y, por otro lado, el método de regresión, ampliamente conocido, en cuyo desarrollo ha sido protagonista la Econometría, y que es utilizado para estimar la influencia de las características constructivas sobre el precio de la vivienda. El engarce de ambos métodos ha dado como uno de sus frutos la metodología denominada Krigeaje Residual Iterativo (en adelante, KRI) (*vide* HANHAM & *al.* 1984; NEUMAN & *al.* 1984), que ha sido convenientemente adaptada para que pueda resultar útil en el ámbito de la valoración y la tasación inmobiliaria, tanto en nuestro país (*vide* CHICA, 1995) como fuera de él (*vide* DUBIN, 1992; BASU & *al.* 1998).

En un mercado tan competitivo como el de la valoración, en el que la disponibilidad de información suele ser tan dificultosa como determinante en el informe final, consideramos particularmente atractiva la metodología propuesta. En primer lugar, porque su aplicación requiere de la información que se encuentra disponible para los tasadores (el precio o el valor tasado de una muestra de viviendas, algunas características constructivas de la mismas y sus ubicaciones en el plano). En segundo lugar, porque la metodología puede conferirle mayor objetividad a las tasaciones inmobiliarias, que pecan en ocasiones de excesiva carga subjetiva, sobre todo en lo que se refiere a la estimación del peso que tienen las características localizativas sobre el precio de la vivienda. Es destacable asimismo que la metodología propuesta no sólo permite la valoración individualizada de una vivienda en particular, sino que también puede ser implementada para llevar a cabo valoraciones masivas de viviendas, lo cual la configura como una eficaz herramienta para las administraciones públicas que realizan esta labor.

En las siguientes líneas delimitamos el sentido que vamos a asignar a algunos conceptos del proceso de valoración inmobiliaria (*vide* ROCA, 1987) que van a ser contemplados en este trabajo. El objetivo final del trabajo coincide con el de la tasación inmobiliaria, esto es, la estimación del valor de cambio o valor de mercado de un bien inmobiliario, entendido como la cuantía de dinero con que se retribuye la mercancía inmobiliaria en el mercado. Por tanto, no se pretende la estimación del valor de uso que podría tener el bien para la colectividad, que, como es sabido, sólo coincidiría con el valor de mercado cuando el funcionamiento del mercado inmobiliario fuera transparente, competitivo, y no se viera afectado por prácticas especuladoras o monopolísticas. Puesto que el mercado inmobiliario se caracteriza por todo lo contrario (opacidad y fuerte componente especulativa y monopolística), la coincidencia entre ambos valores es inusual.

Entendemos que el valor de mercado que se pretende estimar es realmente una estimación del precio más probable del bien en un mercado con funcionamiento «normal», en el sentido de habitual o más frecuente, regido por el comportamiento racional de oferentes y demandantes (aunque no necesariamente tiene por qué ser un mercado perfecto). No se pretende estimar el precio real de enajenación del bien, entendido como la cantidad de dinero que un determinado comprador ha entregado a un determinado vendedor en una transacción sujeta a condiciones muy específicas. La coincidencia entre el valor de mercado que se pretende estimar y el precio de enajenación sólo se produciría teóricamente en condiciones de funcionamiento perfecto del mercado. Esta coincidencia es altamente improbable teniendo en cuenta que en todo mercado hay cierta dosis de imperfección y que en el inmobiliario esta dosis es elevada.

El valor de mercado o precio más probable que se pretende estimar tampoco coincide con el coste en el que se ha incurrido para la obtención del inmueble. Ciertamente, de los dos grandes componentes del valor del inmueble (construcción más localización) el valor de la construcción viene determinado por su coste de ejecución material, en cuanto output del sector industrial de la construcción, siendo teóricamente

independiente de la localización. Pero el valor de la localización del solar no está determinado por los costes de urbanización que le son imputables, sino que depende críticamente de la localización diferenciada y exclusiva del inmueble dentro de la estructura urbana. Así, las rentas o beneficios asignables a la localización surgen por el hecho de que el suelo es único, irreproducible competitivamente y, en consecuencia, escaso por definición. Incluso, suponiendo que el propietario del suelo no se mueva por intereses especulativos, la institución de la propiedad privada sobre este bien escaso crea un desequilibrio entre una oferta rígida y su demanda. Ello implica la aparición de un precio de monopolio, desvinculado del verdadero coste de producción del inmueble. A consecuencia de ello, los precios de los inmuebles normalmente se sitúan cerca del máximo que están dispuestos a pagar los potenciales compradores pertenecientes a cada segmento del mercado. En definitiva, la naturaleza monopolística del suelo, de la localización, genera rentas urbanas de localización, que determinan la distribución espacial de los valores de los bienes inmobiliarios en una ciudad.

La metodología desarrollada permite estimar el valor de mercado de la vivienda, así como cada uno de sus componentes: valor de la construcción y de la localización (*vide*, CHICA, 1995; CANO, 1998 y 1999). Ello no obstante, en este trabajo nos centraremos en la estimación del valor de mercado del inmueble, pues los usuarios generalmente demandan techo (esto es, suelo edificado), siendo el mercado del suelo un derivado del mercado originario de los usos urbanos (residencial, terciario o industrial). En este sentido, el análisis de la distribución espacial del precio de la vivienda y del valor de la localización de la misma en una ciudad debe descansar más en el conocimiento del mercado de la vivienda que en el del suelo, pues según este planteamiento el suelo urbano no tendría un valor intrínseco, sino que sería un reflejo de lo que se puede edificar sobre él, tanto desde un punto de vista cuantitativo como cualitativo. En definitiva, el valor del suelo no podría considerarse como algo independiente del valor global del inmueble, sino que aquél está determinado por éste, y no a la inversa.

2. ANTECEDENTES METODOLÓGICOS

La hipótesis de que el precio de la vivienda está condicionado por sus características constructivas y localizativas ha conducido a que en la literatura sobre la materia se hayan especificado modelos de regresión hedónica (es decir, modelos destinados a la valoración de un bien) como el siguiente (*vide* CAN, 1992):

$$Z = \alpha + \sum_{d=1}^D \beta_d C_d + \sum_{j=1}^J \delta_j L_j + u$$

donde:

Z es el precio de la vivienda.

C_d son las características constructivas de la vivienda.

L_j son las características localizativas.

α , β_d y δ_j son los parámetros del modelo de regresión.

u es el término de perturbación aleatoria.

Por medio de estos modelos de regresión se pretende estimar el precio implícito de cada una de las características que determinan el precio de la vivienda, como una medida de la variación que experimentaría el precio de la vivienda a consecuencia de la variación unitaria en cierta característica de la misma. Algunas características constructivas son directamente observables (superficie de la vivienda, antigüedad, número de baños, calefacción, etc.), mientras que otras requieren de una valoración técnica que no plantea grandes problemas para los profesionales (estado de conservación, calidad de los materiales, etc.).

En relación con las características localizativas, es usual diferenciar entre las referidas a la accesibilidad y las características del barrio o entorno (también denominadas medioambientales). Las relacionadas con la accesibilidad se suelen introducir en el modelo recurriendo a la utilización de variables *prox*¹, como la distancia, tiempo o coste del transporte para trasladarse desde la vivienda al centro o subcentros de la ciudad. Las características

¹ En el caso de que cierta variable no sea directamente observable en la realidad, se recurre a la observación y medición de otra u otras relacionadas o próximas (*prox*) a aquélla, pudiendo así especificar en el modelo variables no observables.

del barrio, como son el nivel de servicios públicos y privados, status socioeconómico, amenidad del entorno, etc. se especifican mediante variables *proxi* como número de plazas escolares, de camas hospitalarias, de comercios, ingresos medios, proporción de personas con estudios medios o superiores, proporción de personas en paro, número de delitos por habitante, metros cuadrados de zona verde por habitante, etc.

La utilización de este tipo de modelos conlleva la aparición de ciertos problemas:

- 1) Es ineludible la subjetividad en la que se incurre al seleccionar las variables *proxi* que van a emular a las características localizativas.
- 2) La medida de la accesibilidad plantea dos problemas. El primero es la determinación del los centros o subcentros de la ciudad (*vide* DUBIN & *al.* 1987). El segundo es que en una ciudad cuya estructura fuera multicéntrica, el alejamiento respecto de un subcentro podría conllevar el acercamiento a otro, lo cual podría provocar que los coeficientes del modelo de regresión presentaran signos contrarios a lo que sería esperable (*vide* JACKSON, 1979).
- 3) Se plantea la duda sobre la zona de influencia de las variables localizativas (por ejemplo, por dónde transcurre la frontera que delimita la zona de influencia de un centro escolar o de un centro comercial) y cómo tratar el solapamiento de dichas zonas de influencia.
- 4) Una hipótesis básica en el modelo de regresión clásico es que los coeficientes de las variables son constantes para toda la ciudad. Pero esta hipótesis estaría siendo incumplida si cierta característica localizativa tuviera un radio de influencia diferente en un barrio que en otro, lo cual es muy razonable que ocurra. Esto implicaría la presencia de cambio estructural en el espacio y la inconstancia de los coeficientes de un modelo único para toda la ciudad.
- 5) La más que previsible presencia de autocorrelación o dependencia espacial en los precios de las viviendas y en las perturbaciones del modelo de regresión conlleva que las estimaciones de los coeficientes del modelo sean ineficientes (no tendrían varianza mínima), cuando el ajuste se hace por el método de mínimos cuadrados ordinarios.

