

BORDÓN

Revista de Pedagogía

NÚMERO MONOGRÁFICO / *SPECIAL ISSUE*

Educación STEM: tecnologías emergentes para
el aprendizaje científico
STEM education: emerging technologies for science learning

Alicia Palacios Ortega, Daniel Moreno Mediavilla
y Virginia Pascual López (editores invitados / *guest editors*)



Volumen 74
Número, 4
2022

SOCIEDAD ESPAÑOLA DE PEDAGOGÍA

ENSEÑANZA DE ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA MEDIANTE EL USO DE SIMULADORES Y LABORATORIOS VIRTUALES EN LA ETAPA UNIVERSITARIA

Teaching of descriptive statistics using simulators and virtual laboratories at university level

FERNANDA TATIANA COX⁽¹⁾, DANIEL GONZÁLEZ⁽¹⁾, ÁNGEL ALBERTO MAGREÑÁN⁽²⁾
Y LARA ORCOS⁽²⁾

⁽¹⁾ Universidad de Las Américas (Ecuador)

⁽²⁾ Universidad de La Rioja (España)

DOI: 10.13042/Bordon.2022.94121

Fecha de recepción: 06/04/2022 • Fecha de aceptación: 21/07/2022

Autor de contacto / Corresponding author: Lara Orcos. E-mail: lara.orcos@unirioja.es

Cómo citar este artículo: Cox, F. T., González, D., Magreñán, Á. A. y Orcos, L. (2022). Enseñanza de estadística descriptiva mediante el uso de simuladores y laboratorios virtuales en la etapa universitaria. *Bordón, Revista de Pedagogía*, 74(4), 103-123. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2022.94121>

INTRODUCCIÓN. Uno de los principales objetivos del profesorado en las asignaturas de matemáticas de todas las etapas educativas es ser capaz de mantener la atención del estudiantado y mantenerlo motivado para su aprendizaje. El uso de tecnologías educativas, así como las oportunidades que otorgan, permiten considerarlas como un potente aliado. **MÉTODO.** En este estudio se presenta el uso de diferentes laboratorios y simuladores virtuales para el aprendizaje de la estadística descriptiva en la asignatura Lenguaje Cuantitativo de primer curso de universidad en Ecuador. Para llevar a cabo la experiencia, se han tomado las calificaciones de un pretest y un postest diseñados para medir la adquisición de competencia estadística. Para ello, se han obtenido las medias de los grupos control, aquellos que han trabajado de forma habitual, y el experimental, aquellos en los que el trabajo de ejemplos y ejercicios se ha realizado mediante el uso de laboratorios y simuladores virtuales, y se han comparado mediante la prueba *t* de Student de grupos independientes. **RESULTADOS.** La comparación de las medias obtenidas por ambos grupos muestra que, a pesar de ser homogéneos en el inicio, las diferencias del grupo experimental y control superan los 2.7 puntos de forma significativa. **DISCUSIÓN.** El tamaño del efecto, la *d* de Cohen, obtenido fue superior a 1, es decir, que es grande, lo que permite concluir que el uso conjunto de varios simuladores y laboratorios virtuales ha sido muy efectivo para superar las dificultades de aprendizaje que se encuentran en el estudio de la estadística descriptiva en el aula.

Palabras clave: Laboratorio universitario, Estadística, Tecnología educativa, Educación matemática, Universidad.

Introducción

El profesorado de matemáticas lleva trabajando desde hace mucho tiempo en la forma de trabajar las matemáticas y su didáctica de forma que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea lo más satisfactorio posible y además la motivación del alumnado con esta asignatura sea lo más alta posible. El mundo académico ha vivido en los últimos años cambios asociados con su actividad debido a la intensificación del uso de las tecnologías de la información y la comunicación, alcanzando un nivel máximo acelerado con la entrada de la pandemia de COVID-19 que ha azotado todo el planeta, que ha llevado la docencia a su modalidad *online* y que tanto ha afectado al profesorado, a la docencia, a la evaluación (Cabero-Almenara y Palacios-Rodríguez, 2021; Díez-Gutiérrez y Gajardo, 2021) y al propio estudiantado, especialmente a aquel que no tiene recursos altos (Pérez-López *et al.*, 2021). Estas tecnologías han ayudado a que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea más llevadero en los tiempos de confinamiento y han llegado para quedarse (Andriani *et al.*, 2022). Las tecnologías representan un potencial que ha sido resaltado en los últimos años por diversos autores (Medina *et al.*, 2013; López-Sánchez y González-Lara, 2021) y ha puesto de manifiesto que la competencia digital, tanto en estudiantes que van a ser docentes (Vidal *et al.*, 2021) como en docentes, es necesaria en todos los niveles y que, con la formación apropiada, se pueden alcanzar niveles adecuados (Mosquera-Gende, 2021).

Debido a la multitud de plataformas y recursos tecnológicos actuales para todo tipo de aprendizajes y para la enseñanza de las matemáticas, el docente tiene continuamente el reto de estar diseñando actividades didácticas, lo cual es complejo ya que se involucran recursos de diferente tipo (Arcavi y Hadas, 2000). Artigue (2007) señala que la tecnología debe ser utilizada en la educación del área, y que esta puede ser aprovechada para enfatizar el uso del conocimiento matemático, yendo más allá de los procedimientos rutinarios que han prevalecido tanto en los cursos de esta disciplina. Hay muchas discrepancias entre educadores en esta ciencia debido a que unos

rechazan el uso de tecnologías para el aprendizaje mientras que otros expertos se centran en desarrollar otras habilidades y competencias. Hitt (1996) indica que cuando se dispone de recursos y materiales tecnológicos efectivos para usar en el aula, donde se presenta un concepto inmerso en un problema y se busca un adecuado sistema de representación para visualizarlo, entonces el profesor tendrá la necesidad de cambio.

En las áreas de ciencia y tecnología especialmente se han tenido que adaptar a que no se puedan utilizar los laboratorios habituales, debido a las restricciones, y aquí es donde surge la idea del uso de laboratorios y simuladores virtuales.

El presente artículo se centra en el uso de ciertos laboratorios y simuladores virtuales para el aprendizaje de estadística en los primeros niveles de educación superior con estudiantes cuyas bases estadísticas son deficientes o nulas debido a que en la educación media no se encuentra esta competencia de manera obligatoria en los contenidos de los cursos. Dichos estudiantes inician carreras relacionadas con las ciencias sociales en general. Se realizaron simulaciones interactivas en el aula mediante el manejo de diferentes herramientas y se asignaron tareas para el trabajo autónomo.

Uno de los laboratorios virtuales con mayor desarrollo y aceptación es PhET, un proyecto de la Universidad de Colorado, Boulder Physics Education Technology (<http://phet.colorado.edu>). Este proyecto cuenta con diversos laboratorios definidos por áreas (física, química, matemáticas, ciencias de la tierra y biología) útiles para la exploración de diferentes fenómenos. Es una herramienta interactiva de fácil uso que los estudiantes utilizan a través de la exploración. Las simulaciones de PhET se basan en investigación educativa extensiva e involucran a los estudiantes mediante un ambiente intuitivo y similar a un juego, en donde aprenden explorando y descubriendo. Dentro de PhET las simulaciones funcionan con Java, Flash o HTML5 y se pueden ejecutar en línea o descargar en un ordenador. Todas las simulaciones son de código abierto.

Estas simulaciones PhET fueron desarrolladas para ayudar a que los estudiantes se involucren en ciencias y matemáticas a través de la investigación, destacando como ideas fundamentales la investigación científica, proveer interactividad, hacer visible lo invisible, ilustrar modelos mentales, incluir imágenes, usar ejemplos de la vida real, guiar de manera implícita a los usuarios en la exploración productiva y crear simulaciones que se puedan usar en varias situaciones educativas. Es por ello por lo que, junto con otros simuladores, se ha desarrollado una experiencia para el aprendizaje de estadística mediante su uso.

Así pues, este trabajo está estructurado de la siguiente forma. En la sección “Marco teórico” se realiza una revisión bibliográfica y se presentan las herramientas seleccionadas: GeoGebra, Proyecto Descartes y PhEt Colorado, destacando especialmente esta última, ya que es la que mayor uso ha tenido en esta experiencia. En la sección “Método”, se describe la metodología usada, la muestra, el proceso seguido y los principales análisis efectuados. En la sección “Resultados” se realiza el análisis junto con una exposición de los resultados obtenidos. Finalmente, en “Conclusiones” se muestran las resoluciones derivadas del trabajo presentado.