La presencia de autocorrelación espacial en los valores de los bienes urbanos implica que éstos dependen de su ubicación sobre el plano. Así, los bienes que se encuentran próximos en el espacio están relacionados entre sí, se influyen entre sí, y tienden a presentar valores similares, pues sus características localizativas son semejantes. A medida que los bienes se encuentran más alejados, van disminuyendo las relaciones de dependencia y de similitud entre sus características y, como consecuencia, entre sus valores. En definitiva, los valores de los bienes urbanos dependen de su localización, pero no tanto de su localización específica, sino de su localización relativa, esto es, de su ubicación respecto de los demás bienes urbanos.

Las causas que explican la presencia de autocorrelación espacial en la formación de los valores de los bienes urbanos son de variada naturaleza (*vide* CHICA, 1994). En las siguientes líneas comentamos algunas de ellas. La proximidad geográfica entre los bienes urbanos facilita el denominado «contagio espacial», provocado por la interacción entre los bienes próximos y por la transmisión de información entre los agentes que intervienen en el mercado inmobiliario. Por ejemplo, para asignar un precio de venta a la vivienda, el vendedor (ya sea el propietario o el intermediario inmobiliario) toma como referencia los precios que conozca de las viviendas cercanas que sean semejantes, por lo que los precios de las viviendas estarán correlacionados entre sí, generando una red de interdependencias entre ellos. En otro orden de cosas, el efecto de atracción-repulsión entre los distintos usos del suelo (por ejemplo la repulsión entre el uso residencial y el industrial, o la atracción entre el uso residencial y el comercial), así como el efecto de atracción-repulsión entre distintos utilizadores del espacio (causante de que el espacio se encuentre jerarquizado por motivos socioeconómicos, raciales, etc.), tienden a concentrar a determinados usos y utilizadores en ciertas zonas de la ciudad. Dicha jerarquización del espacio se refleja en la existencia de barrios de lujo, en los cuales los elevados precios de las viviendas impiden la entrada a las clases sociales de rentas bajas, por lo que éstas, por su parte, tienden a polarizarse en otras zonas.

Los valores de los bienes urbanos presentan dependencia espacial a pequeña

escala y, en determinados casos, también a gran escala. Ello da lugar a otra clasificación adicional de las características localizativas en micro y macrolocalizativas (*vide* DERYCKE, 1983).

La dependencia a pequeña escala se produce en todas las ciudades, de la forma que hemos comentado más arriba: los valores de los bienes urbanos se ven más influenciados por los de los bienes cercanos que por los lejanos y, en consecuencia, los bienes próximos tienden a presentar valores semejantes. Sobre esta tendencia influye el que los bienes próximos se vean afectados de forma similar por los factores microlocalizativos. Éstos se clasifican en físicos (atractivo de la localización, forma y tamaño del solar, etc.), accesibilidad local (a los centros docentes, comerciales, facilidades de transporte, etc.) y variables socioeconómicas del barrio. Estas características explicarían la diferencia entre el valor de un determinado bien urbano y la media de su barrio.

En algunas ciudades los valores inmobiliarios presentan dependencia espacial a gran escala (también denominada deriva o tendencia espacial), la cual se manifiesta en que la media de los valores por barrios no permanece constante, sino que va variando sobre el plano. La existencia de deriva se explica a partir de las características macrolocalizativas, que están referidas al barrio al que pertenece el bien urbano. Se clasifican en accesibilidad al centro y red de transporte, densidad residencial y normativa urbanística. Estos factores explicarían la diferencia entre los valores de los bienes de un determinado barrio y la media de la ciudad.

3. METODOLOGÍA

La presencia de dependencia espacial entre los valores de los bienes urbanos ha conducido a que se cuestione la utilización en exclusiva del modelo de regresión. La alternativa que se propone es la metodología

del KRI como útil instrumento para analizar y estimar espacialmente los valores inmobiliarios.

El énfasis puesto en la inclusión de los aspectos localizativos o espaciales, también obedece a la siguiente razón. Las características constructivas de las edificaciones son reproducibles en distintos lugares del espacio y, teóricamente, ajenas a la localización. Sin embargo, las localizativas son absolutamente dependientes del emplazamiento y, además, difícilmente reproducibles de forma competitiva en el mercado inmobiliario²; por ello, las localizativas ejercen una determinante influencia sobre la formación espacial de los valores inmobiliarios. Puesto que la localización de la vivienda dentro de la estructura urbana, es decir, su localización relativa, es el factor más relevante para explicar la formación espacial de su valor de mercado, es necesario que la metodología de valoración atienda este aspecto, mediante la utilización del estimador espacial de Krigeaje.

A partir de lo expuesto, se puede plantear que el precio de la vivienda depende de tres elementos:

$$Z(s) = C(s) + m(s) + u(s)$$

$Z(s)$ es el precio de la vivienda³ en la localización s , s está determinada por el par de coordenadas cartesianas (x, y) , que sitúan la localización espacial de la vivienda en un plano cartográfico.

$C(s)$ son las características constructivas de la vivienda. Se considera un elemento no aleatorio.

$m(s)$ es la tendencia a gran escala espacial o deriva, y recoge fundamentalmente la influencia de las características macrolocalizativas. Se considera desconocida y no estocástica.

$u(s)$ representa la perturbación aleatoria, con $E[u(s)] = 0$, varianza constante $V[u(s)] = v$ y covarianza $Cov[u(s_i), u(s_j)] = v_{ij}$ para $i \neq j$. Las perturbaciones, además de recoger el aspecto puramente aleatorio, reflejan la influencia de las características microlocalizativas, por lo que

² La dotación de servicios públicos docentes, sanitarios, recreativos, el atractivo del entorno, el status socioeconómico del barrio, u otro tipo de características, no resultan fácilmente trasladables a otro entorno, pues son el resultado de causas naturales, pero también de causas sociales y económicas que han venido operando históricamente a lo largo de generaciones.

³ $Z(s)$ es una variable aleatoria; al conjunto de realizaciones que se obtienen al variar la localización s en el interior de la ciudad se denomina variable regionalizada. Esta se caracteriza porque en su distribución espacial presenta una componente aleatoria y una componente estructural de autocorrelación espacial.

se supone que presenta autocorrelación espacial a pequeña escala.

$m(s)$ y $u(s)$ recogen la variabilidad del precio de la vivienda (causada por factores ajenos a la construcción) a gran y pequeña escala espacial, respectivamente. Así, en la estructura de autocorrelación espacial de la variable influyen conjuntamente los factores macrolocalizativos (que se manifiestan en la tendencia a gran escala, por ejemplo, a una escala que cubre al conjunto de la ciudad) y los microlocalizativos (que actúan a una escala espacial menor, por ejemplo, a una escala que cubre a un barrio de una ciudad).

La forma funcional anterior puede especificarse a través del modelo de regresión:

$$Z(s) = g + \sum_{d=0}^D \beta_d C_d(s) + \sum_{r=0}^T a_r f^r(s) + u(s)$$

donde:

$\sum_{r=0}^D \beta_d C_d(s) = C(s)$. Los coeficientes de las características constructivas $C_d(s)$ son parámetros desconocidos, que habrán de ser estimados en el modelo de regresión.

$\sum_{r=0}^T a_r f^r(s)$ son funciones cualesquiera, conocidas y linealmente independientes. Los coeficientes a_r son parámetros desconocidos, que también han de ser estimados. En la práctica $m(s)$ se suele modelizar mediante un polinomio definido en función de las coordenadas (x, y) , que, habitualmente, es de primer o segundo grado:

$$m(x, y) = a_0 \quad \text{no hay deriva}$$

$$m(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y \quad \text{deriva lineal}$$

$$m(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4y^2 + a_5xy \quad \text{deriva cuadrática}^4$$

g es la constante del modelo.

$u(s)$ es la perturbación aleatoria.

La presencia de autocorrelación espacial en las perturbaciones aconseja que el modelo de regresión se ajuste por Mínimos Cuadrados Generalizados (MCG), para que las estimaciones obtenidas sean eficientes.

Para detectar y analizar la estructura espacial de variabilidad o autocorrelación de

la variable, se utiliza en este trabajo la función variograma:

$$\gamma_u(h) = \frac{1}{2} E[u(s+h) - u(s)]^2 = \frac{1}{2} V[u(s+h) - u(s)]$$

donde:

h es el vector distancia que separa los puntos del plano localizados en s y $s+h$.

$u(s+h) - u(s)$ es el incremento de primer orden de las perturbaciones.

En la práctica, se utiliza un estimador insesgado de la función variograma, denominado variograma experimental (*vide* MATHERON, 1970), cuya expresión es:

$$\gamma_u^*(h_\alpha) = \frac{1}{2 NP(h_\alpha)} \sum_{i=1}^{NP(h_\alpha)} [u(s_i + h_\alpha) - u(s_i)]^2$$

donde:

$u(s_i + h_\alpha) - u(s_i)$ es el incremento de primer orden de las perturbaciones correspondientes a la pareja de puntos localizados en s_i y $s_i + h_\alpha$.

h_α , denominado paso del variograma, es la distancia entre los puntos que forman la pareja en la dirección α en el plano.

Normalmente es alguna de las cuatro direcciones principales en el plano (N-S, E-O, NE-SO, NO-SE).

$NP(h_\alpha)$ es el número de parejas que pueden formarse para la distancia h en la dirección α .

Para analizar la distribución espacial de la variable se utiliza el variograma teórico, que es un modelo que debe cumplir ciertas propiedades (*vide*, JOURNAL & al. 1991 y CRESSIE, 1991), y que se ajusta al variograma experimental medio (obtenido como la media de los cuatro variogramas direccionales)⁵.

El variograma es una pieza fundamental en la metodología, por lo que dedicaremos unas líneas a comentar la interpretación de los distintos variogramas que se pueden presentar:

- a) De la observación del variograma se puede concluir si la variable analizada está o no autocorrelacionada

⁴ La inexistencia de deriva indica que la media del precio de la vivienda se mantiene constante sobre el plano de la ciudad. Existe deriva lineal en una dirección del plano cuando la media del precio tiene a crecer (o a disminuir) de manera uniforme en dicha dirección. Existe deriva cuadrática si la media del precio de la vivienda crece y luego disminuye, adoptando una forma acampanada.

⁵ Dos razones explican la utilización del variograma teórico: está definido para toda distancia h (en cambio, el experimental sólo se conoce para las distancias entre los puntos muestrales) y están tabulados sus parámetros (que se usan posteriormente en la fase de estimación espacial).

espacialmente. Si la variable es estacionaria los valores del variograma se incrementan a medida que aumenta la distancia h , hasta que se estabilizan en torno a la *meseta*, que es el mayor valor del variograma. La meseta coincide con la varianza finita de la variable, que, además tiene media constante. La distancia para la cual se estabiliza el variograma es el *alcance*; hasta esta distancia los precios de las viviendas se influyen entre sí, y a partir de ella los precios dejan de presentar dependencia espacial.

- b) Cuando la variable no es estacionaria el variograma no tiene meseta, sino que crece ilimitadamente. Un caso particular de variograma no estacionario se da cuando la media de la variable no es constante, sino que presenta deriva.
- c) La obtención de variogramas diferentes para las diversas direcciones en el plano indica que la variable es anisótropa, presentando un comportamiento diferente según la dirección que se siga sobre el plano.
- d) Cuando el variograma no comienza en el origen de coordenadas, sino que presenta un cierto salto o discontinuidad para $h = 0$, se dice que existe *efecto pepita*. Esta irregularidad para pequeñas distancias podría deberse a la existencia de viviendas muy cercanas entre sí con precios muy diferentes. También podría estar causado porque la variable presentara una escala de variación inferior a las distancias entre las viviendas del muestreo, por lo que éste no ha podido detectarla, apareciendo así cierto grado de aleatoriedad en el origen.

Conociendo las coordenadas y las características constructivas de la vivienda localizada en el punto del plano, se estima su precio a través de la siguiente expresión:

$$\hat{Z}_k(s_0) = \hat{g} + \sum_{d=0}^D \hat{\beta}_d C_d(s_0) + \sum_{r=0}^T \hat{a}_r f^r(s_0) + \hat{u}_k(s_0)$$

donde:

$\hat{Z}_k(s_0)$ es el estimador por Krigeaje del precio de la vivienda.

\hat{g} , $\hat{\beta}_d$ y \hat{a}_r son las estimaciones MCG de los coeficientes del modelo.

$\hat{u}_k(s_0)$ es el estimador por Krigeaje de $u(s_0)$.

Se puede observar en la ecuación anterior que al residuo estimado por Krigeaje se le

suman las estimaciones MCG de la deriva y del valor de la construcción, es decir, se le suma la estimación MCG del precio de la vivienda.

Para obtener $\hat{u}_k(s_0)$ se utiliza la expresión:

$$\hat{u}_k(s_0) = \sum_{i=1}^{n_k} \lambda_i \hat{u}(s_i)$$

donde:

λ_i son los denominados pesos o ponderadores de Krigeaje.

n_k es el número de viviendas localizadas en las proximidades de s_0 , que son las utilizadas para realizar la estimación espacial.

$\hat{u}(s_i)$ es el residuo MCG correspondiente a la vivienda muestral localizada en s_i .

A través del estimador de Krigeaje se predice la variable analizada en la localización s_0 , mediante una combinación lineal de los datos muestrales (en este caso, los residuos MCG) y de los ponderadores. En el estimador se pondera el dato de cada vivienda en función de la distancia entre ésta y las demás, y en función de la distancia de cada una a la localización donde se va a estimar, s_0 . Por ello, generalmente, se asignan ponderadores elevados a las viviendas más cercanas a s_0 , y ponderadores bajos a las más alejadas.

Los ponderadores se calculan de forma que el estimador de Krigeaje, además de lineal, sea insesgado y óptimo (*vide* MATHERON, 1970). Para que sea insesgado se demuestra que la suma de los ponderadores utilizados para estimar en s_0 , ha de ser igual a 1. Para que sea óptimo se ha de minimizar la varianza del error de estimación, definido como la diferencia entre el precio estimado por Krigeaje y el estimado por MCG:

$$e_k(s_0) = \hat{u}_k(s_0) - \hat{u}(s_0) = \hat{Z}_k(s_0) - \hat{Z}(s_0)$$

Para obtener los ponderadores de manera que la varianza del error de estimación de Krigeaje sea mínima, sujeta a la restricción de que el estimador sea insesgado, se ha de minimizar el Lagrangiano:

$$L(\lambda, \mu) = \frac{1}{2} V[e_k(s_0)]^2 - \mu \left(\sum_{i=1}^{n_k} \lambda_i - 1 \right)$$

Derivando respecto de cada uno de los ponderadores y del multiplicador de Lagrange, μ , e igualando a cero, se obtiene el

sistema de ecuaciones de Krigeaje puntual ordinario, formado por $n_k + 1$ ecuaciones, con $n_k + 1$ incógnitas (los n_k ponderadores λ_i y μ):

$$\lambda_1 \gamma_{\hat{u}}(s_1 - s_0) + \lambda_2 \gamma_{\hat{u}}(s_1 - s_2) + \dots + \lambda_{n_k} \gamma_{\hat{u}}(s_1 - s_{n_k}) + \mu = \gamma_{\hat{u}}(s_1 - s_0)$$

$$\lambda_1 \gamma_{\hat{u}}(s_2 - s_1) + \lambda_2 \gamma_{\hat{u}}(s_2 - s_2) + \dots + \lambda_{n_k} \gamma_{\hat{u}}(s_2 - s_{n_k}) + \mu = \gamma_{\hat{u}}(s_2 - s_0)$$

$$\lambda_1 \gamma_{\hat{u}}(s_{n_k} - s_1) + \lambda_2 \gamma_{\hat{u}}(s_{n_k} - s_2) + \dots + \lambda_{n_k} \gamma_{\hat{u}}(s_{n_k} - s_{n_k}) + \mu = \gamma_{\hat{u}}(s_{n_k} - s_0)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{n_k} = 1$$

Del sistema de ecuaciones se deduce que la obtención de los ponderadores se basa en: la estructura espacial de variabilidad (dada por el variograma), la posición relativa de la localización donde se va a estimar respecto de las viviendas muestrales (a través de $\gamma_{\hat{u}}(s_i - s_0)$) y en la posición relativa entre las viviendas muestrales (mediante $\gamma_{\hat{u}}(s_i - s_j)$).

Una medida del «riesgo» que se comete al estimar en la proporción la varianza del error de estimación de Krigeaje, a la que se aludió más arriba, cuya expresión de cálculo es:

$$V[e_k(s_0)] = \sum_{i=1}^{n_k} \lambda_i \gamma_{\hat{u}}(s_i - s_0) + \mu$$

Una medida relativa (expresada en %) y adimensional del riesgo de error la proporciona el error relativo, que puede calcularse en cualquier punto del plano:

$$ER_k(s_0) = \sqrt{\frac{V[e_k(s_0)]}{\hat{Z}_k(s_0)}} \times 100$$

4. APLICACIÓN

4.1. Datos muestrales

La metodología de estimación del precio de la vivienda que se ha expuesto ha sido aplicada sobre los datos del estudio del mercado inmobiliario realizado por el Centro de Gestión Catastral y Cooperación Tributaria de Granada, durante el último trimestre de 1995 y enero de 1996. La muestra consta de 314 pisos⁶ de la ciudad de

Granada, cuyas localizaciones se recogen en la FIG. 1, mediante cuadrados de tamaños proporcionales al precio de la vivienda (en miles de pesetas por metro cuadrado) solicitado por el vendedor. Para facilitar la comprensión de los comentarios, en la FIG. 2 se recoge la división administrativa de la ciudad en 14 barrios.