El objetivo principal de este trabajo de investigación es comprobar si el uso de laboratorios virtuales constituye una buena herramienta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística descriptiva en un grupo de estudiantes de primer curso universitario en Ecuador y conocer las percepciones de quienes los han usado.

Marco teórico

Dificultades en el aprendizaje de la estadística descriptiva

La estadística descriptiva es una de las ramas que presenta dificultades asociadas, bien sea por errores a la hora de hacer los cálculos necesarios

para obtener los estadísticos, bien por la no comprensión de los significados y propiedades que pueden poseer. Así, si nos centramos en las medidas de tendencia central, según comentan Batanero *et al.* (1994), las dificultades más comunes son las siguientes:

- El uso de frecuencias absolutas en lugar de los valores propiamente dichos para calcular las principales medidas que son usadas: la media, la moda y la mediana.
- Identificar la mediana con el valor central de los datos sin tener en cuenta que lo primero que deben hacer es ordenar los datos de menor a mayor.
- En el caso de presentar los datos en tablas con datos, se ha de asumir que la mediana se corresponde con el valor central, tanto en el caso de datos agrupados en intervalos como en el caso en el que los datos no están agrupados.
- Confundir la media con la mediana, es decir, confundir la media con el valor central de la distribución de los datos.
- Interpretaciones erróneas de las medias, como, por ejemplo, el hecho de pensar que la media tiene que ser uno de los valores que aparecen en los datos consignados.
- No contabilizar los valores nulos a la hora de computar la media.

Otro tipo de errores que aparecen a la hora de trabajar con las medidas de tendencia central son las siguientes:

- A la hora de calcular la media, no contabilizar el número de apariciones de cada valor, es decir, realizar una suma de valores individuales (Pollatsek *et al.*, 1981).
- Con datos agrupados en intervalos, no ponderar los distintos intervalos de modo distinto al calcular la media (Li y Shen, 1992).

Por otro lado, en este estudio también se realiza el cómputo de la dispersión de un conjunto de

datos, por lo que también conviene tener en cuenta algunas de las dificultades que aparecen en el estudio de esta dispersión de los datos. Algunos investigadores, como Loosen *et al.* (1985), citado en Batanero *et al.* (1994), estudiaron diferentes libros de texto y observaron que no se hacía tanto hincapié en la desviación respecto de la posición central como en la heterogeneidad propia entre las observaciones. Además, Loosen *et al.* (1985) también observaron que las palabras empleadas podían admitir diferentes significados, por lo que este hecho podía contribuir a la hora de generar dichas dificultades en el estudiantado: variación, dispersión, fluctuación, etc. Por otro lado, y ya en estudios más recientes como el de Arce *et al.* (2019), se pone el foco en que el estudio de las medidas de dispersión es ignorado por el estudiantado porque no perciben que la información que aportan sea de utilidad, así como en el hecho de confundir mayor varianza con mayor variación y heterogeneidad de los propios datos, y no con respecto a la media de dichos datos considerados, donde comentan que el profesorado debe prestar especial atención en la docencia.

El uso de tecnologías en el aprendizaje

Diversos investigadores han hecho estudios sobre cómo influye el uso de la tecnología en clase (Prendes-Espinosa y Cartagena, 2021), incluyendo la influencia que estas tienen en el alumnado vulnerable (González, 2021). Miranda y Sacristán (2013) estudian diversos problemas que aparecen a la hora de usar la tecnología en matemáticas sin que previamente se hayan definido unos objetivos claros; Trouche y Drijvers (2010) presentan un estudio de enseñanza-aprendizaje para ciencias exactas a través del uso de la tecnología; y Wijers *et al.* (2010) indican que la tecnología es muy útil cuando el alumno no se encuentra en contacto con el docente en clase resolviendo problemas matemáticos y sirven para asimilar de mejor forma los conceptos vistos en el aula.

La tecnología actual ha conseguido llevar los conocimientos a los estudiantes en cualquier lugar y a cualquier hora, recibiendo explicaciones de temas específicos y teniendo acceso a ejercicios interactivos. Los estudiantes valoran mucho tener recursos didácticos que usan la tecnología para mejorar su proceso de enseñanza-aprendizaje (Medina *et al.*, 2013).

Hay multitud de herramientas tecnológicas que actualmente los estudiantes pueden utilizar, pero los recursos interactivos más atractivos son los más valorados. Se puede hablar entonces de una tecnología poco desarrollada, de los laboratorios virtuales. Este tipo de herramientas se emplea para conducir experimentos a través de simulaciones web o aplicaciones diseñadas como laboratorios reales que se usan como material de aprendizaje con un propósito específico (Bajpai y Kumar, 2015). El uso de los laboratorios virtuales muestra que sus aplicaciones son muy efectivas y útiles, facilitando a los estudiantes hacer prácticas que son limitadas con otras herramientas y materiales (Tatli y Ayas, 2010). También se ha comprobado que los laboratorios virtuales mejoraron la asimilación de conceptos, actitudes, logros, habilidades de pensamiento crítico y pensamiento creativo de los estudiantes (Gunawan y Liliyasi, 2012; Stuckey-Mickell y Stuckey-Danner, 2007; Tüyüz, 2010). Hay estudios que examinan el efecto de la enseñanza de las matemáticas con una simulación interactiva a través del juego (Hensberri *et al.*, 2015) y que arrojan muy buenos resultados.

El uso de tecnologías para el aprendizaje de la estadística

El uso de tecnología educativa en el aula de matemáticas ha sido uno de los estudios más recurrentes en los últimos años e incluso décadas, ya que estas herramientas pueden considerarse unos potentes aliados en el aprendizaje y enseñanza de las mismas (Castillo, 2008; Muñoz-Rodríguez y Rodríguez-Muñoz, 2021; Rueda y Rodríguez-Muñoz, 2020). Su uso ha venido justificado por la necesidad de un enfoque diferente

en la materia y también porque el profesorado debe ser capaz de utilizar estas tecnologías para aumentar la motivación del estudiantado (Hosseini *et al.*, 2022).

Por otro lado, se debe tener en cuenta que existen multitud de estudios (Graus, 2020; Grisales-Aguirre, 2018; Olivo-Franco y Jaar, 2020; Salas-Rueda, 2018) en los que se pone de manifiesto cómo el uso de tecnologías en el aula, en la enseñanza de matemáticas, ha de ser considerado, previa planificación temporal y de recursos. Se ha mostrado que un dominio de las herramientas ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas en los diferentes niveles en los que se imparte, incluso en otras ramas (Casillas-Martín *et al.*, 2020; Cebrián-Cifuentes *et al.*, 2021). Se pueden considerar, asimismo, diferentes perfiles docentes en un contexto en el que nos encontramos en plena transformación digital (Sosa y Valverde, 2020).

Además, ya existen diversos estudios que muestran que el uso de las simulaciones constituye un gran aliado para el aprendizaje de matemáticas (Díaz, 2018). Por el formato de la propia rama, el aprendizaje de estadística es un candidato ideal para el uso de simulaciones, ya que estas permiten obtener datos que pueden provenir de cualquier estudio. En este sentido, también hay estudios que observan el efecto del uso de GeoGebra para el aprendizaje de medidas de dispersión (Del Pino, 2013) e incluso del uso de entornos virtuales de aprendizaje para la enseñanza de la inferencia estadística (Inzunza, 2010). Dados los buenos resultados, se cree oportuno realizar esta experiencia usando varios recursos de forma simultánea en lugar de usar únicamente cada herramienta por separado.

GeoGebra, Proyecto Descartes y PhET Colorado

Para el presente estudio, se ha decidido utilizar conjuntamente varias herramientas que pueden

actuar a modo de laboratorio virtual, como PhET, y que pueden ser empleadas en cualquier momento y desde cualquier dispositivo, con el único requisito de necesitar una conexión a Internet.

Con respecto a GeoGebra, esta herramienta ha sido muy utilizada por parte del profesorado de matemáticas en las últimas décadas, ya que este *software* es ideal para el trabajo en geometría, que era su propósito inicial, pero con el paso del tiempo y de las funcionalidades que se le han ido añadiendo, ha sido utilizado en todas las ramas propias de las matemáticas y se han demostrado grandes resultados en el aula (Arbain y Shukor, 2015; Majerek, 2014; Saha *et al.*, 2010; Sangwin, 2007).