Se aprecia en una primera aproximación que las viviendas de menores precios están ubicadas en las zonas periféricas: en el norte (barrios de Almanjáyár, Polígono de Cartuja, y con valores algo mayores, en la Chana y Colonia de San Francisco), así como en el barrio del Zaidín, situado en el sur. En el resto de la ciudad se observa la existencia de una mayor variedad de precios, si bien, en la parte central se concentran las viviendas de precios más elevados; sobre todo, son numerosas en el barrio del Centro, y en las zonas

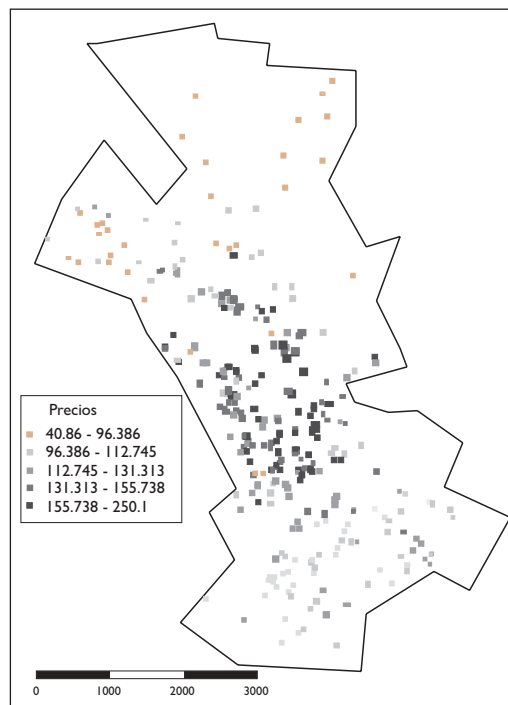


FIG. 1. Localización d las viviendas de la muestra y precios (en miles de pta/m²)

Fuente: Elaboración propia.

⁶ No se han mezclado en la aplicación las viviendas colectivas en edificación vertical (pisos) con las unifamiliares, por ser bienes inmobiliarios diferentes en los que los potenciales compradores buscan utilidades no equiparables. Además, las viviendas

unifamiliares en venta eran muy escasas y se concentraban en unos pocos enclaves. Consecuentemente, se ha centrado la aplicación en las viviendas colectivas, más numerosas, más representativas del conjunto del mercado y diseminadas por toda la ciudad.

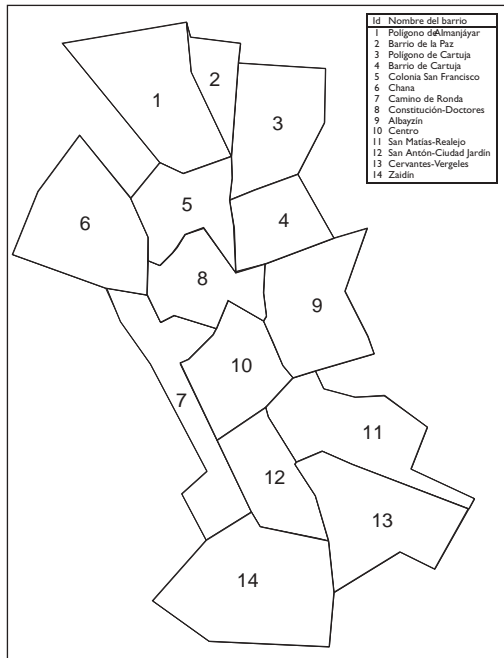


FIG. 2. Barrios de la ciudad de Granada

Fuente: Elaboración propia.

colindantes de éste con los barrios de San Matías-Realejo y San Antón-Ciudad Jardín (los precios medios de las viviendas de la muestra, clasificadas por barrios, pueden consultarse en la tabla recogida en la FIG. 6).

La variable explicada en el modelo de regresión es PRECIO, que recoge el precio de la vivienda, en miles de pesetas por metro cuadrado. Las variables que recogen las características constructivas, «candidatas» a ser incluidas como variables explicativas en el modelo de regresión, son:

- ANTIG: antigüedad de la vivienda (en años).
- NUEVA: variable binaria que toma el valor 1 si la vivienda es de nueva construcción y toma el valor 0 en otro caso.
- BAÑOS: número de cuartos de baño y aseo de la vivienda.
- AMPLI: amplitud de las habitaciones. Cociente entre el número de metros cuadrados construidos y el número de habitaciones de la vivienda. Es un indicador objetivo del nivel de habitabilidad de la vivienda y, por tanto, de la calidad de la misma.
- OCIO: zonas deportivas y de ocio. Variable binaria que toma el valor 1 si la vivienda cuenta con áreas de recreo (zona deportiva, parque, jardín, etc.), y toma el valor 0 si no dispone de estas instalaciones.
- ASCENSOR: variable binaria que toma el valor 1 si la vivienda tiene ascensor, y toma el valor 0 si no lo tiene.
- AGUACALI: variable binaria que toma el valor 1 si la vivienda dispone de agua caliente central, y toma el valor 0 si no cuenta con este servicio.
- CALEFAC: variable binaria que toma el valor 1 si la vivienda cuenta con sistema de calefacción, y toma el valor 0 si no tiene este servicio. Generalmente las viviendas que disponen de agua caliente central también cuentan con calefacción, si bien, lo contrario no siempre tiene por qué ocurrir.

Además, se han obtenido las variables explicativas referidas a las coordenadas UTM de las viviendas⁷. Al introducir en el polinomio de deriva variables relacionadas (por ejemplo, la coordenada X con la X al cuadrado), pueden aparecer problemas de multicolinealidad; una solución aportada por la literatura econométrica, que ha sido adoptada en este artículo, es la introducción de estas variables en desviaciones respecto a la media. Así:

- XD: es la coordenada X de la vivienda, en desviaciones respecto a su media (en metros). La media de X en las 314 viviendas muestrales es 6636'8522, por lo que $XD = X - 6636'8522$.
- XD2: la variable anterior elevada al cuadrado.
- YD: es la coordenada Y de la vivienda, en desviaciones respecto a su media (en metros). La media muestral de Y es 4581'5927, por lo que $YD = Y - 4581'5927$.
- YD2: la variable anterior elevada al cuadrado.
- XYD: producto de XD por YD.

⁷ Dentro de la ciudad los primeros dígitos de las coordenadas UTM son siempre iguales, por lo que se han utilizado las cuatro últimas cifras, que son las realmente significativas.

4.2. Estimación del modelo de regresión. Análisis de la variabilidad espacial

Se han efectuado todas las regresiones posibles de las ocho variables «candidatas» sobre la variable PRECIO, ajustándose un total de 256 modelos. El modelo seleccionado aplicando los criterios de la menor Cp de Mallows y la coherencia de los signos de los coeficientes⁸ incluye como variables explicativas ANTIG, BAÑOS, AMPLI, ASCENSOR, CALEFAC y NUEVA.

El análisis del variograma de los residuos del modelo (en un primer momento ajustado por Mínimos Cuadrados Ordinarios, (MCO)) indica la presencia de autocorrelación espacial y deriva (la media del precio de la vivienda varía sobre el plano de la ciudad).

Para filtrar la deriva y lograr que el variograma de los residuos sea estacionario se ha introducido en el modelo de regresión un polinomio de deriva de segundo grado (deriva cuadrática). Además, para considerar la presencia de autocorrelación el modelo final ha de ser ajustado por MCG. Los residuos MCG así obtenidos y el modelo de variograma que se le ajuste serán los utilizados posteriormente en el proceso de estimación espacial.

En la FIG. 3 se observa que el variograma experimental medio de los residuos MCG es estacionario; el modelo de variograma ajustado es de tipo esférico, siendo su expresión:

$$\gamma \hat{u}(h) = C_0 + C \left[1,5 \left(\frac{h}{a} \right) - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] \quad \forall h < a$$

$$\gamma \hat{u}(h) = C_0 \quad \forall h \geq a$$

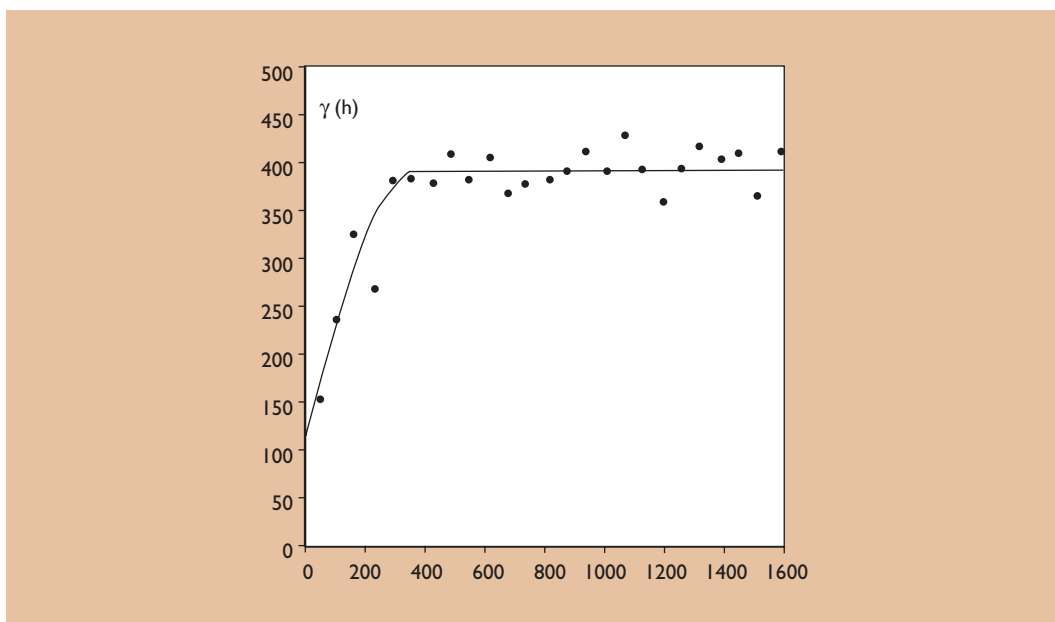


FIG. 3. Variograma experimental medio y modelo ajustado

Fuente: Elaboración propia.