El uso de esta herramienta en el aula está instaurado y diversos autores justifican su uso en el aula (García e Izquierdo, 2017; Santana y Clement, 2015; Vargas y Araya, 2013), puesto que por sus características permite, especialmente en las ramas de geometría y álgebra, una comprensión profunda en el aula de matemáticas. En este sentido, se están generando multitud de recursos vinculados con todas las ramas de las matemáticas para trabajar en el aula en diferentes etapas (Pereiro, 2020; Pereiro y Cayetano, 2021) y se está poniendo de manifiesto en las formaciones del profesorado, ya que ofrece una amplia variedad de posibilidades para su uso en el aula (Bolaños y Ruiz-Hidalgo, 2018; Dockendorff y Solar, 2016; Esteban, 2016). Con las nuevas utilidades se han diseñado multitud de *applets* que permiten ser reutilizados por el profesorado. Entre estos *applets* aparecen los que hacen las veces de simuladores y de generadores de ejemplos y ejercicios que permiten trabajar las medidas de tendencia central y de dispersión en forma de simulador, entendiendo simulación como una aplicación interactiva en la que el usuario observa e interactúa con un fenómeno, modificando alguno de los parámetros que lo definen para obtener resultados. Un ejemplo de *applets* de simulación aparece en la figura 1.

FIGURA 1. Ejemplo de un *applet* de simulación de lanzamiento de un dado

Estadística (tendencia central - ejercicios 1)

Autor: Nelson Lillo Terán
Tema: Estadística

Siga las instrucciones



Número de lanzamientos = 1

ESTADÍSTICA

n lanzamientos de un dado

x_i : número que sale en cada lanzamiento
 f_i : frecuencia absoluta

A partir de la tabla calcule la media aritmética (M)
la mediana (Me) y la moda (Mo)

x_i	f_i
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	0

Nuevo lanzamiento 1º) Ejecute a lo máximo 50 lanzamientos haciendo click aquí

Resultados 2º) Vea los resultados haciendo click aquí

Respuesta 3º) Para ver la respuesta correcta, click aquí

Reiniciar 4º) Para reiniciar la actividad, click aquí

Fuente: ejercicios interactivos con GeoGebra para el trabajo con estadística (Lillo, 2022).

Como puede verse en la figura 1, con cada botón se producen diferentes cambios que afectan al cálculo de las medidas de tendencia central que se pueden calcular y después comprobar las respuestas dadas. Por otro lado, se ha optado por otra herramienta *online*, el Proyecto Descartes, que es una red que según palabras de su propia página web Proyecto Descartes es una “Asociación no gubernamental que promueve la renovación y cambio metodológico en los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas y en otras áreas de conocimiento, utilizando los recursos digitales interactivos generados en el Proyecto Descartes” (Proyecto Descartes, 2022). En la figura 2 se puede ver una de las páginas de materiales que ofrece el Proyecto Descartes.

La página del Proyecto Descartes tiene una serie de *applets* que también son simulaciones y que permiten obtener tanto ejemplos como ejercicios sobre el trabajo con las medidas de tendencia central, así como con las de dispersión. Con

respecto a las investigaciones sobre el uso del Proyecto Descartes en el aula, existe también un gran número de ellas que pone de manifiesto que su uso beneficia al estudiantado en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Ávila *et al.*, 2016; Núñez, 2005). Existen además investigaciones que prueban los beneficios que tiene el uso de los recursos del Proyecto Descartes (Jiménez, 2017; Karin y Hernández, 2011; Muga, 2007; Pérez, 2001).

Por último, la tercera de las herramientas seleccionadas y que es un simulador completo es el conocido como Plinko, y forma parte de los simuladores generados y tratados en Phet Colorado, especializado en la creación de diferentes simuladores para diferentes materias entre las que se incluyen las matemáticas, que es la que aquí nos compete. En la figura 3 puede verse cómo actúa la simulación en la que se observa cómo aunque está pensado para trabajar la probabilidad, también admite el trabajo con estadísticos, ya que en la parte de abajo y a la

FIGURA 2. Página del Proyecto Descartes para trabajar la estadística

The screenshot shows the 'Proyecto Descartes' website. On the left, there is a table with columns: Intervalo, Marca, Frec., x_i , f_i , $x_i \cdot f_i$, $f_i(x_i - \bar{x})^2$, and $f_i x_i^2$. Below the table is a 'Genera' button. On the right, there is a video player with a title 'DESVIACIÓN TÍPICA' and a description of variance and standard deviation. The video player includes a play button and a progress bar.

Intervalo	Marca	Frec.	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$	$f_i x_i^2$
[150,160)	155	3	465	1853,69	72075		
[160,170)	165	5	825	908,32	136125		
[170,180)	175	3	525	36,29	91875		
[180,190)	185	5	925	212,67	171125		
[190,200)	195	7	1365	1910,78	266175		
Total		23	4105	4721,74	737375		

Fuente: tomado de Proyecto Descartes (2022).

FIGURA 3. Página de trabajo de Plinko de Phet Colorado

The screenshot shows the 'Plinko' simulation interface. It features a triangular board with balls falling into compartments. Below the board is a histogram showing the distribution of results. On the right, there are control panels for 'Filas' (set to 12), 'Probabilidad binaria' (set to 0.56), and 'N = 50'. The histogram has a y-axis labeled 'Fracción' and an x-axis labeled 'Compartimiento'.

Fuente: tomado de PhET (2022).

derecha aparecen tanto la media como la desviación típica y los datos ideales.

Esta herramienta ha sido muy utilizada en el aula y, mientras que existen muchas investigaciones

de su uso en el aula de ciencias, en el caso de matemáticas todavía no se han explorado todas sus posibilidades, aunque ya hay estudios que prueban su eficacia en el aula de matemáticas de diferentes niveles (Hensberry *et al.*, 2018;

Meadows y Caniglia, 2019; Sokolowski *et al.*, 2011). En la figura 3 puede verse la simulación explicada anteriormente.

Método

Muestra

En este estudio se ha tomado una muestra de estudiantes de primer curso en una universidad de Ecuador, más concretamente de la asignatura Lenguaje Cuantitativo. Dicha muestra estuvo compuesta por 113 estudiantes (media de edad 19.177 y desviación típica de 1.969) con una formación homogénea, de los cuales 59 eran hombres y 54 mujeres, es decir, que es un grupo paritario. Dicho grupo se dividió en 2 subgrupos, el primero de ellos, el control, estuvo compuesto por 55 estudiantes, de los cuales 32 eran hombres y 23 mujeres, mientras que el grupo experimental lo conformaron 58 estudiantes de los que 27 eran hombres y 31 mujeres.

Procedimiento

Para poder llevar a cabo la actividad, antes de nada, se debían separar los estudiantes en dos grupos que fueran homogéneos en cuanto a los conocimientos sobre estadística antes de comenzar. Para ello, se diseñó y utilizó un test de ideas previas que incluía varias preguntas sobre el cálculo de media, moda y mediana tanto en datos no agrupados como agrupados. Con los resultados obtenidos en dicho test, se procedió a dividir el estudiantado en 2 grupos de forma que fueran homogéneos, es decir, los conocimientos que tenían ambos grupos eran similares, hecho que fue corroborado por el profesorado implicado en el proceso.

Una vez asignado el estudiantado a los grupos, en el grupo experimental se realizaron las experiencias diseñadas utilizando Plinko de Phet Colorado, GeoGebra y Proyecto Descartes para

trabajar en clase. Se utilizaron estas herramientas ya que se ajustan a los contenidos de la materia de manera sencilla, interactiva, de acceso libre, asincrónica, de carácter formativo y con la posibilidad de realizar múltiples simulaciones mediante ejemplos y varios ejercicios. Por otra parte, con el grupo control, la docencia se impartió de forma habitual, mediante la realización de actividades, pero sin usar laboratorios virtuales, es decir, a través del uso de la pizarra para realizar ejemplos y ejercicios que ilustraran los conocimientos. Dichas actividades consistieron en realizar cálculos manuales de las medidas de tendencia y dispersión a través de unos datos dados o de tablas de frecuencias de datos agrupados. Cabe mencionar que los ejercicios realizados en ambos grupos llevaron un desarrollo teórico de las medidas de centralización y de dispersión análogo y que las actividades en las que se calculan estas medidas fueron equivalentes, a pesar de que en el grupo de control se desarrollen utilizando fichas de actividades y en el experimental a través de las simulaciones virtuales.

La planificación de la experiencia fue de la siguiente forma:

- Realización del pretest de forma presencial con el profesorado por todo el alumnado, en forma de test *online* a través de Microsoft Forms.
- Asignación de los sujetos a los grupos de forma que ambos grupos sean homogéneos.
- 2 semanas de trabajo de clase en las que cada semana consta de 3 horas lectivas, es decir, en total 6 horas en las que trabajaron ejercicios similares con la única salvedad de que en el grupo control se trabajaron desde hojas de ejercicios mientras que en el grupo experimental lo hicieron a través de las 3 herramientas (GeoGebra, Descartes y Plinko).
- El grupo control trabajó la teoría de la forma usual y en las clases de resolución

de ejercicios practicaron también de forma tradicional, es decir, con una hoja de problemas. Además, las tareas realizadas en casa por parte de los estudiantes también se correspondían con la utilización de cuestionarios en el aula virtual del curso con ejercicios previamente fijados.

- El grupo experimental trabajó la teoría de forma habitual, pero acompañada de diferentes simulaciones durante las clases mediante las herramientas seleccionadas, en especial Plinko (https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability_es.html). Por otro lado, en las sesiones dedicadas a la resolución de ejercicios y a la hora de mostrar ejemplos, también este estudiantado trabajó con todas las herramientas. Además, las tareas realizadas en casa por parte del alumnado se basaban en el uso de las herramientas, en especial Plinko, es decir, no había datos prefijados como los ejercicios del grupo control, sino que utilizaban las simulaciones en las que podían encontrar diferentes ejercicios con datos aleatorios. La planificación del uso de las herramientas ha sido de la siguiente manera:
 - Ejercicios sobre media (*applet* de GeoGebra). Grupo experimental.
 - Ejercicios sobre media y desviación típica con Descartes (Proyecto Descartes, 2022a).
 - Trabajo con Plinko sobre media y desviación típica con las bolas cayendo (Phet, 2022). Grupo experimental.
 - Ejercicios de una hoja con tiradas de dado concretas o datos concretos similares a los que se ven en las herramientas. Grupo control.
- Realización del postest, también de forma presencial con el profesorado, en forma de test *online*, a través de Microsoft Forms.

Variables y herramientas de recolección de datos

Las variables que se van a considerar en este estudio van a ser las calificaciones obtenidas por el estudiantado en el pretest, cuyas preguntas incluían el cálculo de medidas de posición central, tanto para datos agrupados en intervalos como datos no agrupados, y el postest, cuyas preguntas estaban vinculadas con el cálculo y manejo de datos de las principales medidas de tendencia central y, además, se introdujo también el cálculo de las principales medidas de dispersión. Por otro lado, la composición de dichos test tenía una estructura similar, donde se incluyeron varias preguntas de razonamiento teórico, así como práctico. Por último, para el grupo experimental, es decir, aquel que ha usado los laboratorios virtuales, se hizo una pequeña encuesta sobre la utilidad que creían que tenía el uso de dichas herramientas en su aprendizaje. Las preguntas fueron de opción múltiple y de desarrollo. Las herramientas utilizadas son:

- El pretest consta de 10 preguntas.
- El postest consta de 10 preguntas, que incluye la parte de la satisfacción con respecto a la experiencia, en el caso del grupo experimental.

Análisis de datos y pregunta de investigación

Para garantizar que los grupos estudiados eran homogéneos, es decir, que tenían un nivel de conocimientos similar entre ellos con respecto a la estadística descriptiva principal, se realizó un pretest para formar los grupos control y experimental. Una vez formados los grupos, se hizo una comparación de medias entre los grupos control y experimental en el postest para comprobar la efectividad del uso de estas herramientas en el aula de matemáticas. Para ello, se usó la prueba *t* de Student con un nivel de significación de 0.05 para grupos independientes, estableciendo:

- Hipótesis sobre los resultados del pretest en los grupos control y experimental:
 - Hpre_0: no hay diferencias significativas.
 - Hpre_1: sí hay diferencias significativas.

- Hipótesis sobre los resultados del posttest en los grupos control y experimental:
 - Hpost_0: no hay diferencias significativas.
 - Hpost_1: sí hay diferencias significativas.

- Tamaño del efecto: como viene descrito en American Psychological Association (2010), se debe proporcionar el tamaño de efecto, su interpretación y un intervalo de confianza si es posible, para ello se calculará la *d* de Cohen.

Además, se va a proceder con un estudio de las respuestas dadas por el estudiantado en cada una de las preguntas que componen el test, así como los resultados de la encuesta de satisfacción, en ambos casos haciendo uso de la estadística descriptiva.

Resultados

Estadísticos descriptivos para el total de estudiantes

Antes de comenzar con los datos relacionados con la intervención mediante el uso de laboratorios virtuales, se mostrarán los datos de todo el estudiantado de forma conjunta, donde se ponen de manifiesto las dificultades que presentan en el cálculo de las principales medidas de tendencia central. Los datos obtenidos por todo el grupo pueden observarse en la tabla 1.

TABLA 1. Estadísticos descriptivos para el grupo general

Variable	Media	Desviación estándar
Pretest	3.870	1.887
Posttest	5.513	2.387

De los datos de la tabla 1 se observa, a partir de la media obtenida en el pretest, que el conocimiento inicial de las medidas de tendencia central por todo el grupo es muy bajo, mientras que en el posttest, después de dos semanas de trabajo, la nota media alcanzada es ya superior a 5, lo cual lleva a concluir que la experiencia ha sido satisfactoria. A continuación, se estudiará cada grupo por separado para poder observar el efecto de la intervención.

Comparación de las medias de ambos grupos

Para observar si la intervención utilizada es o no efectiva se debe realizar la prueba de Levene para conocer si se debe o no asumir igualdad de varianzas, en este caso, al obtener una significatividad asociada a dicha prueba de 0.493, se deben asumir las varianzas iguales (Rubio-Hurtado y Berlanga-Silvente, 2012). En la tabla 2 pueden verse los resultados obtenidos en la prueba *t* de Student para grupos independientes con las medias de las calificaciones obtenidas en el pretest con un nivel de significación de 0.05. Además, este hecho fue refrendado por el profesorado implicado, ya que el nivel mostrado durante la sesión inicial fue similar en ambos casos, poniendo de manifiesto que era necesaria una intervención por parte del profesorado.

TABLA 2. Resultados obtenidos en la prueba *t* de Student para grupos independientes

Par	Diferencia de medias	Valor de <i>t</i>	Sig. (bilateral)
Pretest (control-experimental)	-0.237	-0.666	0.507

De los datos de la tabla 2 se obtiene que no se puede descartar la igualdad de medias, además el profesorado pudo constatar que los conocimientos de ambos grupos eran similares. Por otro lado, con respecto a las calificaciones obtenidas en el postest, las diferencias entre grupos son evidentes, pero falta por ver si dichas diferencias son significativas, para ello se muestran los datos de la prueba *t* de Student en la tabla 3. A partir de la prueba de Levene, al obtener una significatividad asociada de 0.493, se deben asumir las varianzas iguales.

TABLA 3. Resultados obtenidos en la prueba *t* de Student para grupos independientes

Par	Diferencia de medias	Valor de <i>t</i>	Sig. (bilateral)
Postest (control-experimental)	-2.700	-7.010	0.000

Por lo tanto, se puede observar cómo la diferencia de medias, en este caso de más de 2.7 puntos, es además significativa, con un nivel de significación de 0.05. Por último, es necesario calcular el tamaño de efecto para poder cuantificar dicha diferencia de medias de manera adecuada. Para ello se usará la *d* de Cohen, que es la prueba habitual cuando se quiere comparar el tamaño de efecto de medias de grupos independientes, y que se muestra en la tabla 4.