⁸ El modelo que presentaba la menor Cp incluía también la variable OCIO, pero su coeficiente tenía signo negativo, contrario, por tanto, a lo esperado. Ello ocurre porque las viviendas con alguna área para el ocio se ubican, en general, fuera de la zona central, esto es, en zonas donde el precio de la vivienda no es alto. Dado que la existencia de zonas de ocio está relacionada inversamente con la distancia a la zona central (la de mayores precios), la variable OCIO está siendo afectada por la influencia negativa que la localización de las viviendas con estas

instalaciones ejerce sobre el precio de la misma. La prueba de que la relación entre las variables OCIO y PRECIOM2 está «contaminada» por la localización, es que el coeficiente de correlación entre ellas es negativo, mientras que el coeficiente de correlación parcial entre ellas, excluyendo la influencia de la distancia al centro de la ciudad, ya sí es positivo. Puesto que la variable OCIO no sólo recogía el significado de su definición, sino una componente localizativa que causaba la incoherencia del signo, ha sido excluida del modelo.

Los valores de los parámetros del variograma son:

$$C_0 = 115,9 \text{ (efecto pepita)}$$

$$C = 246,4$$

$$C_0 + C = \text{(meseta)}$$

$$a = 486,8 \text{ metros (alcance)}$$

El efecto pepita representa el 31'99% ($31'99\% = 115'9 \times 100/362'3$) de la variabilidad total de los residuos (recogida por la meseta). Este porcentaje de variabilidad se debería a la componente aleatoria, mientras que el 68'01% restante se explica por la componente de estructura espacial de variabilidad existente entre los residuos. El alcance indica que las características localizativas a pequeña escala (microlocalizativas) que afectan al precio de la vivienda tienen un radio de influencia de 486'8 metros. Para distancias mayores, dejan de sentirse los efectos de las características microlocalizativas sobre los precios de las viviendas.

El análisis de los variogramas direccionales (ver FIG. 4) indica la presencia de anisotropía geométrica o elíptica (los variogramas en las distintas direcciones tienen igual meseta, pero diferentes alcances). La anisotropía se detecta en la dirección norte-sur, que atraviesa longitudinalmente la ciudad de Granada y es la dirección de las principales calles. El alcance del variograma en la dirección este-oeste dividido por el de la dirección norte-sur es la ratio de anisotropía, cuyo valor es 0'56. Ello implica que el radio de influencia de los factores microlocalizativos si nos movemos de norte a sur es el doble que de este a oeste.

El modelo de regresión ajustado por MCG se recoge en la tabla de la FIG. 5:

El coeficiente de determinación⁹ ofrece un resultado altamente satisfactorio. El test ANOVA ($F_{11,302} = 472'492$) indica que el modelo en conjunto es altamente significativo, pues se acepta la hipótesis de la

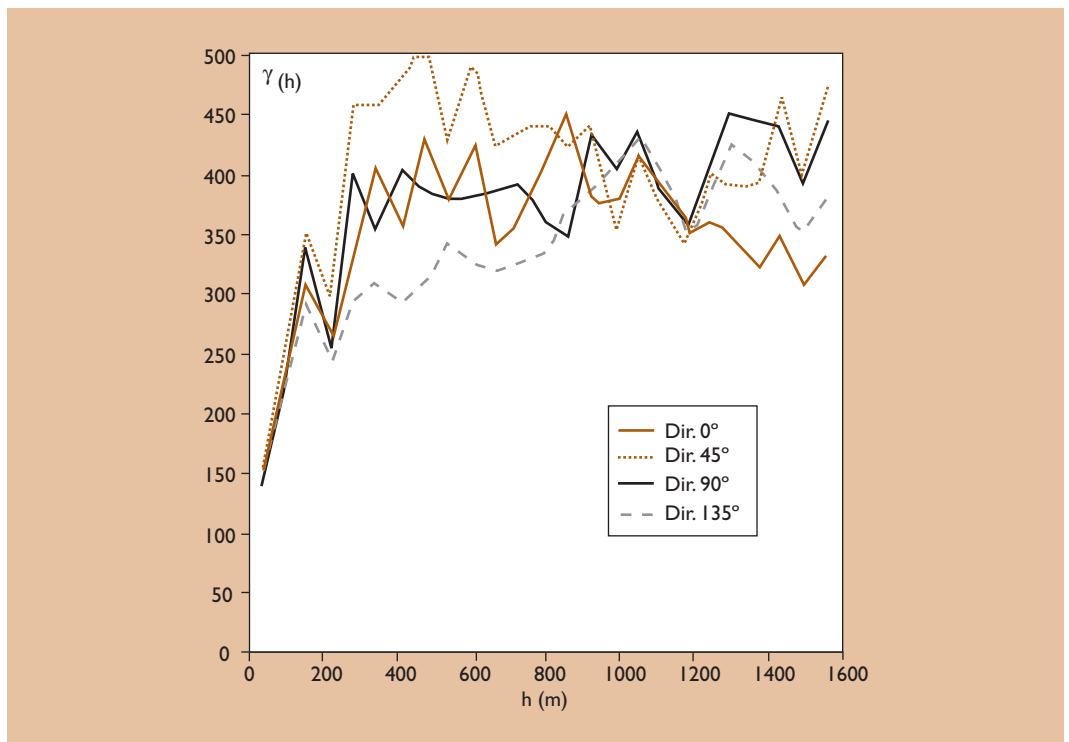


FIG. 4. Variogramas direccionales

Fuente: Elaboración propia

⁹ Este coeficiente de determinación se ha calculado

a partir de la expresión de Kvalseth.

FIG. 5. Regresión del precio e la vivienda, las características constructivas y el polinomio de deriva

| | Coef. regresión | t-Student | Nivel sig. |
|--------------------------------------|----------------------------|----------------|------------------------------|
| CONSTANTE | 125,29 | 17,934 | 0,000 |
| ANTIG | -1,05460 | -11,098 | 0,000 |
| BAÑOS | 6,9401 | 3,963 | 0,000 |
| AMPLI | 0,28793 | 2,534 | 0,012 |
| ASCENSOR | 4,9146 | 1,420 | 0,157 |
| CALEFAC | 8,9679 | 3,875 | 0,000 |
| NUEVA | 9,0985 | 2,069 | 0,039 |
| XD | -1,9590 · 10 ⁻³ | -0,778 | 0,437 |
| YD | 2,0278 · 10 ⁻³ | 1,343 | 0,180 |
| XD2 | -1,0344 · 10 ⁻⁵ | -4,048 | 0,000 |
| YD2 | -7,8478 · 10 ⁻⁶ | -10,441 | 0,000 |
| XYD | -2,7416 · 10 ⁻⁶ | -1,109 | 0,268 |
| Variable dependiente = PRECIO | | n = 314 | R² = 0,943 |

significación del modelo con un nivel de confianza superior al 99'99%.

Cada coeficiente del modelo recoge el incremento o disminución del precio de la vivienda causado por un cambio unitario en la variable explicativa correspondiente (suponiendo que las restantes variables permanecieran constantes). En el caso de las variables binarias, el coeficiente recoge el incremento que se produce en el precio cuando la vivienda tenga tal característica. En relación con las variables constructivas, los signos de sus coeficientes son los que cabría esperar: negativo para la antigüedad y positivo para todas las demás. Todos los coeficientes son asintóticamente significativos, con niveles de confianza superiores al 95%, excepto el de ASCENSOR, que es significativo al 84%. La variable constructiva más significativa para explicar el precio de la vivienda es la antigüedad de la misma, seguida de dos variables indicadoras de calidad constructiva, como son el número de cuartos de baño y la existencia de calefacción.

Los coeficientes más significativos del polinomio de deriva (para niveles de confianza superiores al 99'99%) son los de las variables YD2 y XD2, seguidos de YD (al

82%); el coeficiente de XD no es significativo. Esto implica que las mayores variaciones en los precios de las viviendas se producen al recorrer la ciudad de norte a sur (en la dirección marcada por el eje Y).

4.3. Estimación espacial del precio de la vivienda

El precio de la vivienda puede ser estimado para toda aquélla de la cual se conozcan sus características constructivas incluidas en el modelo y sus coordenadas X e Y. La estimación del precio de la vivienda en la localización se realiza mediante la ecuación¹⁰:

$$\hat{Z}_k(s_0) = 125,29 - 1,0546 \cdot \text{ANTIG} + 6,9401 \cdot \text{BAÑOS} + 0,28793 \cdot \text{AMPLI} + 4,9146 \cdot \text{ASCENSOR} + 8,9679 \cdot \text{CALEFAC} + 9,0985 \cdot \text{NUEVA} - 1,9590 \cdot 10^{-3} \cdot \text{XD} + 2,0278 \cdot 10^{-3} \cdot \text{YD} - 1,0344 \cdot 10^{-5} \cdot \text{XD2} - 7,8478 \cdot 10^{-6} \cdot \text{YD2} - 2,7416 \cdot 10^{-6} \cdot \text{XYD} + \hat{u}_k(s_0)$$

La estimación del precio de la vivienda se ha realizado sobre dos ámbitos espaciales. En primer lugar, se ha estimado el precio para cada una de las 314 viviendas muestrales. En la tabla de la FIG. 6 se recogen las medias de

¹⁰ Para realizar las estimaciones se ha utilizado un máximo de 24 viviendas, las más cercanas a la localización donde se pretende estimar. Para cada estimación se ha de resolver el

sistema de ecuaciones de Krigeaje, compuesto por 25 ecuaciones y 25 incógnitas (los 24 ponderadores de Krigeaje y el multiplicador de Lagrange)..