TABLA 4. Tamaños de efecto computados

Prueba	Tamaño de efecto (<i>d</i> de Cohen)	Ext. inf. intervalo	Ext. sup. intervalo
Pretest (control-experimental)	-0.125	-0.499	0.248
Postest (control-experimental)	-1.131	-1.439	-0.822

De la tabla 4 puede desprenderse que el tamaño de las diferencias en el caso del pretest es ínfimo, mientras que, por el contrario, en el postest se observa que las diferencias son significativas y además el tamaño de efecto asociado es de 1.131, por lo que se engloba en la categoría de alto (Sullivan y Feinn, 2012). Este valor del tamaño de efecto supone que el 87.1% de los estudiantes del grupo experimental, el que ha trabajado con los laboratorios y simulaciones virtuales, estará por encima de la media del grupo control. Además, hay un 78.8% de probabilidad de que una persona elegida al azar del grupo experimental tenga una puntuación más alta que una persona elegida al azar del grupo control (Psychology, 2022).

Análisis de cada una de las preguntas

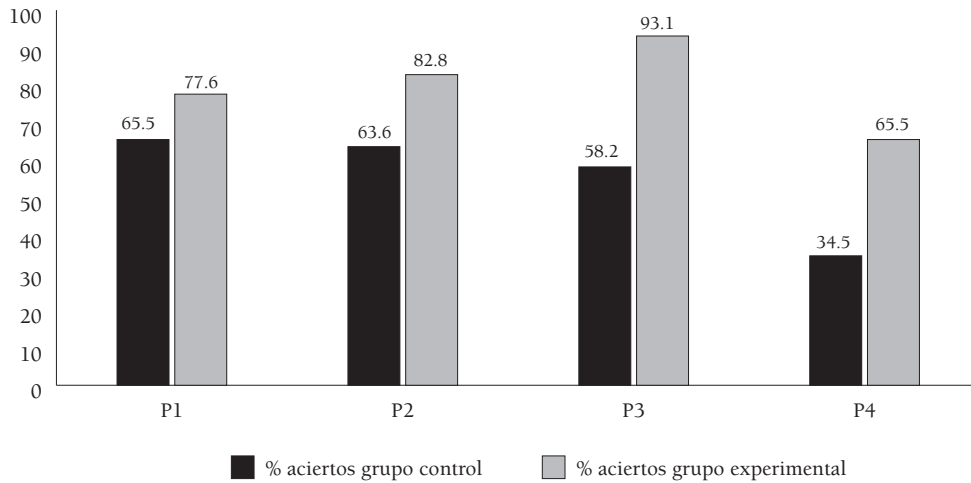
Respuestas de preguntas de teoría aplicada

El análisis pormenorizado de las respuestas que ha dado el estudiantado comienza con la primera parte, que no se corresponde con el simple cálculo, sino con la comprensión del cálculo y de lo que significa. Así, en esta primera parte se incluyen 4 preguntas:

- P1: si tiramos un dado 7 veces y obtenemos los siguientes resultados (5, 3, 2, 1, 2, 1, 6), ¿qué número debe salir en la octava tirada para que el 2 no sea moda?
- P2: escribe las edades de 11 personas de manera que la moda y la mediana sean 15 años, de forma que todos los datos no sean 15.
- P3: ¿qué tiene que ocurrir para que la varianza de un conjunto de datos sea 0?
- P4: ¿qué tiene que ocurrir para que la desviación típica de un conjunto de datos sea negativa?

Como puede verse, se trata de trabajar conceptos, pero desde una perspectiva en la que deben demostrar que comprenden su significado y lo que su cálculo involucra. Así, el porcentaje de respuestas correctas por parte del grupo control y del grupo experimental puede verse en la figura 4.

FIGURA 4. Porcentaje de respuestas acertadas por cada grupo



En la figura 4 puede verse cómo en todas las preguntas de esta parte el grupo experimental obtiene un mayor porcentaje de aciertos que el control, especialmente las preguntas P3 y P4, relacionadas con la dispersión en términos de varianza y desviación típica, donde el porcentaje de respuestas acertadas es de más de un 30% en el grupo experimental que en el control. La diferencia de porcentaje de aciertos en la pregunta P1, vinculada con tirar los dados, es un 12% superior en el grupo experimental. Por otro lado, en la segunda pregunta, relacionada con las edades, las respuestas correctas dadas por el grupo experimental son casi un 20% superiores que en el grupo control.

Respuestas de preguntas prácticas

El análisis pormenorizado de las respuestas que ha dado el estudiantado prosigue con la segunda parte, que se corresponde con la aplicación de los conocimientos adquiridos en el cómputo de diferentes medidas de tendencia central y de dispersión.

- P5: cómputo de la moda con datos no agrupados.
- P6: cómputo de la media con datos no agrupados.

- P7: cómputo de la mediana de datos agrupados.
- P8: cómputo de la moda de datos agrupados.
- P9: cómputo de la media de datos en tabla.
- P10: cómputo de la desviación típica de datos en tabla.

Se trata de trabajar todos los conceptos desarrollados durante el periodo que ha durado la experiencia. Los porcentajes de acierto por cada uno de los grupos involucrados quedan recogidos en la figura 5 y puede verse cómo los resultados alcanzados por el grupo que ha trabajado con los laboratorios virtuales son superiores a los de aquellos que trabajaron de forma tradicional, poniendo de manifiesto que el uso de los laboratorios virtuales ha ayudado a la comprensión de los procedimientos y procesos involucrados.

Al igual que sucedía en la parte de teoría aplicada, en esta segunda parte más teórico-práctica puede verse cómo de nuevo en cada una de las preguntas, el porcentaje de aciertos del grupo experimental es superior al del grupo control. Destacan las preguntas P5, relativa al cómputo de la moda en datos no agrupados, P7, vinculada al cómputo de la mediana en

FIGURA 5. Porcentaje de respuestas acertadas por cada grupo en la segunda parte de la prueba

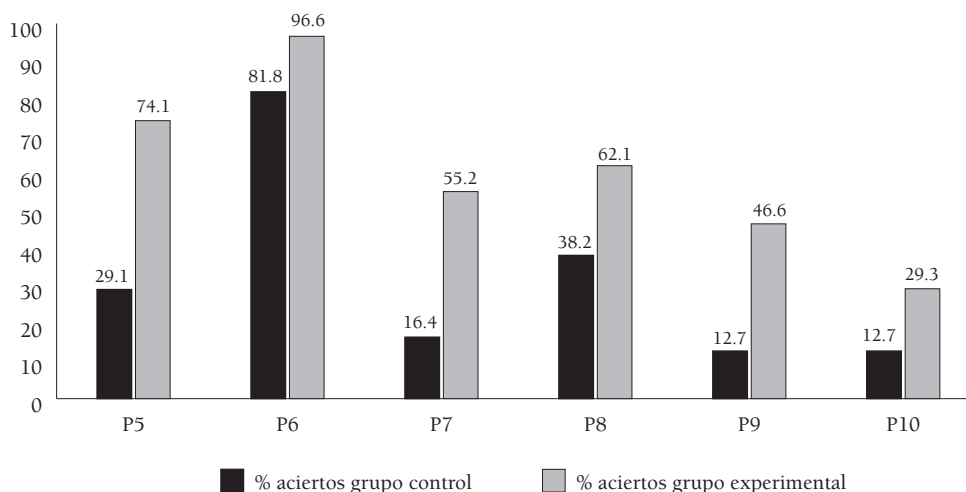


FIGURA 6. Respuestas a las preguntas de opinión sobre la utilidad de las herramientas



datos agrupados, y P9, en la que debían calcular la media de unos datos que se proporcionaban en una tabla, donde las diferencias en porcentaje de aciertos superan el 30%, por lo que, en estos casos, el uso de laboratorios virtuales en los sujetos del grupo experimental ha ayudado en la

comprensión y cómputo de dichos estadísticos. Otro hecho que destaca es que mientras que en el grupo control el 50% de aciertos únicamente se produce en esta parte en la pregunta P6, en el grupo experimental se produce en las preguntas P5, P6, P7 y P8, por lo que la mayoría de los

estudiantes del grupo que ha usado los laboratorios virtuales ha comprendido los procedimientos y conceptos involucrados.

Análisis de la satisfacción del estudiantado

Además de utilizar las herramientas, también se quería conocer la satisfacción del estudiantado con respecto a su uso y si creían que les habían ayudado o no. Para ello, se incluyeron 3 preguntas en el cuestionario:

- PO1: ¿crees que usar los laboratorios virtuales te ha ayudado a comprender mejor la asignatura?
- PO2: ¿cuánto te han ayudado los laboratorios virtuales?
- PO3: ¿cuánto te han gustado las herramientas utilizadas?

Las respuestas dadas por el estudiantado quedan recogidas en la figura 6 de forma resumida.

De los datos de la figura 6, se desprende que el 91.4% de los encuestados ha afirmado que el uso de los laboratorios virtuales les ha ayudado con la comprensión de la asignatura, en especial el temario relacionado con la estadística descriptiva, que es el que se ha tratado. Por otro lado, destaca que en la cuantificación de cuánto creen que les ha ayudado, el 83.1% afirman que entre bastante y mucho, el 6.9% que poco, y el resto no respondió. Por último, con respecto a cuánto les han gustado las herramientas trabajadas, la nota media obtenida es de 8.651 sobre 10, es decir, una nota muy alta donde se observa que casi el 60% de los encuestados otorgan una nota de 9 o 10.

Conclusiones

En primer lugar, y a tenor de los resultados obtenidos en las pruebas estadísticas de comparación de medias, puede concluirse que el grupo

que trabajó con los laboratorios virtuales obtuvo resultados mucho mejores que el grupo que trabajó de forma tradicional, en concreto más de 2.7 puntos de formas significativa con un nivel de significación de 0.05, por lo que se rechaza la hipótesis nula del postest y se debe aceptar la hipótesis alternativa, relativa a los resultados del postest, ya que las diferencias existentes son significativas y tienen un tamaño de efecto grande. Por otro lado, teniendo en cuenta el tamaño de efecto, las diferencias antes de comenzar eran despreciables y, además, no significativas con un nivel de significación de 0.05, por lo que se acepta la hipótesis de igualdad de resultados en el pretest, lo cual reafirma la idea de que el uso de estas herramientas ha sido beneficioso para el estudiantado que ha participado en la experiencia. Estas conclusiones concuerdan con las obtenidas por Inzunza (2010), Del Pino (2013) y Díaz (2018). Asimismo, el uso de ordenadores para la enseñanza de estadística ya había sido recomendado por Godino (1995), Batanero *et al.* (1998) y Batanero *et al.* (2002), entre otros, y este estudio contribuye, dados los buenos resultados, a reforzar las conclusiones de todos esos estudios en los que se destacan las posibilidades del uso de ordenadores para trabajar la estadística.

Por otro lado, destaca también el hecho de que el uso de tecnologías de la información y la comunicación fomentan la motivación del estudiantado (Córdoba, 2014; Mercado *et al.*, 2019; Rosero, 2018) y son una herramienta que debe considerarse para el trabajo en clase. Este estudio, de nuevo, pone el foco en que el uso de este tipo de herramientas —y considerando las respuestas dadas por el estudiantado— hace que su motivación incremente, otorgándole a las propias herramientas una nota media de más de 8.6 puntos en su global.

Además, teniendo en cuenta que el estudiantado asegura en su gran mayoría (91.4%) que las herramientas seleccionadas les han servido para aprender estadística, que era el propósito final de esta investigación, se puede concluir que la

selección de herramientas ha sido adecuada y que la planificación desarrollada ha sido efectiva. Asimismo, en cuanto a la cuantificación por parte del estudiantado sobre la ayuda que han brindado las herramientas, se observa cómo más del 84% han determinado que ha sido bastante o mucha, por lo que también se refuerza la idea de la eficacia del uso de diferentes tecnologías en el aula de matemáticas en educación superior.

La efectividad de las herramientas combinadas ha demostrado ser muy eficaz, tanto en la comprensión de los conceptos recogida en las primeras 4 preguntas del postest, donde se ha obtenido mejora en todas ellas, y que están vinculadas con la aplicación de conocimientos más

teóricos, como en las últimas 6, que son más aplicadas, donde también se ha producido una mejora en todas y cada una de las respuestas, por lo que la eficacia se ha puesto de manifiesto, concordando con los estudios de Inzunza (2010), Del Pino (2013), Díaz (2018), Godino (1995), Batanero *et al.* (1998) y Batanero *et al.* (2002).

Agradecimientos

Este trabajo se ha llevado a cabo como parte del proyecto FGE.DGS.20.14, Metodologías y Herramientas Docentes para la Enseñanza de Matemáticas, concedido por la Universidad de Las Américas.

Referencias bibliográficas

- American Psychological Association (2010). *Publication manual of the American Psychological Association* (6th ed.).
- Andriani, T., Ulya, N. H. A., Alfiana, T. P., Solicha, S., Hafsari, S. B. A. e Ishartono, N. (2022). Improving student's critical thinking skill in mathematics through GeoGebra-based flipped learning during pandemic Covid-19: an experimental study. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 6(1), 49-66. <https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v6i1.1901>
- Arbain, N. y Shukor, N. A. (2015). The effects of GeoGebra on students' achievement. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 172, 208-214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Arcavi, A. y Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(1), 25-45. <https://doi.org/10.1023/A:1009841817245>
- Arce, M., Conejo, L. y Muñoz, J. M. (2019). *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Síntesis.
- Artigue, M. (2007). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación experimental. En E. Mancera y C. Pérez, *Historia y prospectiva de la educación matemática. XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 8-21).
- Ávila, C. S., García, M. A., Doñate, A. C. y Fanego, R. M. M. (2016). Proyecto Descartes: desarrollo de carrera en estudiantes de la Universidad Politécnica de Madrid. *La Cuestión Universitaria*, 5, 45-57.
- Bajpai, M. y Kumar, A. (2015). Effect of virtual laboratory on students' conceptual achievement in physics. *International Journal of Current Research*, 7(2), 12808-12813.
- Batanero, C., Godino, J. D., Vallecillos, A., Green, D. R. y Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547. <https://doi.org/10.1080/0020739940250406>
- Batanero, C., Godino, J. D. y Estepa, A. (1998). *La construcción del significado de la asociación mediante actividades de análisis de datos: reflexiones sobre el papel del ordenador en la enseñanza de la estadística*. Segundo Simposio Nacional de la SEIEM.

- Batanero, M. D. C., Godino, J. D. y Castro, A. E. (2002). La construcción del significado de la asociación mediante actividades de análisis de datos: reflexiones sobre el papel del ordenador en la enseñanza de la estadística. En *Segundo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 169-185). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Bolaños, C. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2018). Demostrando con GeoGebra. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 99, 153-171.
- Cabero-Almenara, J., Palacios-Rodríguez, A. (2021). La evaluación de la educación virtual: las e-actividades. *RIED, Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(2), 169-188. <https://doi.org/10.5944/ried.24.2.28994>
- Casillas-Martín, S., Cabezas-González, M., Ibarra-Saiz, M. y Rodríguez-Gómez, G. (2020). El profesorado universitario en la sociedad del conocimiento: manejo y actitud hacia las TIC. *Bordón, Revista de Pedagogía*, 72(3), 45-63. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2020.76746>
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194.
- Cebrián-Cifuentes, S., Ros, C., Fernández-Piqueras, R., Guerrero, E. (2021). Análisis de la competencia digital docente y uso de recursos TIC tras un proceso de intervención universitario, basado en la implementación de una metodología innovadora de gamificación. *Bordón, Revista de Pedagogía*, 73(2), 41-61. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2021.87134>
- Córdoba, F. (2014). Las TIC en el aprendizaje de las matemáticas: ¿qué creen los estudiantes? Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.
- Del Pino, J. (2013). El uso de GeoGebra como herramienta para el aprendizaje de las medidas de dispersión. *Probabilidad Condicionada: Revista de Didáctica de la Estadística*, 2, 243-250.
- Díaz, J. E. (2018). Aprendizaje de las matemáticas con el uso de simulación. *Sophia*, 14(1), 22-30. <https://doi.org/10.18634/sophiaj.14v.1i.519>
- Díez-Gutiérrez, E. J., Gajardo, K. (2021). Evaluación *online* en educación superior en tiempos de coronavirus. ¿Qué piensan los estudiantes? *Bordón, Revista de Pedagogía*, 73(1), 39-57. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2021.86058>
- Dockendorff, M. y Solar, H. (2016). Formación de profesorado: conceptualización del uso del *software* GeoGebra en la enseñanza de la matemática en educación media como parte de la didáctica de la disciplina. *RECHIEM. Revista Chilena de Educación Matemática*, 10(1), 92-99.
- Esteban, C. G. (2016). GeoGebra: ¿un juguete para el profesorado o una herramienta para su alumnado? *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 71, 26-32.
- García, J. G. J. e Izquierdo, S. J. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7). <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- Godino, J. D. (1995). ¿Qué aportan los ordenadores a la enseñanza y aprendizaje de la estadística? *UNO*, 5, 45-56.
- Graus, M. E. G. (2020). Escala estadística y *software* para evaluar coherencia didáctica en procesos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 11(1), 140-165.
- Grisales-Aguirre, A. M. (2018). Uso de recursos TIC en la enseñanza de las matemáticas: retos y perspectivas. *Entramado*, 14(2), 198-214. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>
- Gunawan, G. y Liliyasi, L. (2012). Model virtual laboratory Fisika Modern untuk meningkatkan keterampilan generik sains calon guru. *Jurnal Cakrawala Pendidikan*, 20(1), 185-199.
- Hensberry, K., Moore, E. y Perkins, K. (2015). Effective student learning of fractions with an interactive simulation. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 34(3), 273-298.

- Hensberry, K. K., Whitacre, I., Findley, K., Schellinger, J. y Wheeler, M. B. (2018). Engaging students with mathematics through play. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 24(3), 179-183. <https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.24.3.0179>
- Hitt, F. (1996). Educación matemática y uso de nuevas tecnologías. En L. M. Santos, E. Sánchez (eds.), *Perspectivas en educación matemática*. Cinvestav (pp. 22-44).
- Hosseini, Z., Mehdizadeh, M. y Sadegi, M. (2022). Using GeoGebra in teaching geometry to enhance students' academic achievement and motivation. *Innovare Journal of Education*, 10(3), 34-38. <https://doi.org/10.22159/ijoe.2022v10i3.44792>
- Inzunsa, S. (2010). Entornos virtuales de aprendizaje: un enfoque alternativo para la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15(45), 423-452.
- Jiménez, R. (2017). *El Proyecto Descartes en el aula*. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (ed.), *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 443-452). FESPM.
- Karin, C. y Hernández, J. (2011). Matemáticas: web mágica para aprender y disfrutar de las matemáticas. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, 151-156.
- Li, K. Y. y Shen, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics*, 14(1), 2-8. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.1992.tb00195.x>
- Lillo, N. (2022). *Estadística*. <https://www.geogebra.org/m/byRjTjMQ#material/N4XVJ8Yj>
- Loosen, F., Lioen, M. y Lacante, M. (1985). The standard deviation: some drawbacks of an intuitive approach. *Teaching Statistics*, 7(1), 2-5. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.1985.tb00560.x>
- López-Sánchez, A. Y. y González-Lara, A. L. (2021). Evaluación de un juego serio que contribuye a fortalecer el razonamiento lógico-matemático en estudiantes de nivel medio superior. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 221-243. <https://doi.org/10.5944/ried.24.1.27450>
- Majerek, D. (2014). Application of Geogebra for teaching mathematics. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 8(24), 51-54. <https://doi.org/10.12913/22998624/567>
- Meadows, M. L. y Caniglia, J. C. (2019). Using PhET simulations in the mathematics classroom. *The Mathematics Teacher*, 112(5), 386-389. <https://doi.org/10.5951/mathteacher.112.5.0386>
- Medina, L., Jaquez, J., Noguez, J. y García, R. M. (2013). *Newton Gymnlab: gimnasio-laboratorio virtual de física y matemática*. Instituto Tecnológico y Estudios Superiores de Monterrey. <http://hdl.handle.net/11285/621356>
- Mercado, A. E., Sánchez, E. y Rodríguez, A. V. (2019). Estrategias de motivación en ambientes virtuales para el autoaprendizaje en matemáticas. *Revista Espacios*, 40(12).
- Miranda, M. y Sacristán, A. (2013). Lack of sense of purpose in the use of technology for mathematical teaching. *Proceedings de 11th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (pp. 200-205).
- Mosquera-Gende, I. (2021). El desarrollo de la competencia digital de futuros docentes en una universidad en línea. *Bordón, Revista de Pedagogía*, 73(4), 121-143. <https://doi.org/10.13042/Bordón.2021.89823>
- Muga, J. M. (2007). Descartes: un proyecto para ver y hacer matemáticas. *Matematicalia: Revista Digital de Divulgación Matemática de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(1).
- Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2021). Análisis de la práctica docente en el ámbito de la educación estadística en educación secundaria. *Revista Paradigma*, 42(n.º extra 1), 191-220. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p191-220.id1023>
- Núñez, Á. N. (2005). El Proyecto Descartes: matemáticas interactivas en Internet. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de Profesores de Matemáticas*, 71, 47-64.
- Olivo-Franco, J. L. y Jaar, J. C. (2020). De los entornos virtuales de aprendizaje: hacia una nueva praxis en la enseñanza de la matemática. *Revista Andina de Educación*, 3(1), 8-19. <https://doi.org/10.32719/26312816.2020.3.1.2>

- Pereiro, D. (2020). Descubriendo las cúpulas geodésicas con GeoGebra. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 93, 51-60.
- Pereiro, D. y Cayetano, J. (2021). Flores: del jardín a GeoGebra. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 17(62), 1-20. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/331>
- Pérez, A. (2001). El Proyecto Descartes: visualizar las matemáticas. *Suma*, 38, 107-110.
- Pérez-López, E., Atochero, A. V. y Rivero, S. C. (2021). Distance education in COVID-19's period: an analysis from the perspective of university students. *RIED, Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 331-350. <https://doi.org/10.5944/ried.24.1.27855>
- PhET (2022). Probabilidad Plinko. https://phet.colorado.edu/sims/html/plinko-probability/latest/plinko-probability_es.html
- Pollatsek, A., Lima, S. y Well, A. D. (1981). Concept or computation: students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 191-204. <https://doi.org/10.1007/BF00305621>
- Prendes-Espinosa, M. P. y Cartagena, F. C. (2021). Advanced technologies to face the challenge of educational innovation. *RIED, Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 35-53. <https://doi.org/10.5944/ried.24.1.28415>
- Proyecto Descartes (2022a). Estadística. https://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_3eso_estadistica-JS-LOMCE/index.htm
- Proyecto Descartes (2022b). Volumen VII de la publicación periódica "Recursos educativos interactivos de RED Descartes". <https://proyectodescartes.org/descartescms/blog/ifuision/item/4142-volumen-vii-de-la-publicacion-periodica-recursos-educativos-interactivos-de-red-descartes>
- Psychology (2022). *What does effect size tell you?* <https://www.simplypsychology.org/effect-size.html>
- Rosero, J. R. (2018). Impacto del uso de las TIC como herramientas para el aprendizaje de la matemática de los estudiantes de educación media. *Cátedra*, 1(1), 70-91. <https://doi.org/10.29166/catedra.v1i1.764>
- Rubio-Hurtado, M. J. y Berlanga-Silvente, V. (2012). Com aplicar les proves paramètriques bivariades t de Student i ANOVA en SPSS. Cas pràctic. *REIRE Revista d'Innovació i Recerca En Educació*, 5(2), 83-100. <https://doi.org/10.1344/reire2012.5.2527>
- Rueda, K. L. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2020). Estrategia tecnológica para nivelar los presaberes matemáticos en la educación superior. En *IN-RED 2020: VI Congreso de Innovación Educativa y Docencia en Red* (pp. 357-365). Editorial Universitat Politècnica de València. <https://doi.org/10.4995/INRED2020.2020.11979>
- Saha, R. A., Ayub, A. F. M. y Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 686-693. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.095>
- Salas-Rueda, R. A. (2018). Uso del modelo TPACK como herramienta de innovación para el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Perspectiva Educacional*, 57(2), 3-26. <http://dx.doi.org/10.4151/07189729-vol.57-iss.2-art.689>
- Sangwin, C. (2007). A brief review of GeoGebra: dynamic mathematics. *Msoer Connections*, 7(2), 36-38.
- Santana, N. y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor para la utilización de GeoGebra en el aula de matemáticas. *Números*, 88, 75-91.
- Setiawan, A., Malik, A., Suhandi, A. y Permanasari, A. (2018). Effect of higher order thinking laboratory on the improvement of critical and creative thinking skills. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 306(1), 1-7. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/306/1/012008>
- Sokolowski, A., Yalvac, B. y Loving, C. (2011). Science modelling in pre-calculus: how to make mathematics problems contextually meaningful. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(3), 283-297. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2010.526255>
- Sosa, M. y Valverde, J. (2020). Perfiles docentes en el contexto de la transformación digital de la escuela. *Bordón, Revista de Pedagogía*, 72(1), 151-173. <https://doi.org/10.13042/Bordon.2020.72965>