FIG. 6. Medias de los precios de las viviendas muestrales, de los precios estimados y de los errores (en miles de pta/m²)

| Id | Nombre del barrio | Precio muestral (a) | Precio estimado (b) | Error de estimación por Krigeaje (b-a) |
|----|-------------------------|---------------------|---------------------|--|
| 1 | Polígono de Almanjáyar | 86,790 | 79,951 | -6,840 |
| 2 | Barrio de la Paz | - | - | - |
| 3 | Polígono de Cartuja | 61,893 | 61,107 | -0,786 |
| 4 | Barrio de Cartuja | - | - | - |
| 5 | Colonia San Francisco | 103,230 | 107,545 | 4,315 |
| 6 | Chana | 94,632 | 94,406 | -0,226 |
| 7 | Camino de Ronda | 133,481 | 135,092 | 1,611 |
| 8 | Constitución-Doctores | 125,172 | 125,567 | 0,395 |
| 9 | Albayzín | 126,483 | 135,783 | 9,300 |
| 10 | Centro | 145,457 | 142,49 | -2,967 |
| 11 | San Matías-Realejo | 164,782 | 162,081 | -2,701 |
| 12 | San Antón-Ciudad Jardín | 138,410 | 138,016 | -0,394 |
| 13 | Cervantes-Vergeles | 107,562 | 108,314 | 0,752 |
| 14 | Zaidín | 94,939 | 95,8838 | 0,945 |
| - | Granada | 125,455 | 125,644 | 0,189 |

los precios estimados, clasificadas por barrios, así como la media para la ciudad, que es de 125.644 pta/m². Los barrios en los cuales el precio estimado es más alto (San Matías-Realejo, Centro y San Antón-Ciudad Jardín) se sitúan en la zona central de la ciudad y su entorno; mientras que es más bajo en la periferia norte (Polígonos de Almanjáyar y Cartuja).

Dado que para estimar el precio de la vivienda han de ser conocidas sus características constructivas, en este estudio la estimación sólo se podría hacer para las viviendas de la muestra. No obstante, para poder extender las estimaciones al conjunto de la ciudad se ha simulado una vivienda media o tipo, que sería aquella cuyas características constructivas coincidieran con las medias de las características constructivas de las viviendas de la muestra¹¹, que se recogen en la tabla de la FIG. 7. Para estimar cuál sería el precio de la vivienda tipo en cualquier punto de la ciudad, se sustituirían en la ecuación sus coordenadas, la estimación por Krigeaje del

residuo y las medias de las características constructivas.

Al ser iguales las características constructivas, las variaciones que se produzcan entre los precios estimados en distintos lugares del plano serían atribuibles a las diferentes características localizativas (macro y micro) que tienen estos lugares. Por tanto, lo realmente distintivo o discriminante en los precios estimados de las viviendas son sus localizaciones diferenciales, lo cual es coherente con la teoría anteriormente expuesta de que las características constructivas son teóricamente reproducibles en cualquier lugar del plano, pero no así las localizativas.

Mediante el procedimiento descrito se ha estimado el precio de la vivienda tipo en un segundo ámbito espacial, que son los 430 nudos de una malla inserta en el plano de la ciudad, que forma celdillas cuadradas de 200 metros de lado. Partiendo de las estimaciones en los nudos se obtiene el plano de isolíneas del precio de la vivienda de la FIG. 8, cuya representación tridimensional se recoge en la FIG. 9. El plano muestra cómo se distribuiría espacialmente el precio de la vivienda tipo, de tal forma que se pueden señalar las zonas en las que se alcanzan los mayores precios (las más oscuras) y las de menores precios.

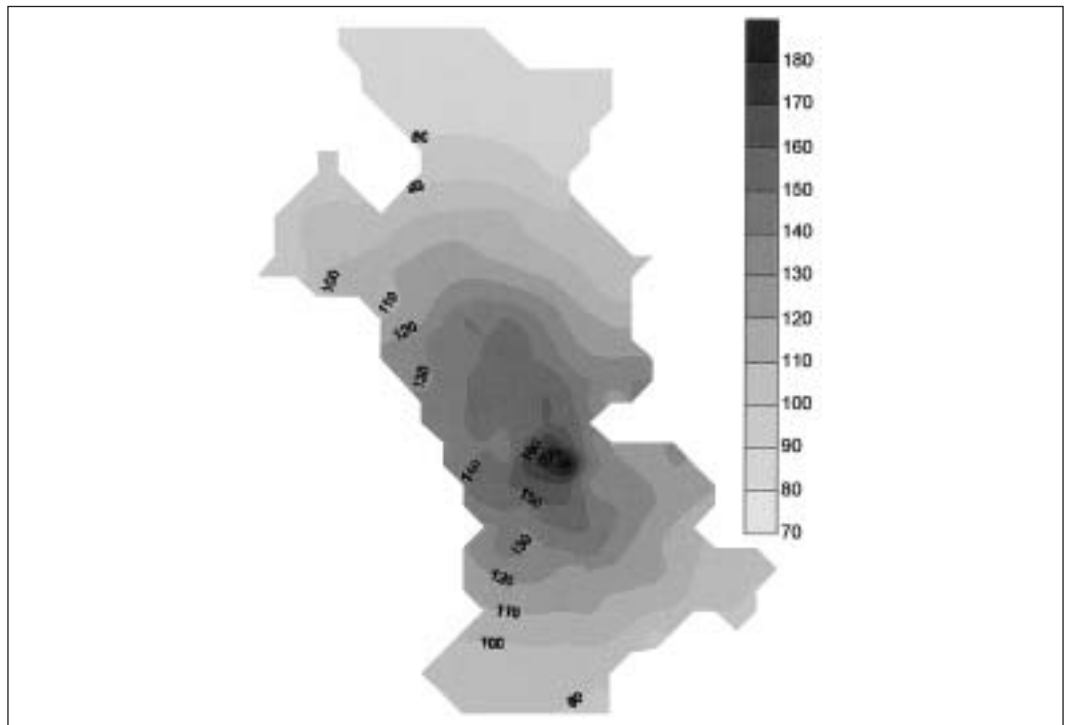
¹¹ Por supuesto, se podrían haber simulado las características constructivas de cualquier otra vivienda en la que estuviéramos interesados en estimar su precio.

FIG. 7. Estadísticos básicos del PRECIO y de las características constructivas

| | PRECIO | ANTIG | BAÑOS | AMPLI | ASCENSOR | CALEFAC | NUEVA |
|-------------------------|---------|--------|-------|--------|----------|---------|-------|
| Media | 125,455 | 16,19 | 1,61 | 37,168 | 0,89 | 0,56 | 0,05 |
| Desv. típ. | 35,174 | 12,187 | 0,539 | 8,896 | 0,311 | 0,497 | 0,22 |
| Asimetría | 0,505 | 0,926 | 0,065 | 1,036 | -2,533 | -0,245 | 4,104 |
| Mínimo | 40,86 | 0 | 1 | 21,5 | 0 | 0 | 0 |
| Máximo | 250 | 84 | 3 | 73 | 1 | 1 | 1 |
| 1 ^{er} cuartil | 100,284 | 5 | 1 | 30,438 | - | - | - |
| Mediana | 123,132 | 16 | 2 | 35,875 | - | - | - |
| 3 ^{er} cuartil | 146,254 | 24 | 2 | 42 | - | - | - |

Se observa que los precios de la vivienda más bajos de la ciudad, con diferencia respecto del resto de la misma, se sitúan en la periferia norte. Tomando como referencia las 2 franjas de precios inferiores a 90.000, la zona aludida abarcaría los barrios de

Almanjáyar, la Paz, Polígono de Cartuja y noroeste de la Chana. En conjunto, la periferia norte es la zona de la ciudad cuyo emplazamiento es menos valorado, donde las características localizativas resultan menos atractivas¹². En el resto de la ciudad sólo se

**FIG. 8. Estimación del precio de la vivienda tipo (en miles de pta/m²)**

Fuente: Elaboración propia.

¹² Esta apreciación se ve corroborada por el hecho de que en la propia Ponencia de Valores Catastrales de la ciudad de Granada (*vide* CENTRO DE GESTIÓN CATASTRAL Y COOPERACIÓN TRIBUTARIA, 1990) se aplicaba en la mayor parte de esta zona un coeficiente reductor de los valores

inmobiliarios, como consecuencia de la depreciación motivada «por la situación socioeconómica de la zona, que origina que los valores inmobiliarios mantengan una dinámica diferente al resto de la ciudad y con unas cuantías inferiores».