- Stuckey-Mickell, T. y Stuckey-Danner, B. (2007). Virtual labs in the online biology course: student perceptions of effectiveness and usability. *MERLOT Journal of Online Learning and Teaching*, 3(2), 105-111.
- Sullivan, G. M. y Feinn, R. (2012). Using effect size—or why the P value is not enough. *Journal of Graduate Medical Education*, 4(3), 279-282. <https://doi.org/10.4300/JGME-D-12-00156.1>
- Tatli, Z. y Ayas, A. (2010). Virtual laboratory applications in chemistry education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 9, 938-942.
- Trouche, L. y Drijvers, P. (2010). Handheld technology: flashback into the future. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 42(7), 667-681. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0269-2>
- Tüyüz, C. (2010). The effect of the VLon students' achievement and attitude in Chemistry. *International Online Journal of Educational Sciences*, 2(1), 37-53.
- Vargas, G. V. y Araya, R. G. (2013). La enseñanza del teorema de Pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del GeoGebra, según el modelo de Van Hiele. *Uniciencia*, 27(1), 95-118.
- Vidal, I. M. G. (2021). Influencia de las TIC en el rendimiento escolar de estudiantes vulnerables. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 351-365. <https://doi.org/10.5944/ried.24.1.27960>
- Vidal, I. M. G., Cebreiro-López, B. y Casal-Otero, L. (2021). Nuevas competencias digitales en estudiantes potenciadas con el uso de realidad aumentada. Estudio piloto. *RIED, Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 24(1), 137-157. <https://doi.org/10.5944/ried.24.1.27501>
- Wijers, M., Jonker, V. y Drijvers, P. (2010). MobileMath; exploring mathematics outside the classroom. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 42(7), 789-799. <https://doi.org/10.1007/s11858-010-0276-3>

Abstract

Teaching of descriptive statistics using simulators and virtual laboratories at university level

INTRODUCTION. One of the main objectives of teachers in mathematics subjects at all educational stages is to be able to maintain the attention of students and keep them motivated to learn. The use of educational technologies, as well as the opportunities they provide, allow them to be considered as a powerful ally. **METHOD.** This study presents the use of different virtual laboratories and simulators to learn descriptive statistics in the subject of Quantitative Language in the first university course in Ecuador. To carry out the experience, the scores of a pretest and a posttest designed to measure the acquisition of the statistical competence have been taken. For this, the means of the control groups have been into account, those that have worked in the usual way and the experimental one, in which the work of examples and exercises has been carried out through the use of virtual laboratories and simulators, and compared using the Student's *t*-test for independent groups. **RESULTS.** The comparison of the means obtained by both groups shows that, despite being homogeneous at the beginning, the differences between the experimental and the control group exceed significantly in 2.7 points. **DISCUSSION.** The effect size, Cohen's *d*, obtained was greater than 1, that is, it is large, which allows us to conclude that the joint use of various simulators and virtual laboratories has been very effective to overcome the learning difficulties found in the study of descriptive statistics in the classroom.

Keywords: *University laboratories, Statistics, Educational technology, Mathematics education, University.*

Résumé

Enseignement des statistiques descriptives par l'utilisation de simulateurs et de laboratoires virtuels au niveau de l'université

INTRODUCTION. L'un des principaux objectifs des enseignants des matières mathématiques à tous les niveaux d'enseignement est de retenir l'attention des étudiants et de les motiver à apprendre. L'utilisation des technologies éducatives, ainsi que les opportunités qu'elles offrent, leur permettent d'être considérées comme des alliées puissantes. **MÉTHODE.** Cette étude présente l'utilisation de différents laboratoires virtuels et simulateurs pour l'apprentissage de la statistique descriptive dans le cours de Langue Quantitative de la première année dans une université en Équateur. Pour mener à bien l'expérience, les résultats d'un pré-test et d'un post-test destinés à mesurer l'acquisition de compétences statistiques ont été pris en compte. Pour cela, nous avons travaillé avec les moyens des groupes de contrôle, ceux qui ont travaillé de manière habituelle, et celles du groupe expérimental, ceux dans lesquels le travail d'exemples et d'exercices a été réalisé grâce à l'utilisation de laboratoires virtuels et de simulateurs, et nous avons réalisé la comparaison par le test t de Student de groupes indépendants. **RÉSULTATS.** La comparaison des moyennes obtenues par les deux groupes montre que, bien qu'homogènes au départ, les écarts entre le groupe expérimental et le groupe contrôle dépassent significativement 2.7 points. **DISCUSSION.** La taille d'effet, d de Cohen, obtenue était supérieure à 1, c'est-à-dire qu'elle est importante, ce qui nous permet de conclure que l'utilisation conjointe de divers simulateurs et de laboratoires virtuels a été très efficace pour surmonter les difficultés d'apprentissage rencontrées dans l'étude de statistiques descriptives en cours.

Mots-clés : *Laboratoire universitaire, Statistiques, Technologie éducative, Enseignement des mathématiques, Université.*

Perfil profesional de los autores

Fernanda Tatiana Cox

Ingeniera en sonido y acústica de la Universidad de Las Américas, Quito. Completó un Máster en Ingeniería Computacional y Matemática. Sus áreas de investigación también incluyen metodologías en la educación matemática en la educación superior.

Universidad de Las Américas, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Quito, Ecuador.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4580-4902>

Correo electrónico de contacto: fernanda.cox@udla.edu.ec

Daniel González

Matemático e ingeniero técnico en informática de gestión. Hizo su doctorado en Matemática Aplicada con especialidad en métodos numéricos para la resolución de ecuaciones no lineales. Además, realizó un Máster en Formación del Profesorado con especialidad en didáctica de las matemáticas. Todas sus calificaciones fueron obtenidas en la Universidad de La Rioja, España. Publica y colabora como revisor en las revistas internacionales más destacadas relacionadas con su área y también tiene funciones de editor. Actualmente es profesor e investigador de la Universidad de Las Américas, Quito, Ecuador. Sus colaboradores son tanto internos del Ecuador como externos internacionales, de

países como Estados Unidos y España. También realiza actividades docentes como la dirección de tesis de maestría en las áreas de Matemáticas e Informática y en Didáctica de las Matemáticas en la Universidad Internacional de La Rioja, también en España.

Universidad de Las Américas, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Quito, Ecuador.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5282-7251>

Correo electrónico de contacto: daniel.gonzalez.sanchez@udla.edu.ec

Ángel Alberto Magreñán

Matemático e ingeniero técnico en informática de gestión. Posteriormente, hizo el Máster en Formación del Profesorado, especialidad matemáticas. Realizó su doctorado en Matemáticas en la Universidad de La Rioja en 2013, obteniendo el premio extraordinario de doctorado. Ha publicado más de 100 artículos en revistas indexadas en las principales bases de datos, así como varios capítulos y libros en editoriales de prestigio internacional. Actualmente es profesor titular e investigador de la Universidad de La Rioja. Sus intereses de investigación se dividen en: matemática aplicada, formación del profesorado y uso de tecnología en el aula de matemáticas.

Universidad de La Rioja, Departamento de Matemáticas y Computación, Logroño, España.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6991-5706>

Correo electrónico de contacto: angel-alberto.magrenan@unirioja.es

Lara Orcos (autora de contacto)

Realizó su tesis doctoral en la Universidad Politécnica de Valencia en didáctica de las matemáticas en el año 2019, obteniendo el premio extraordinario de doctorado. Sus intereses de investigación están relacionados con la educación matemática, así como con el uso de tecnología en el proceso de enseñanza- aprendizaje de matemáticas en las diferentes etapas educativas. Ha publicado más de 30 artículos en revistas indexadas en las principales bases de datos, además de varios capítulos y libros en editoriales de prestigio internacional. Actualmente es profesora e investigadora de la Universidad de La Rioja.

Universidad de La Rioja, Departamento de Matemáticas y Computación, Logroño, España.

Código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8138-551X>

Correo electrónico de contacto: lara.orcos@unirioja.es

Dirección para la correspondencia: C/Madre de Dios, 53, 26006 Logroño (La Rioja).