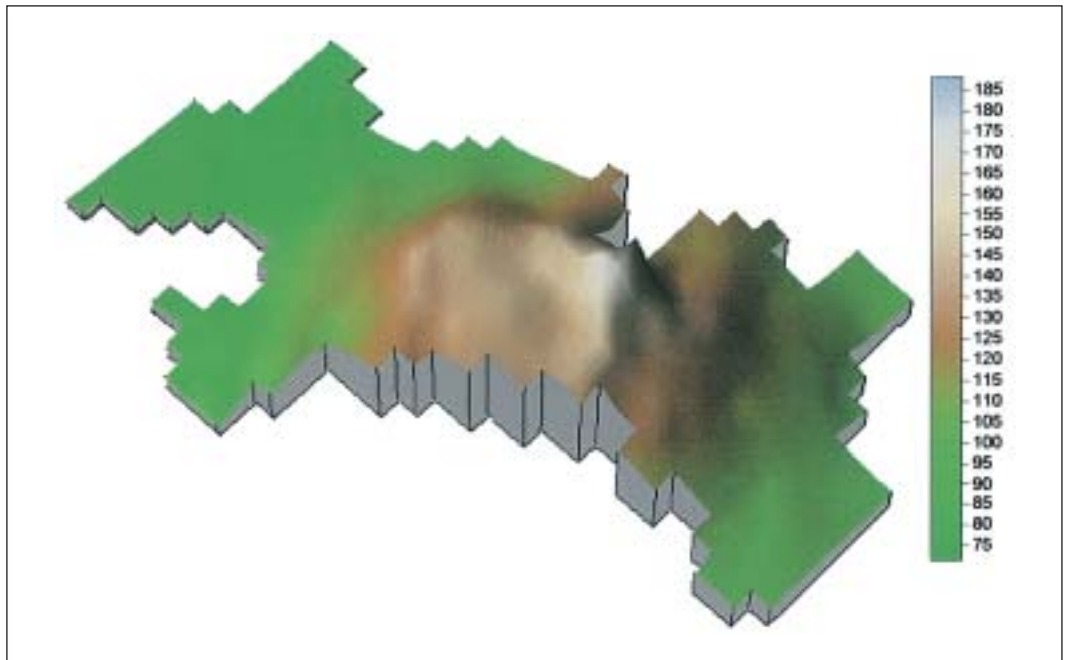


FIG. 9. Representación tridimensional del precio de la vivienda tipo

Fuente: Elaboración propia.

encuentran precios inferiores a 90.000 en unas áreas muy reducidas de la periferia sur.

En la zona central de la ciudad se puede señalar la existencia de una gran meseta de valores que se corresponde con las franjas de precios superiores a 120.000, donde más se valoran sus características localizativas. Esta zona abarca los barrios de Constitución, Camino de Ronda, Centro, oeste y sur del Albayzín, San Matías, San Antón-Ciudad Jardín y noroeste de Cervantes-Vergeles. Dentro de esta zona el máximo se alcanza en el CCN (Centro Comercial y de Negocios) tradicional de la ciudad. Desde la zona central hacia el sur se produce un descenso de precios, si bien no llegan a ser tan bajos como en el norte.

En el plano también puede analizarse el gradiente de variabilidad del precio de la vivienda. Así, una alta concentración de curvas en una zona es indicativa de un gradiente alto, que, traducido al estudio de la elasticidad precio/distancia, implica que se producen grandes variaciones en el precio de la vivienda para pequeñas variaciones de la distancia. En cambio, en las zonas con baja densidad de curvas el precio de la vivienda es menos sensible a variaciones de la distancia. Los mayores gradientes se observan en las zonas

de transición entre el barrio de Constitución y los de Cartuja, Colonia de San Francisco y la Chana, así como en las fronteras del barrio de Cartuja y Colonia de San Francisco con los Polígonos de Cartuja y Almanjáyar. En algunas de estas zonas se estiman disminuciones de 5.600 pta/m² por cada 100 metros de desplazamiento hacia el norte. También en el norte se observan zonas con una gran estabilidad en el precio: por ejemplo, en el oeste del Polígono de Almanjáyar se pueden recorrer hasta 1.100 metros sin que varíe. Dentro de la zona central el gradiente más alto se sitúa en torno al máximo. El desplazamiento desde el máximo hacia el este provoca mayor disminución que hacia el oeste. Así, un desplazamiento de 100 metros en dirección este produce una disminución de 12.500 pta/m², de 6.500 pta/m² si es en dirección sur y de 4.500 pta/m² si es en dirección oeste o norte. La zona en la que el precio se mantiene más estable dentro de la meseta central está situada en la frontera del barrio de Constitución con el del Centro, pues se pueden recorrer 1.100 metros sin variación en el precio.

Como regla general, se observa que la variabilidad que experimenta el precio de la vivienda al atravesar la ciudad desde el norte

hasta el sur (siguiendo la dirección más relevante de la deriva) es mayor que la que se produce al atravesarla de este a oeste.

4.4. Análisis de los errores de estimación

Para cada una de las viviendas de la muestra se ha calculado el error de estimación por Krigeaje, como diferencia entre el precio estimado y el precio muestral, en un proceso denominado validación cruzada. Se habrá sobrestimado el precio de aquella vivienda cuyo error sea positivo, mientras que se habrá subestimado cuando el error sea negativo.

En la tabla de la FIG. 6 se recogen las medias de los precios de las viviendas muestrales, de los precios estimados y de los errores, para cada uno de los barrios de la ciudad y para el conjunto de la misma. La media del precio de la vivienda estimado es de 125.644 pta/m², en tanto que la media del precio en la muestra es de 125.455 pta/m², por lo que la media de los errores es de 189 pta/m²,

error que es prácticamente insignificante. La desviación típica de los errores es igual a 12.124 pta/m². Las medias de los errores por barrios también son muy bajas: en ninguno de ellos la media del error supera el 10% de la media del precio muestral del barrio.

De hecho, se obtiene la misma clasificación si los 14 barrios se ordenan en función de la media del precio muestral que si se hace en función de la media del precio estimado (la única excepción es que el puesto cuarto (Camino de Ronda) y quinto (Albayzín) pasan a ser el quinto y el cuarto, respectivamente).

En la FIG. 10 se recogen los errores de estimación, representados sobre el plano de la ciudad. Se observa que la mayoría los errores son de poca entidad, muchos casi minúsculos, con la salvedad de unos pocos errores altos (positivos y negativos) situados en la zona central. Así, la validación cruzada permite detectar viviendas con precios anómalos, que no concuerdan con la modelización que se ha realizado. Por otra parte, en todas las zonas de la ciudad se encuentran errores positivos y negativos, y no se detecta, pues, ninguna

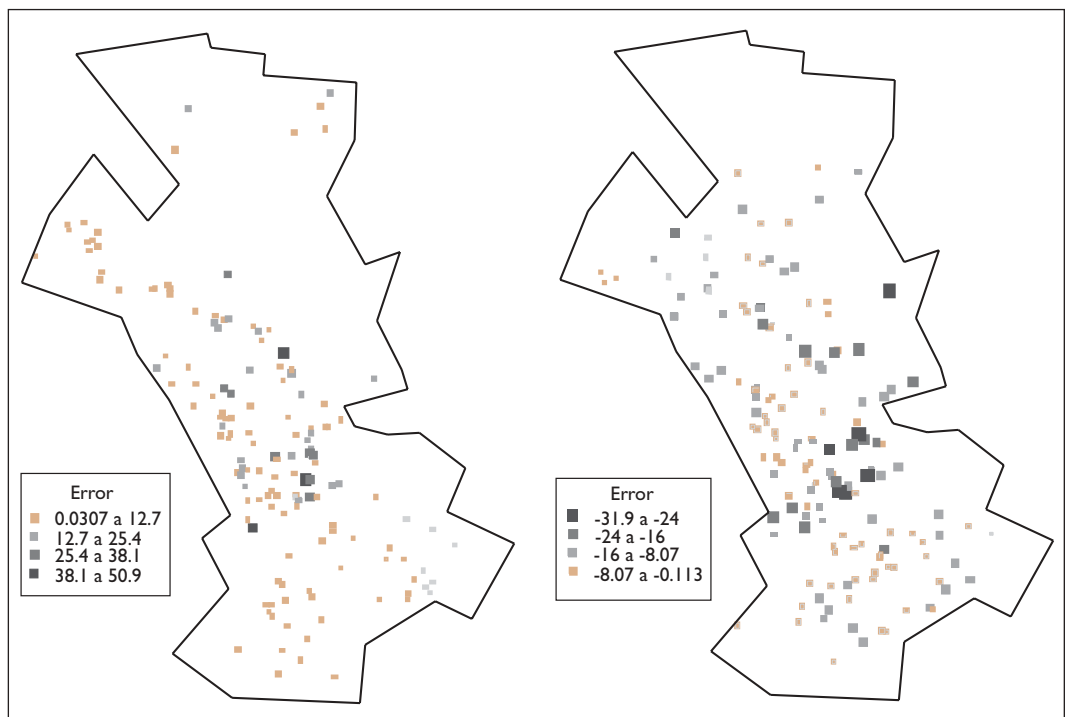


FIG. 10. Errores de estimación del precio de la vivienda:
a) errores positivos y b) errores negativos

Fuente: Elaboración propia.

tendencia en los mismos o la existencia de dependencia espacial entre ellos. En conclusión, en el proceso de estimación llevado a cabo no se observa la existencia de zonas en las que de forma sistemática se sobrestime o subestime el precio de la vivienda. Todos estos indicadores permiten evaluar satisfactoriamente esta aplicación de la metodología geo-econométrica propuesta para la estimación del precio de la vivienda.

4.5 Cálculo del riesgo de las estimaciones puntuales

Para medir la fiabilidad de las estimaciones, no solamente en las localizaciones de las viviendas muestrales (como se ha hecho en la validación cruzada), sino en cualquier lugar del plano, se ha utilizado el error relativo (cociente entre la desviación típica de estimación y el precio estimado de la vivienda tipo). Para tener una visión espacial del riesgo en el que se incurre al

estimar el precio, en cada nudo de la malla se ha calculado el error relativo. A partir de los resultados en los nudos se puede obtener el plano de isolíneas que se muestra en la FIG. 11. Se observa que en la mayor parte de la ciudad el error relativo es inferior al 8%. Las zonas cuyo error relativo es mayor son aquéllas en las que hay menos información muestral. Éstas se encuentran junto a los bordes del perímetro de la ciudad, donde el parque inmobiliario y su mercado asociado son más escasos. Las zonas aludidas son: norte del barrio de la Chana y Polígonos de Almanjáyár, la Paz (de donde no hay datos) y Cartuja; en el este de la ciudad: en los barrios de Cartuja (de donde no hay datos), Albayzín y Realejo; en el sur: en la periferia del Zaidín y Cervantes.

5. CONCLUSIONES

En la literatura científica sobre valoración inmobiliaria y economía urbana, referida a

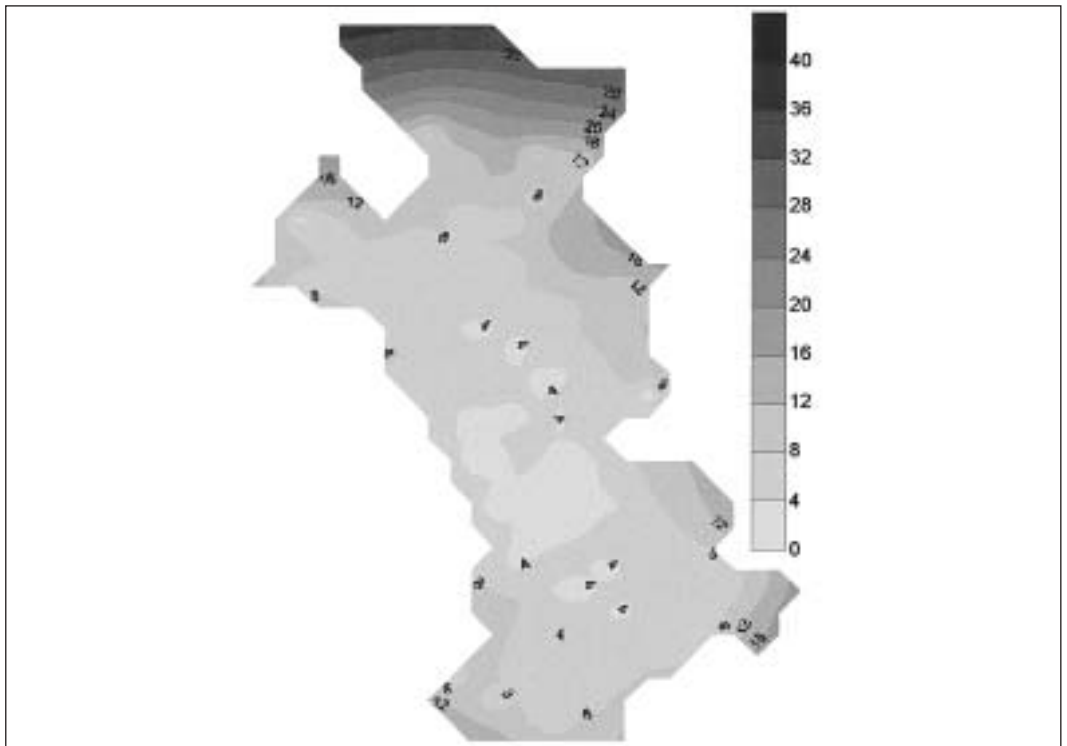


FIG. 11. Error relativo de estimación (en %)

Fuente: Elaboración propia.

un tiempo y a un espacio determinados, se encuentra ampliamente aceptada la hipótesis de partida del trabajo: el precio de la vivienda viene determinado fundamentalmente por sus características constructivas y localizativas. Con este punto de partida se ha desarrollado una metodología para estimar el precio de la vivienda sobre el plano de una ciudad, y de la cual se han presentado en este trabajo los principales aspectos. Esta metodología, denominada Krigeaje residual iterativo, tiene una naturaleza geo-econométrica, pues se basa en la conexión entre los modelos econométricos de regresión y el método geoestadístico del Krigeaje.

La metodología propuesta permite estimar de forma objetiva el precio de la vivienda, requiriendo para ello una serie de datos sobre la misma que se encuentran fácilmente disponibles, puesto que se trata de algunas características constructivas y su localización sobre el plano. La metodología puede ser utilizada para estimar el precio de una vivienda individual y para realizar valoraciones masivas. Por ello, consideramos que puede ser de interés tanto para las empresas de tasación como para las administraciones públicas.

A modo de ilustración, la metodología se ha aplicado sobre la ciudad de Granada, si

bien podría ser aplicada sobre cualquier otra ciudad. A continuación reseñamos los principales resultados obtenidos en la aplicación. En el modelo de regresión la característica constructiva de mayor peso para explicar el precio de la vivienda ha sido la antigüedad de la misma. Las mayores variaciones en el precio de la vivienda se producen en la dirección norte-sur. Las características microlocalizativas que influyen sobre el precio de la vivienda tienen, en promedio, un radio de acción de 500 metros. La anisotropía detectada indica que los factores microlocalizativos ejercen su influencia hasta una distancia mayor en la dirección norte-sur.

El plano de isolíneas del precio de la vivienda indica que en la zona central de la ciudad se alcanzan los mayores valores, mientras que los precios más bajos se encuentran en el norte. Los precios estimados son muy similares a los de la muestra, por lo que, en general, los errores de estimación son de muy escasa entidad. No se detecta la existencia de zonas en las que el precio de la vivienda se esté sobrestimando o subestimando de forma generalizada. Las zonas en las que se corre mayor riesgo de error son aquéllas en las que escasean las viviendas muestrales, y están situadas en la periferia de la ciudad.

BIBLIOGRAFÍA

- BASU, S. & T. G. THIBODEAU, (1998). «Analysis of Spatial Autocorrelation in House Prices», en: *Journal of Real Estate Finance and Economics* 17:1, 61-85
- CAN A. (1992): «Specification and estimation of hedonic housing prices models», en: *Regional Science and Urban Economics*, 22: 453-474.
- CANO GUERVÓS, R. A. (1998): *Adecuación y Aplicación de Técnicas Cuantitativas al Análisis del Valor de la Vivienda*, Tesis doctoral, Editorial Universidad de Granada.
- (1999): *Aproximación al Valor de la Vivienda. Aplicación a la Ciudad de Granada*, Biblioteca de Económicas y Empresariales, Editorial Universidad de Granada.
- CENTRO DE GESTIÓN CATASTRAL Y COOPERACIÓN TRIBUTARIA (1990): *Ponencia de Valores del Término Municipal de Granada*, Gerencia Territorial de Granada Capital, Granada.
- CHICA OLMO, J. M. (1991): «Organización espacial del equipamiento comercial en la provincia de Granada», en: *Estudios Territoriales*, 37: 17-27.
- (1992): «Análisis de la estructura espacial del precio de la vivienda. El caso de la ciudad de Granada», en: *Revista Española de Financiación de la Vivienda*, 21: 67-77.
- (1994): *Teoría de las Variables Regionalizadas. Aplicación en Economía Espacial y Valoración Inmobiliaria*, Biblioteca de Económicas y Empresariales, Editorial Universidad de Granada.
- (1995): «Spatial estimation of housing prices and locational rents», en: *Urban Studies*, 32: 8: 1331-1344.
- CONSEJO ECONÓMICO Y SOCIAL (2003): *La emancipación de los jóvenes y la situación de la vivienda en España*, Madrid.
- CRESSIE, N. (1991): *Statistics for Spatial Data*, John Wiley and Sons, New York.
- DERYCKE, P. H. (1983): *Economía y Planificación Urbana*, Instituto de Estudios de Administración Local, Madrid.
- DUBIN, R.A. (1992). «Spatial autocorrelation and neighborhood quality», en: *Regional Science and Urban Economics* 22, 433-452

- & C. H. SUNG (1987): «Spatial variation in the price of housing: rent gradients in non-monocentric cities», en: *Urban Studies*, 24: 193-204. JOURNEL, A. G. & CH. J. HUIJBREGTS, (1991): *Mining Geostatistics*, Academic Press, London.
- HANHAM, R. & M. HOHN, & J. BOHLAND, (1984): «Kriging spatial data: application to the distribution of elderly in the U. S.», en: *Modeling and Simulation*, 15.
- JACKSON, J. R. (1979): «Intra-urban variation in the price of housing», en: *Journal of Urban Economics*, 6: 464-479.
- KRIGE, D.G. (1951): «A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand», en *J. Chem. Metall. Min. Soc. Afr.* 52, 119-139.
- KVALSETH, T. (1985): «Cautionary note about R^2 », en *The American Statistician*, 39.
- MATHERON, G. (1965): *Les Variables Regionalisées et Leur Estimation*, Masson, Paris.
- (1970): «La Théorie des Variables Regionasées et Ses Applications» *Centre de Géostatistique et de Morphologie Mathématique, Fas.1*, Ecole Nationale Supérieure de Mines de Paris.
- NEUMAN S. P. & E. A. JACOBSON (1984): «Analysis of non-intrinsic spatial variability by residual Kriging with application to regional groundwater levels» en: *Mathematical Geology*, 16: 5: 499-521.
- ROCA CLADERA, J. (1987): *Manual de Valoraciones Inmobiliarias*, Ariel Economía, Barcelona.

Abreviaturas:

KRI: Krigeaje Residual Iterativo

MCG: Mínimos Cuadrados Generalizados

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios